



---

## Tópicos de Geometria no Ensino fundamental: um olhar para coleções de livros didáticos norteados pela Base Nacional Comum Curricular

### Geometry topics in elementary school: a look at textbook collections guided by the National Curricular Common Base

### Temas de geometría en la escuela primaria: una mirada a las colecciones de libros de texto orientadas por la Base Curricular Nacional Común

Renata Camargo dos Passos Barros<sup>1</sup>



<https://orcid.org/0000-0002-5845-8482>

Cristiane dos Santos Oliveira<sup>2</sup>



<https://orcid.org/0000-0002-2308-7490>

André Luis Andrejew Ferreira<sup>3</sup>



<https://orcid.org/0000-0001-6353-4665>

**Resumo:** Este estudo buscou analisar de que maneira os objetivos de aprendizagem relacionados à Unidade Temática Geometria, propostos no documento Base Nacional Comum Curricular (BNCC), para o Ensino Fundamental, estão dispostos nas coleções de Livros Didáticos aprovadas pelo Plano Nacional do Livro Didático. Para as análises foram selecionadas as coleções - “Ápis” e “A Conquista da Matemática”, adotadas na rede municipal de ensino da cidade de Maringá-Paraná, e na rede estadual de ensino do mesmo estado. De abordagem qualitativa e de cunho documental, foi utilizada a Análise de Conteúdo nas análises. Os resultados revelam que os objetivos de aprendizagem propostos pela BNCC em relação à Geometria Plana e Espacial, são explorados com maior ênfase na coleção dos anos iniciais em comparação à coleção dos anos finais, ao estabelecer os objetos de conhecimento para o ensino fundamental. Este estudo traz um alerta a respeito do tratamento acerca dos tópicos de Geometria elencados pela BNCC, quanto às competências e habilidades e aos Objetivos de Aprendizagem, na medida em que evidenciamos uma discrepância em relação à abordagem e

---

<sup>1</sup> Mestre em Educação Matemática (PRPGEM/UNESPAR). Doutoranda no Programa de Pós-Graduação em Educação (PPE/UEM). E-mail: [renatapassosbarros@gmail.com](mailto:renatapassosbarros@gmail.com)

<sup>2</sup> Mestre em Educação Matemática (PRPGEM/UNESPAR). Doutoranda em Educação Matemática (PECEM/UEL). E-mail: [cris.soliveira1306@gmail.com](mailto:cris.soliveira1306@gmail.com)

<sup>3</sup> Pós-doutorado em Educação Matemática (UNESP - Rio Claro-SP). Doutor em Informática na Educação – UFRGS. E-mail: [andre.ferreira@ufpel.edu.br](mailto:andre.ferreira@ufpel.edu.br)

exploração das relações entre figuras espaciais e planas, propostas pelo documento nas coleções aqui analisadas.

**Palavras-chave:** Geometria. Figuras Geométricas Planas e Espaciais. Base Nacional Comum Curricular.

**Abstract:** This study sought to analyze how the learning objectives related to the Geometry Thematic Unit, proposed in the document National Curricular Common Base (NCCB), for Primary Education, are arranged in the Textbook collections approved by the Plano Nacional do Livro Didático (National Textbook Plan). For the analysis, the collections "Ápis" and "The Conquest of Mathematics", adopted in the municipal teaching network of Maringá, Paraná, and in the state teaching network of the same state, were selected. A qualitative and documental approach was used in the analyses, using Content Analysis. The results show that the learning objectives proposed by the NCCB in relation to Plane and Space Geometry are explored with greater emphasis in the early years collection compared to the final years collection, when establishing the objects of knowledge for elementary school. This study brings an alert regarding the treatment of Geometry topics listed by the NCCB, as to the skills and abilities and the Learning Objectives, insofar as we highlight a discrepancy in relation to the approach and exploration of the relationships between spatial and plane figures, proposed by the document in the collections analyzed here.

**Keywords:** Geometry. Flat and Spatial Geometric Figures. National Curricular Common Base.

**Resumen:** Este estudio buscó analizar cómo los objetivos de aprendizaje relacionados con la Unidad Temática de Geometría, propuestos en el documento Base Curricular Nacional Común (BCNC), para la Educación Primaria, están dispuestos en las colecciones de Libros de Texto aprobadas por el Plan Nacional de Libros de Texto. Para los análisis, se seleccionaron las colecciones "Ápis" y "A Conquista da Matemática", adoptadas en la red municipal de enseñanza de la ciudad de Maringá-Paraná, y en la red estatal de enseñanza del mismo estado. Enfoque cualitativo y naturaleza documental, se utilizó el Análisis de Contenido en el análisis. Los resultados revelan que los objetivos de aprendizaje propuestos por el BCNC en relación con la Geometría Plana y Espacial, se exploran con mayor énfasis en la colección de los primeros años en comparación con la colección de los últimos años, al establecer los objetos de conocimiento para la educación primaria. Este estudio trae una alerta respecto al tratamiento sobre los temas de Geometría listados por el BCNC, en cuanto las habilidades y destrezas y los Objetivos de Aprendizaje, en la medida en que evidenciamos una discrepancia respecto al abordaje y exploración de las relaciones entre figuras espaciales y planas, propuesto en las colecciones aquí analizadas.

**Palabras-clave:** Geometría. Figuras Geométricas Planas y Espaciales. Base Curricular Nacional Común.

## Introdução

O Livro Didático (LD) tem sido objeto de investigação apontado como um dos instrumentos de apoio ao professor mais utilizado durante as aulas de matemática (LAJOLO, 1996; BASTOS, 2004; COSTA; ALLEVATO, 2010; CURY, 2019; MACEDO; BRANDÃO; NUNES, 2019).

Ao considerar o Livro Didático como um dos recursos norteadores do trabalho docente em sala de aula, sua escolha deve ser precedida de uma análise criteriosa, visando atender às concepções metodológicas para o ensino e aprendizagem dos estudantes, bem como as propostas político pedagógica e curriculares das instituições de ensino. No intuito de nortear a elaboração das propostas curriculares para toda a Educação Básica, em dezembro de 2018 foi aprovado o documento intitulado Base Nacional Comum Curricular - BNCC (BRASIL, 2018).

Neste estudo buscamos analisar de que maneira os objetivos de aprendizagem relacionados à Unidade Temática Geometria, propostos no documento Base Nacional Comum Curricular (BNCC) -

Ensino Fundamental, estão dispostos nas coleções de Livros Didáticos (LD) aprovadas pelo Plano Nacional do Livro Didático (PNLD).

Para isso, foram selecionadas as coleções “Ápis”, destinada para os anos iniciais e “A Conquista da Matemática”, voltada para os anos finais do Ensino Fundamental. A opção pela análise dessas coleções se deu durante a consulta sobre a edição do PNLD (2019-2022) na qual verificamos que a coleção “Ápis” é adotada por oito redes de ensino, dentre os vinte maiores municípios do Estado do Paraná, com mais de 100 mil habitantes, e a Coleção “A Conquista da Matemática” é adotada em toda a rede estadual de ensino do mesmo estado.

O LD se torna instrumento acessível aos estudantes, por meio da implementação do PNLD e, por vezes, ocupa a posição de destaque, tendo em vista que muitos professores, ao planejarem suas aulas, o toma como base para conduzir os conteúdos e seqüências didáticas propostas (FONSECA; VILELA, 2014). Tecer um olhar criterioso, norteado pelo documento oficial (BNCC, 2018) permite apontar os modos como os tópicos de Geometria são apresentados e explorados pelos autores das respectivas coleções em análise. Como evidencia a BNCC, o ensino da geometria não pode ser resumido apenas a aplicação de algoritmos e fórmulas como as utilizadas para o cálculo de áreas e volumes, nem a aplicações de teoremas, como por exemplo o Teorema de Talles ou de Pitágoras (BRASIL, 2018).

Neste contexto, partimos do princípio de que os LD aqui em análise, mediante o crivo do PNLD (2019-2022), e norteados pela BNCC, estejam em conformidade com as orientações vigentes no documento. Para isso, teceremos um olhar mais criterioso para as tarefas propostas pelos autores das coleções, buscando identificar de que modo as habilidades elencadas pela BNCC se fazem presentes na exploração das tarefas propostas e se possibilitam uma progressão dos objetivos de aprendizagem em relação à Unidade Temática Geometria.

Esta pesquisa segue a abordagem qualitativa de cunho documental (GIL, 2002) e a organização dos dados foi norteada por uma adaptação da análise de conteúdo proposta por Bardin (2016).

## **A Geometria no contexto escolar**

Moura, Krindges e Wielewski (2020) destacam que mesmo com tentativas de aprimorar o currículo de Geometria, esta continua relegada a segundo plano no contexto escolar, sobretudo em escolas públicas. Também é importante considerar que grande parte dos professores de Geometria são formados em instituições de ensino superior e que, por vezes, existem problemas advindos dessa formação profissional relacionados com as propostas pedagógicas curriculares.

Em relação à apresentação dos tópicos de Geometria nas coleções de LD, é possível tecer algumas considerações de acordo com Almouloud *et al.* (2004). Para os autores, alguns LD são a origem de vários transtornos, pois grande parte dos problemas geométricos neles propostos enfatizam a álgebra, e raramente exigem um raciocínio dedutivo ou demonstração. A transição entre a geometria empírica para a dedutiva raramente é explorada, além de poucos autores relacionarem a interpretação de textos matemáticos que podem explorar situações do mundo físico do estudante.

A Geometria é considerada, de acordo com a BNCC (2018), como a área da Matemática que propicia o estudo das formas geométricas e suas propriedades, bem como ainda evidencia que seu estudo envolve um amplo conjunto de conceitos e procedimentos primordiais para resolução de problemas do cotidiano e de diferentes áreas do conhecimento e que ao “estudar posição e deslocamentos no espaço, formas e relações entre elementos de figuras planas e espaciais pode desenvolver o pensamento geométrico dos alunos (BRASIL, 2018, p. 271).

De acordo com Fainguelernt (1999), a Geometria talvez seja o eixo da Matemática mais intuitivo, concreto e que propicie mais conexão com a realidade. Segundo a pesquisadora, seu ensino no contexto escolar tem se mostrado/revelado no extensivo processo de formalização quanto ao seu rigor, abstração e generalização que vem sendo desenvolvido nesses últimos dois mil anos, e sem fazer conexão entre a Geometria intuitiva e a formalização. Ainda, a descreve como uma “[...] ferramenta para a compreensão, descrição e inter-relação com o espaço em que vivemos” (FAINGUELERNT, 1999, p.20).

O ensino da Geometria se faz necessário por muitos motivos, e para justificar sua necessidade junto ao currículo escolar, Lorenzato (1995) salienta que sem o estudo da geometria o homem não desenvolveria o pensamento geométrico ou o raciocínio visual e, sem essa habilidade, seria praticamente impossível resolver situações do mundo real que envolvam ou estejam relacionadas ao contexto em que a geometria esteja inserida. Ainda, evidencia que a leitura interpretativa de mundo se tornaria incompleta, pois, sem o conhecimento geométrico a comunicação entre as ideias ficaria sem contexto e a visão da Matemática distorcida.

Os conceitos geométricos, de acordo com Locatelli (2015, p.75), “[...]constituem parte importante do conhecimento Matemático uma vez que, por meio deles, o estudante desenvolve funções psíquicas específicas que lhe permitem compreender, descrever e representar de forma organizada, o espaço em que vive”.

O estudo da geometria, segundo a BNCC (BRASIL, 2018), envolve um amplo conjunto de conceitos, definições e procedimentos que são essenciais para resolução de problemas no mundo físico e que se relaciona com outras áreas do conhecimento, necessários para resolver problemas do mundo físico e de diferentes áreas do conhecimento. Dessa maneira, ao estudar a geometria espacial

e estabelecer relações entre os elementos tridimensionais com os bidimensionais e vice-versa, contribui para o desenvolvimento do pensamento geométrico nos estudantes.

Fainguelernt (1999) também considera que a geometria deva ser estudada desde os primeiros anos escolares. Para a autora, há entre matemáticos e educadores matemáticos um senso comum de que o ensino da Geometria deveria começar já nos anos iniciais da Educação Básica e continuar de forma gradativa, se estendendo por todo o currículo de Matemática.

### **O ensino da Geometria no Livro Didático**

Lajolo (1996) afirma que os livros didáticos e não-didáticos são essenciais, tanto para elaboração quanto para sistematização de saberes, cuja responsabilidade de disseminação é da escola. A autora ressalta que o LD desempenha/exerce um considerável papel na escola brasileira, motivo pelo qual é necessário que esteja inserido em políticas educacionais que contribuam para proporcionar o direito a uma boa educação para todas as crianças. Ressalta ainda a real importância da participação do professor no processo de sua escolha, pois é ele (o professor) que irá utilizá-lo juntamente com seus alunos, e transformá-lo em um instrumento de aprendizagem.

No entanto, como aponta Oliveira (2007), fazer um bom uso do livro didático, compreendê-lo e bem utilizá-lo envolve aspectos como: tratamento de conteúdos preestabelecidos e suas descrições, teoria e escolha de uma metodologia que a atenda satisfatoriamente e um bom manual de orientações ao professor. Por outro lado, o LD por si só não garante a aprendizagem dos estudantes, mesmo porque pode apresentar incorreções conceituais. Daí a importância da escolha de um livro didático que não apresente incorreções para que o professor possa não só utilizá-lo em sua prática letiva, como obter nele informações que possam auxiliá-lo em sua tarefa pedagógica.

Considerando a necessidade de que o material a ser adotado apresente um texto de qualidade e uma temática relevante quanto aos conteúdos abordados, teve início, em 1996, um processo de avaliação pedagógica dos livros inscritos no PNLD e o primeiro Guia de Livros Didáticos destinados inicialmente apenas para as séries iniciais do ensino fundamental. Em 1997, o Fundo Nacional de Desenvolvimento da Educação (FNDE) passa a ter o controle absoluto pela política de execução do PNLD, o programa é ampliado e o Ministério da Educação passa a adquirir livros didáticos para todos os alunos de escolas públicas do ensino fundamental.

O Decreto nº 9.099, de 18 de julho de 2017, surge unificando as ações de aquisição e distribuição do LD e o programa ao qual fazia parte passou a chamar-se Programa Nacional do Livro e Material Didático (PNLD). Assim, o livro didático ganha destaque em todo território nacional, após um longo período marcado por políticas públicas que visavam entre outros fatores, garantir seu acesso de maneira gratuita a todos os estudantes.

Em relação à Geometria, a BNCC (BRASIL, 2018) aponta que com seu estudo é possível desenvolver no aluno a percepção de figuras geométricas em objetos que fazem parte do seu cotidiano, como também aguçar sua observação do mundo real e suas relações com os objetos matemáticos.

Já o guia menciona que a unidade temática geometria é abordada em todas as obras por ele analisadas em uma articulação com as outras unidades. De acordo com o guia, ao tratar da Geometria os autores realizam um trabalho diferenciado, isso é, a relacionam com a perspectiva da história da matemática que prioriza a construção, representação e interdependência. Também ressalta que atividades que explorem a planificação podem favorecer o aprendizado e a compreensão de conceitos geométricos planos e espaciais pelos alunos. Ainda que, ao tratar de entes geométricos, nesta perspectiva, acaba possibilitando ao professor explorar no ambiente escolar do estudante uma identificação de objetos bi e tridimensionais que fazem parte do seu meio, além de possibilitar o desenvolvimento do pensamento geométrico no aluno.

### **Procedimentos metodológicos**

Esse estudo se originou a partir de uma pesquisa de mestrado em Educação Matemática realizada pela primeira autora, cujo objetivo foi analisar como são apresentadas as relações entre as figuras geométricas planas e espaciais na coleção de livro didático dos Anos Finais do Ensino Fundamental (AFEF), “A Conquista da Matemática” (Editora FTD), recomendada pelo PNLD 2020 e adotada pela rede Estadual de Ensino do Paraná, como apresenta a Figura 1.

**Figura 1** - Coleção dos livros didáticos de Matemática destinada aos AFEF



**Fonte:** Giovanni, Júnior, Castrucci (2019).

Observou-se na pesquisa citada que nos volumes direcionados aos AFEF, o estudo dessas relações entre as figuras geométricas planas e espaciais não é considerado senão parcialmente nos volumes destinados ao 6º e 9º ano. Assim, optou-se por ampliar o estudo acerca desta temática, para todo o Ensino Fundamental, analisando também a coleção “Ápis Matemática” (Editora Ática), por ser adotada pelas maiores redes municipais de ensino do Estado, para os Anos Iniciais, conforme apresenta a Figura 2.

**Figura 2** - Coleção dos livros didáticos de Matemática destinada aos AIEF



**Fonte:** Dante (2017).

Este estudo de natureza qualitativa visa contribuir com o cenário atual no campo da Educação Matemática, com o intuito de analisar de que maneira os objetivos de aprendizagem relacionados à Unidade Temática Geometria, propostos no documento Base Nacional Comum Curricular (BNCC) - Ensino Fundamental, estão dispostos nas coleções de Livros Didáticos (LD) – para todo o Ensino Fundamental (1º aos 9º anos), aprovadas pelo Plano Nacional do Livro Didático (BRASIL, 2020).

A organização dos dados da presente pesquisa, de cunho documental (GIL, 2017), foi norteadada por uma adaptação da análise de conteúdo proposta por Bardin (2016). Para análise documental foram utilizados enunciados e ilustrações das referidas coleções. Assim, a organização da análise consistiu-se em três fases: a pré-análise, a exploração do material e o tratamento dos resultados.

A fase de pré-análise consistiu na definição da temática central da investigação e objetivo do estudo, seleção dos documentos a serem analisados e a formulação de critérios para fundamentar a interpretação final dos dados. Foram selecionadas para análise, as coleções “Ápis”, destinada aos Anos Iniciais do Ensino Fundamental, e “A Conquista da Matemática”, voltada para os Anos Finais, com base nos objetivos de aprendizagem propostos pela BNCC (BRASIL, 2018). Ainda nessa etapa, realizamos um levantamento de pesquisas relacionadas ao tema deste estudo.

A partir da exploração do material, definimos os critérios de análise que são explicitados no Quadro I.

**Quadro I:** coleção e ano

Critérios de análise	
Progressividade dos objetivos de aprendizagem	
Uso de recursos manipulativos e tecnologias digitais	
Transição entre os anos	

**Fonte:** Os autores (2022).

A terceira e última fase da pesquisa consistiu no tratamento dos resultados e interpretação dos dados. Foi nessa fase que observamos como os tópicos de Geometria são

apresentados e explorados pelos autores em cada coleção e volumes, respectivamente, tentando identificar, tanto na abordagem do conteúdo quanto nas sequências de atividades apresentadas, situações que permeiem possíveis relações entre as figuras planas e espaciais.

### **Análise e discussão dos resultados**

Nesta seção apresentamos os resultados de acordo com os critérios estabelecidos para análise das coleções. Com o intuito de organizar os resultados acerca dos tópicos de Geometria presentes na BNCC, optamos por iniciar as discussões pela coleção “Ápis” e na sequência “A Conquista da Matemática”.

Tópicos de geometria na coleção “Ápis”: Anos Iniciais do Ensino Fundamental

O quadro 2 apresenta as discussões acerca dos tópicos de Geometria elencados pela BNCC (2018) para o 1º ano dos anos iniciais.

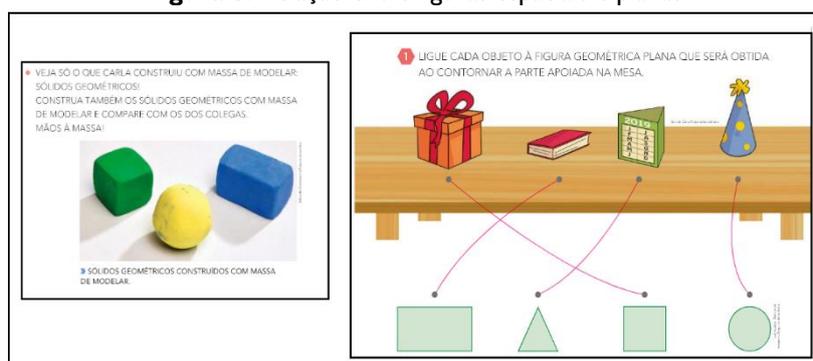
**Quadro 2:** Coleção “ÁPIS” 1º ano

Critérios de análise (1º ano)	
Progressividade dos objetivos de aprendizagem	(EF01MA13) Relacionar figuras geométricas espaciais a objetos do mundo físico; (EF01MA14) Identificar e nomear figuras planas em desenhos apresentados em diferentes disposições ou em contornos de faces de sólidos geométricos;
Uso de recursos manipulativos e tecnologias digitais	Utilização de objetos do mundo físico; Construção dos sólidos com massinha de modelar; Construção de sólidos geométricos; Composição com o Tangram.
Transição entre os anos	Não se aplica

**Fonte:** Dados da pesquisa, 2022.

No Quadro 2 apresentamos uma síntese sobre o modo como as habilidades apresentadas na BNCC (2018) são exploradas na Unidade 4 - Figuras Geométricas. O autor propõe tarefas com o intuito de contemplar os Objetivos de Aprendizagem propostos pela BNCC, para o 1º ano do Ensino Fundamental, por meio de recursos manipulativos, os quais possibilitam ao estudante construir sólidos com massinha de modelar, por exemplo, relacionando-os aos objetos do mundo físico, como proposto pelo objetivo de aprendizagem EF01MA13. A Figura 3 apresenta a exploração de uma tarefa com uso da massinha de modelar para representar figuras espaciais e objetos do cotidiano em que é possível identificar figuras geométricas planas.

**Figura 3:** Relação entre figuras espaciais e planas



**Fonte:** Dante, 2017a, p. 84 e 89.

Do mesmo modo, ao utilizar o Tangram, ou contornar as faces dos sólidos geométricos colocando-os sobre uma folha de papel e realizando a marcação do seu contorno, as tarefas propostas possibilitam ao estudante identificar e nomear as figuras planas, de acordo com o objetivo de aprendizagem (EF01MA14). Sobre o critério relacionado à transição entre os anos, o autor não deixa evidente o trabalho que poderia ser desenvolvido com relação à etapa anterior ao Ensino Fundamental, durante a Educação Infantil.

Ao analisarmos o volume referente ao 2º ano da coleção “Ápis”, observamos que o autor sugere a progressividade dos Objetivos de Aprendizagem, conforme previsto na BNCC (2018), como apresentado no Quadro 3.

**Quadro 3:** Coleção “ÁPIS” 2º ano

Critérios de análise	
Progressividade dos objetivos de aprendizagem	(EF02MA14) Reconhecer, nomear e comparar figuras geométricas espaciais relacionando-os com objetos do mundo físico; (EF02MA14) Reconhecer, comparar e nomear figuras planas por meio de características comuns, em desenhos apresentados em diferentes disposições ou em sólidos geométricos.
Uso de recursos manipulativos e tecnologias digitais	Manipulação de objetos; Construção dos sólidos com massa de modelar; Construção dos sólidos geométricos; Planificação de sólidos geométricos com embalagens.
Transição entre os anos	As tarefas propostas sugerem a retomada dos tópicos explorados no volume do 1º ano.

**Fonte:** Dados da pesquisa, 2022.

Ao retomar os tópicos relacionados ao reconhecimento e identificação de figuras espaciais e planas estabelecendo relação com os objetos do mundo físico, de acordo com o Objetivo de Aprendizagem (EF02MA14), o autor retoma o trabalho proposto no volume do 1º ano, a partir da manipulação de objetos e construções de sólidos geométricos com massa de modelar. Ao mesmo tempo propõe a progressão dos Objetivos de Aprendizagem ao indicar tarefas envolvendo a

planificação de sólidos geométricos com o uso de embalagens, de modo a ampliar os conhecimentos em relação à Geometria, ao explorar propriedades geométricas como faces, por exemplo (Figura 4).

**Figura 4:** Planificação de sólidos geométricos



**Fonte:** Dante, 2017b, p. 71.

Em relação à transição entre os anos, fica evidente a retomada progressiva dos Objetivos de Aprendizagem na exploração das tarefas sugeridas no decorrer das unidades que abordam os tópicos de Geometria.

Ao analisar o volume referente ao 3º ano da coleção “Ápis”, novamente evidenciamos a progressividade dos Objetivos de Aprendizagem, propostos pela BNCC (2018), por meio de exploração de tarefas com uso dos recursos manipulativos já utilizados nos volumes dos anos anteriores da coleção, como apresentamos no Quadro 4.

**Quadro 4:** Coleção “ÁPIS” 3º ano

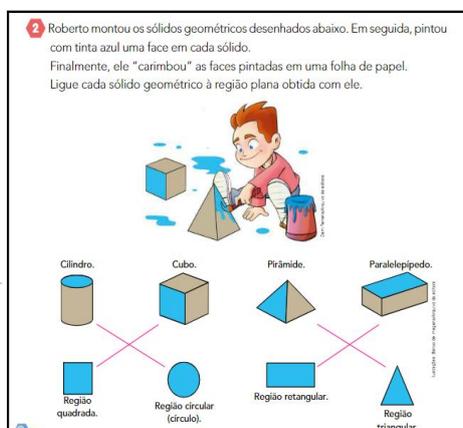
Critérios de análise (3º ano)	
Progressividade dos objetivos de aprendizagem	(EF03MA13) Associar figuras geométricas espaciais aos objetos do mundo físico e nomear figuras; (EF03MA13) Descrever características de algumas figuras geométricas espaciais, prismas retos, pirâmides, cilindros e cones; (EF03MA15) Classificar e comparar figuras planas em relação aos seus lados e vértices; (EF03MA16) Reconhecer figuras congruentes, usando sobreposição e desenhos em malhas quadriculadas ou triangulares.
Uso de recursos manipulativos e tecnologias digitais	Confecção dos sólidos geométricos (encartes); Construção de prismas e pirâmides com massa de modelar; Planificação dos sólidos geométricos; Carimbar as faces com tinta.
Transição entre os anos	Uso do Tangram; Malha quadriculada.

**Fonte:** Dados da pesquisa (2022).

A progressividade dos Objetivos de Aprendizagem perpassa pelas tarefas que propõem a planificação de figuras espaciais e sua classificação a partir da observação de propriedades

geométricas, como apresentado pelos objetivos (EF03MA14), (EF03MA15) e (EF03MA16). Na Figura 5, apresentamos uma tarefa que propõe a exploração de alguns desses conceitos.

**Figura 5:** Identificação de faces



**Fonte:** Dante, 2017c, p. 45.

A Figura 5 apresenta uma das tarefas sugeridas, na qual ocorre a exploração das faces dos sólidos geométricos, de modo que os estudantes tenham a oportunidade de identificar tais propriedades. No Quadro 5, apresentamos de modo sucinto os pontos identificados na análise do volume, referente ao 4º ano da coleção “Ápis”.

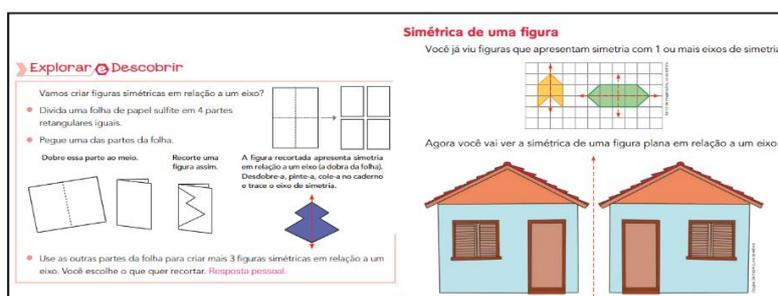
**Quadro 5:** Coleção “Ápis” 4º ano

Critérios de análise	
Progressividade dos objetivos de aprendizagem	Fazem uma retomada dos objetivos EF03MA13 e EF03MA14 do 3º ano; (EF04MA17) Associar prismas e pirâmides a suas planificações e analisar, nomear e comparar seus atributos, estabelecendo relações entre as representações planas e espaciais; (EF04MA19) Reconhecer simetria de reflexão em figuras planas com uso de malhas quadriculadas e <i>softwares</i> de geometria; (EF04MA18) Reconhecer ângulos retos e não retos em figuras poligonais com o uso de dobraduras, esquadros e <i>softwares</i> de geometria.
Uso de recursos manipulativos e tecnologias digitais	Embalagens e objetos que lembrem a representação dos sólidos geométricos; Construção dos sólidos com massa de modelar; Planificação dos sólidos; Contorno das faces; Composições com representações de figuras planas; Malhas quadriculadas.
Transição entre os anos	As tarefas propostas sugerem a retomada e progressividade dos tópicos explorados no LD do 3º ano.

**Fonte:** Dados da pesquisa (2022).

O volume do 4º ano apresenta, desde o início da Unidade sobre os tópicos de Geometria, a retomada de Objetivos de Aprendizagem explorados no volume referente ao 3º ano, por meio de tarefas envolvendo a manipulação de objetos e construção de sólidos geométricos. Na sequência, ocorre a progressão gradativa dos objetivos (EF04MA17) e (EF04MA19), com o intuito de estabelecer relações entre as propriedades dos sólidos geométricos e das figuras planas, no trabalho com simetrias e malhas quadriculadas, como mostra a Figura 6.

**Figura 6:** Simetria e malhas quadriculadas



Fonte: Dante, 2017d, p. 48 e 50.

No entanto, não identificamos em nossa análise sugestões de tarefas que proporcionem o uso de recursos digitais para a exploração do Objetivo de Aprendizagem (EF04MA18).

Na sequência, apresentamos no Quadro 6 os Objetivos de Aprendizagem propostos pela BNCC (2018) para o 5º ano do Ensino Fundamental.

**Quadro 6:** Coleção “ÁPIS” 5º ano

Critérios de análise	
Progressividade dos objetivos de aprendizagem	(EFM5A14) Utilizar e compreender diferentes representações para a localização de objetos no plano, como mapas, células em planilhas eletrônicas e coordenadas geográficas, a fim de desenvolver as primeiras noções de coordenadas cartesianas; (EFM5A14) Utilizar e compreender diferentes representações para a localização de objetos no plano, como mapas, células em planilhas eletrônicas e coordenadas geográficas, a fim de desenvolver as primeiras noções de coordenadas cartesianas; (EF05MA16) Associar figuras espaciais a suas planificações (prismas, pirâmides, cilindros e cones) e analisar, nomear e comparar seus atributos; (EF05MA17) Reconhecer, nomear e comparar polígonos, considerando lados, vértices e ângulos, e desenhá-los, utilizando material de desenho ou tecnologias digitais; (EF05MA18) Reconhecer a congruência dos ângulos e a proporcionalidade entre os lados correspondentes de figuras poligonais em situações de ampliação e de redução em malhas quadriculadas e usando tecnologias digitais.
Uso de recursos manipulativos e tecnologias digitais	Uso de malha quadriculada; uso de esquadro, régua e dobradura.
Transição entre os anos	As tarefas propostas na Unidade 2 do livro possibilitam a retomada dos objetivos de aprendizagens relacionados à nomeação e

relacionados à nomeação e identificação de figuras planas e espaciais, considerando suas características e propriedades.

**Fonte:** Dados da pesquisa (2022).

Ao analisar o Quadro 6, observamos que os objetivos de aprendizagem (EFMA0515) e (EFMA0516), relacionados aos tópicos envolvendo localização no espaço, apesar de pouco explorados no decorrer das tarefas sugeridas pelo autor no livro, em alguns momentos trazem o trabalho com recursos manipulativos como malhas quadriculadas.

O volume da coleção “Ápis” destinado para o 5º ano traz duas unidades que tratam dos tópicos de Geometria. Na Unidade 2, o autor propõe tarefas que permitem a retomada dos Objetivos de Aprendizagem explorados dos anos anteriores (Figura 7).

**Figura 7:** Tarefas que exploram Objetivos de Aprendizagem dos anos anteriores

**Sólidos geométricos**  
Explorar Descobrir

Você já estudou os principais sólidos geométricos nos anos anteriores.

Observe as imagens de objetos que lembram a forma de alguns desses sólidos geométricos. Ligue cada objeto ao sólido geométrico correspondente o este ao nome dele. Use uma régua.

**REGULARIDADE NOS PRISMAS E NAS PIRÂMIDES**  
Explorar Descobrir

Observe estes prismas e estas pirâmides e complete o quadro para constatar uma importante regularidade que envolve o número de vértices (V), o número de faces (F) e o número de arestas (A) em todos os prismas e em todas as pirâmides. Essa regularidade é conhecida por **relação de Euler** (Lê-se: Oitar).

Regularidade em prismas e pirâmides

Sólido geométrico	V	F	A	V + A	F + 2
Cubo	8	6	12	8 + 12 = 20	6 + 2 = 8
Pirâmide de base quadrada	5	5	8	5 + 8 = 13	5 + 2 = 7
Prisma de base hexagonal	12	8	18	12 + 18 = 30	8 + 2 = 10
Prisma de base triangular	6	5	9	6 + 9 = 15	5 + 2 = 7
Pirâmide de base triangular	4	4	6	4 + 6 = 10	4 + 2 = 6

Observe a relação entre o número de vértices, de faces e de arestas nesses sólidos geométricos e complete: A soma do número de vértices com o número de faces é igual à soma do número de arestas com 2.

**Fonte:** Dante, 2017e, p. 33 e 36.

Na Figura 7 observamos duas propostas de tarefas que visam atender aos Objetivos de Aprendizagem (EFMA0516) e (EFMA0517), retomando questões relacionadas à identificação e nomeação de sólidos geométricos a partir de suas propriedades. Porém, inferimos que o autor entende que estes conceitos já são familiares aos estudantes, por terem sido de certo modo explorados nos volumes anteriores.

Dessa forma, as tarefas exploradas sugerem uma retomada dos tópicos de modo mais sucinto, sem propor elementos que permitam aos estudantes fazer uso de recursos manipulativos para auxiliar na construção dos conceitos, por exemplo. Já na Unidade 5, do volume analisado, o autor sugere uma progressão dos tópicos de Geometria, ao indicar tarefas que permitem a exploração de conceitos como ângulo (Figura 8).

**Figura 8:** Tarefas que exploram o conceito de ângulo



Fonte: Dante, 2017e, p. 106, 107 e 108.

Nas tarefas apresentadas na Figura 8, observamos o uso de recursos manipulativos como a régua, o esquadro e o trabalho com dobraduras, visando a construção do conceito de ângulo pelos estudantes.

### Tópicos de geometria na coleção “A Conquista da Matemática”: anos finais do Ensino Fundamental

No volume referente ao 6º ano, a Unidade 3 - Figuras Geométricas é a primeira a tratar da Geometria, embora o título faça menção a figuras, os autores exploram primeiramente as noções primitivas da Geometria: ponto, reta e o plano, nos dois primeiros capítulos, e tratam superficialmente de figuras espaciais nos dois últimos capítulos dessa unidade, sem estabelecer qualquer relação com as figuras planas no momento de suas planificações. O Quadro 7 aponta as habilidades e os Objetivos de Aprendizagem elencados pela BNCC para o 6º ano.

**Quadro 6:** Coleção “A Conquista da Matemática” 6º ano

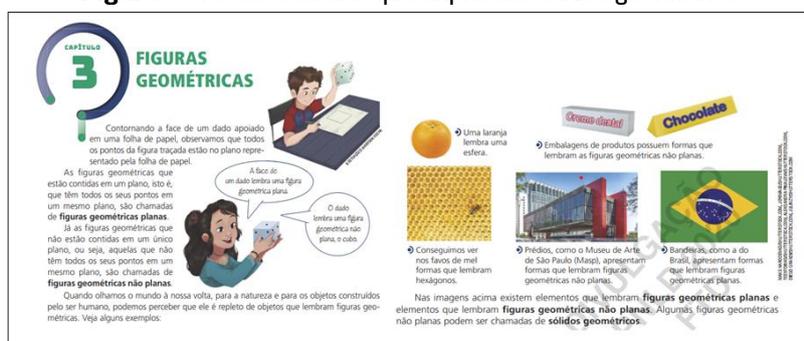
CATEGORIAS DE ANÁLISE	
Progressividade dos objetivos de aprendizagem	(EF06MA16) Associar pares ordenados de números a pontos do plano cartesiano do 1º quadrante, em situações como a localização dos vértices de um polígono; (EF06MA17) Quantificar e estabelecer relações entre o número de vértices, faces e arestas de prismas e pirâmides, em função do seu polígono da base, para resolver problemas e desenvolver a percepção espacial; (EF06MA18) Reconhecer, nomear e comparar polígonos, considerando lados, vértices e ângulos, e classificá-los em regulares e não regulares, tanto em suas representações no plano como em faces de poliedros; (EF06MA19) Identificar características dos triângulos e classificá-los em relação às medidas dos lados e dos ângulos; (EF06MA20) Identificar características dos quadriláteros, classificá-los em relação a lados e a ângulos e reconhecer a inclusão e a intersecção de classes entre eles; (EF06MA21) Construir figuras planas e semelhantes em situações de aplicação e de redução, com o uso de malhas quadriculadas, plano cartesiano ou tecnologias digitais; (EF06MA22) Utilizar instrumentos, como régua e esquadros, ou softwares para representações de retas paralelas e perpendiculares e construção de quadriláteros entre outros; (EF06MA23) Construir algoritmo para resolver situações passo a passo (como na construção de dobraduras ou na indicação de deslocamento de um objeto no plano segundo pontos de referência e distâncias fornecidas et.).

<b>Uso de recursos manipulativos e tecnologias digitais</b>	Construção de polígonos no plano cartesiano por meio da utilização do papel quadriculado; Utilização do <i>software</i> GeoGebra; Uso de transferidor (180° e 360°), régua e esquadro.
<b>Transição do 5° para o 6° ano</b>	Foi identificada uma retomada do conteúdo explorado na etapa anterior e uma ampliação quanto a progressividade de cada tópico referente ao 6° ano. Observou-se há a inserção de novos tópicos não estudados anteriormente.

Fonte: Dados da pesquisa (2022).

Ao analisar o Quadro 7, observamos que os Objetivos de Aprendizagem pouco se relacionam com a utilização de materiais manipulativos ou utilização de algum *software*. O volume do LD destinado ao 6° ano contém nove unidades e, a Geometria é abordada apenas em duas delas (três e sete). As relações entre figuras espaciais e as planas são pouco exploradas. A Figura 9 apresenta uma das poucas situações em que os autores estabelecem esse tipo de relação.

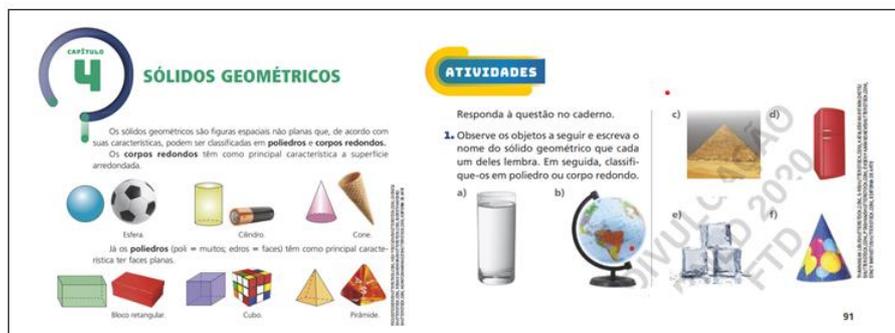
Figura 7: Teoria e tarefas que exploram sólidos geométricos



Fonte: Giovanni; Giovanni Jr; Castrucci, 2019a, p. 89.

O Objetivo de Aprendizagem (EF06MA17) que trata das figuras espaciais é explorada com uso de objetos do cotidiano como: dado (cubo mágico), bola de futebol, caixa de sapato, globo terrestre, chapéu de aniversário, pilha, casquinha de sorvete, entre outros. A Figura 10 apresenta uma das situações que os autores abordam uma tarefa com esses tópicos.

Figura 10: Teoria e tarefas que exploram sólidos geométricos

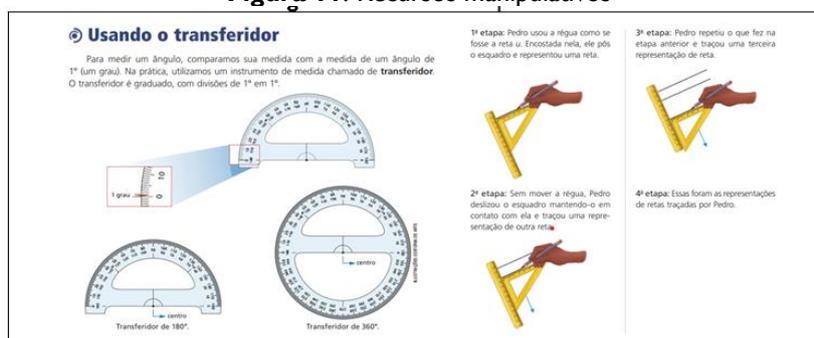


Fonte: Giovanni; Giovanni Jr; Castrucci, 2019a, p. 91.

Durante o desenvolvimento e exploração da Unidade 7, identificamos a utilização de régua e esquadro para apresentar como se realiza uma construção de retas paralelas; papel quadriculado para auxiliar na construção de polígonos no plano cartesiano. Além disso, o uso de prismas de base pentagonal, porém com arestas diferentes, para explorar o conceito de polígono regular, e uso de transferidor ( $180^\circ$  e  $360^\circ$ ) para apresentar e explorar como medir ângulos. O *software* GeoGebra é apenas utilizado na seção tecnologias para construção de um pentágono e ampliação de um quadrilátero.

A Figura 11 apresenta algumas das situações em que os autores exploram o uso dos materiais manipuláveis.

Figura 11: Recursos manipulativos



Fonte: Giovanni; Giovanni Jr; Castrucci, 2019a, p. 205 e 209.

Conforme observamos no Quadro 7, os Objetivos de Aprendizagem pouco se relacionam com a utilização de materiais manipulativos ou utilização de algum *software*. A Figura 10 apresenta uma das tarefas em que ocorre uma exploração com um objeto manipulável.

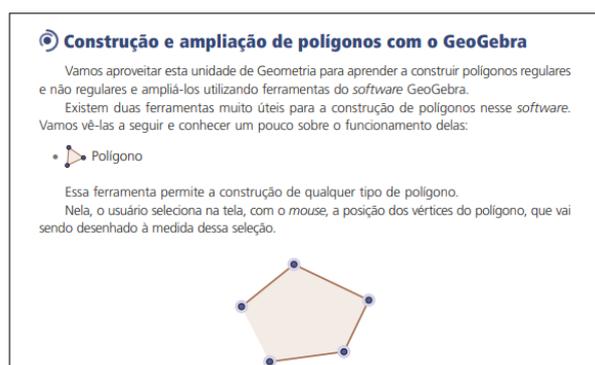
Figura 12: Polígonos regulares



Fonte: Giovanni; Giovanni Jr; Castrucci, 2019a, p. 214.

Embora a Figura 12 apresente a obtenção de um pentágono por meio de um prisma de base pentagonal, a relação entre as figuras espaciais e planas não são exploradas em nenhum momento no decorrer da abordagem desenvolvida e apresentada pelos autores a respeito da temática. Já a Figura 13 apresenta o segundo momento em que os autores exploram o *software* GeoGebra como recurso tecnológico, o qual ainda é pouco explorado.

**Figura 13:** Tecnologias



Fonte: Giovanni; Giovanni Jr; Castrucci, 2019a, p. 230.

No Quadro 8 é apresentada a progressividade dos Objetivos de Aprendizagem para o 7º ano do Ensino Fundamental.

**Quadro 8:** “Coleção Conquista de Matemática” 7º ano

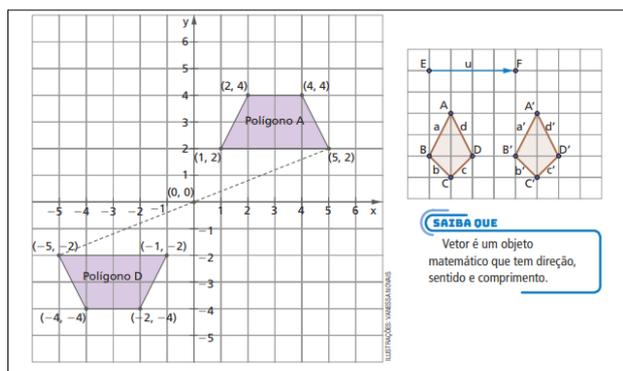
CATEGORIAS DE ANÁLISE	
<b>Progressividade dos objetivos aprendizagem</b>	(EF07MA19) Realizar transformações de polígonos representados no plano cartesiano, decorrentes da multiplicação das coordenadas de seus vértices por um número inteiro; (EF07MA20) Reconhecer e representar, no plano cartesiano, o simétrico de figuras em relação aos eixos e à origem; (EF07MA21) Reconhecer e construir figuras obtidas por simetrias de translação, rotação e reflexão, usando instrumentos de desenho ou <i>softwares</i> de geometria dinâmica e vincular esse estudo a representações planas de obras de arte, elementos arquitetônicos, entre outros; (EF07MA22) Construir circunferências, utilizando compasso, reconhecê-las como lugar geométrico e utilizá-las para fazer composições artísticas e resolver problemas que envolvam objetos equidistantes; (EF07MA23) Verificar relações entre os ângulos formados por retas paralelas cortadas por uma transversal, com e sem uso de <i>softwares</i> de geometria dinâmica; (EF07MA24) Construir triângulos, usando régua e compasso, reconhecer a condição de existência do triângulo quanto à medida dos lados e verificar que a soma das medidas dos ângulos internos de um triângulo é 180°; (EF07MA25) Reconhecer a rigidez geométrica dos triângulos e suas aplicações, como na construção de estruturas arquitetônicas (telhados, estruturas metálicas e outras) ou nas artes plásticas; (EF07MA26) Descrever, por escrito e por meio de um fluxograma, um algoritmo para a construção de um triângulo qualquer, conhecidas as medidas dos três lados; (EF07MA27) Calcular medidas de ângulos internos de polígonos regulares, sem o uso de fórmulas, e estabelecer relações entre ângulos internos e externos de polígonos, preferencialmente vinculadas à construção de mosaicos e de ladrilhamentos.

	(EF07MA28) Descrever, por escrito e por meio de um fluxograma, um algoritmo para a construção de um polígono regular (como quadrado e triângulo equilátero), conhecida a medida de seu lado.
<b>Uso de recursos manipulativos e tecnologias digitais</b>	Utilização de papel quadriculado; canudos coloridos; lápis, papel sulfite, régua e tesoura; palitos de sorvetes; compasso e régua; Utilização do <i>software</i> GeoGebra;
<b>Transição do 6º para o 7º ano</b>	Em relação à etapa anterior, observamos que nesse volume a utilização de materiais manipulativos se faz mais presente para as abordagens dos tópicos principalmente em relação à geometria.

**Fonte:** Dados da pesquisa (2022)

Os Objetivos de Aprendizagem (EF07MA19), (EF07MA20) e (EF07MA21) elencados são abordados na Unidade 3, com a utilização da malha quadriculada e do *software* GeoGebra para explorar os tipos de simetrias. Ao apresentarem situações que mesclam tarefas as quais tratam dos três tipos de simetrias com ferramentas distintas, os autores podem, com essa escolha, possibilitar aos estudantes uma construção e sistematização mais significativa do conteúdo que está sendo transmitido, pois quando relacionam a história da matemática com a arte (EF07MS21) trazem vivências para além do contexto livro – sala de aula. A Figura 14 apresenta algumas tarefas que evidenciam esses recursos.

**Figura 14:** Polígonos regulares



**Fonte:** Giovanni; Giovanni Jr; Castrucci, 2019b, p. 80 e 93.

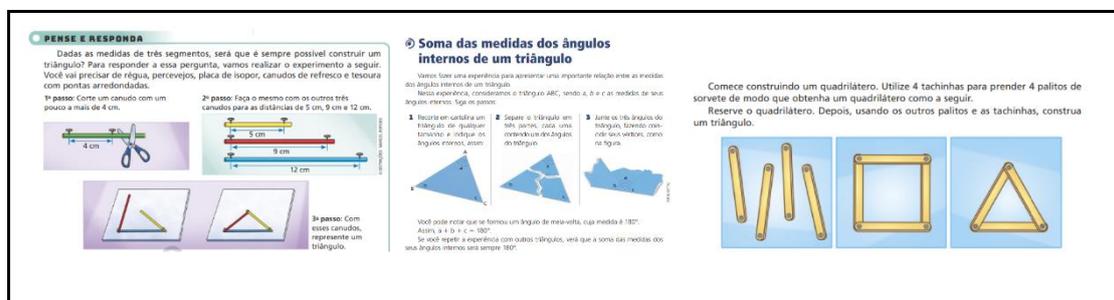
A Unidade 6 - Figuras Geométricas Planas é iniciada explorando a relação da circunferência com o relógio de sol. A utilização do transferidor é retomada e o trabalho com ângulos é ampliado em relação ao volume 6. Identificamos algo similar quando os autores abordam o tópico retas. A utilização de materiais como canudos coloridos para demonstrar a existência de um triângulo sustenta visualmente a teoria apresentada no volume do livro.

O uso do *software* GeoGebra para demonstrar quando os ângulos alternos internos e externos e os ângulos correspondentes são congruentes e por que os ângulos colaterais internos e

externos somam  $180^\circ$  é um recurso que pode contribuir para o aprendizado do estudante, pois vai além da simples visualização do que ele vê no LD, e daquilo que o seu professor lhe apresenta.

A tarefa de construir um triângulo qualquer (demarcar seus ângulos internos) com a utilização de papel sulfite, régua e tesoura para desenhar, recortar e verificar que a soma dos ângulos internos de um triângulo vale  $180^\circ$ , é também um recurso que favorece a compreensão do resultado evidenciado no LD. A estratégia da utilização de palitos de sorvetes para demonstrar a rigidez de um triângulo quando comparado a um outro polígono (ex: quadrilátero qualquer) é outro recurso que a habilidade (EF07MA25) requer para tornar tal fato mais compreensível pelo aluno. Nessa unidade o uso de materiais concretos e manipuláveis se fez bem presente. A Figura 15 apresenta algumas dessas situações exploradas pelos autores.

Figura 15: Polígonos regulares



Fonte: Giovanni; Giovanni Jr; Castrucci, 2019b, p. 182; 183 e 183.

Ao analisamos o volume 8 da coleção dos anos finais, identificamos que a retomada e a inserção de novos tópicos se fazem presentes e que as habilidades descritas no quadro são exploradas quase que na sua totalidade. O Quadro 9 apresenta os objetivos de aprendizagem e se há ou não o uso de recursos manipulativos, uso de tecnologias e a presença da progressividade entre os tópicos apresentados neste volume.

Quadro 9: “Coleção Conquista de Matemática” 8º ano

CATEGORIAS DE ANÁLISE	
Progressividade dos objetivos de aprendizagem	(EF08MA14) Demonstrar propriedades de quadriláteros por meio da identificação da congruência de triângulos; (EF08MA15) Construir, utilizando instrumentos de desenho ou <i>softwares</i> de geometria dinâmica, mediatriz, bissetriz, ângulos de $90^\circ$ , $60^\circ$ , $45^\circ$ e $30^\circ$ e polígonos regulares; (EF08MA16) Descrever, por escrito e por meio de um fluxograma, um algoritmo para a construção de um hexágono regular de qualquer área, a partir da medida do ângulo central e da utilização de esquadros e compasso; (EF08MA17) Aplicar os conceitos de mediatriz e bissetriz como lugares geométricos na resolução de problemas; (EF08MA18) Reconhecer e construir figuras obtidas por composições de transformações geométricas (translação, reflexão e rotação), com o uso de instrumentos de desenho ou de <i>softwares</i> de geometria dinâmica.
Uso de recursos manipulativos e tecnologias digitais	Uso apenas de uma dobradura para demonstrar a bissetriz de um triângulo; Uso do compasso para construção de um triângulo

	equilátero e um hexágono regular.
Transição do 7º para o 8º ano	A inserção de materiais manipuláveis é notória e a progressividade

Fonte: Dados da pesquisa (2022).

A Figura 16 ilustra como os autores iniciam a abordagem de ângulos e triângulos. É possível identificar uma estreita relação entre a história da matemática com o contexto do mundo físico. Na Unidade 3, os autores retomam conceitos explorados nos volumes anteriores e introduz novos, como estabelece a BNCC (2018).

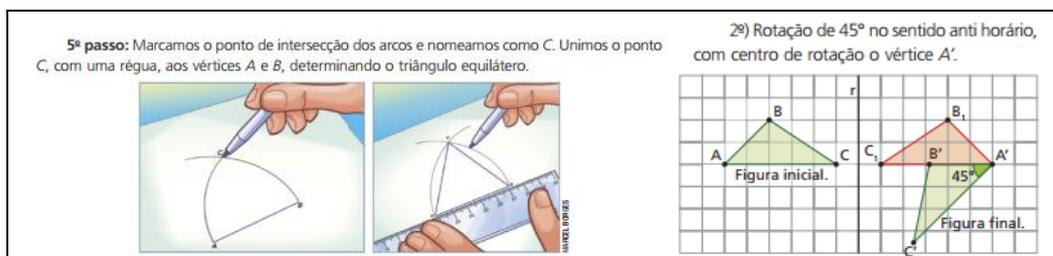
Figura 16: Ângulos e polígonos



Fonte: Giovanni; Giovanni Jr; Castrucci, 2019c, p. 64 e 65.

A Figura 17 apresenta o modo como os Objetivos de Aprendizagem (EF08MA15), (EF08MA17) e (EF08MA18) são explorados nesse volume.

Figura 17: Tarefas que fazem uso de materiais manipuláveis



Fonte: Giovanni; Giovanni Jr; Castrucci, 2019c, p. 179, 192 e 194.

Nesse volume 8 da coleção, identificamos que os Objetivos de Aprendizagem foram desenvolvidos nas duas unidades que tratam dos tópicos de Geometria. A utilização dos materiais manipuláveis e das ferramentas do GeoGebra foram apresentados relacionando o contexto de sala de aula com o cotidiano do estudante. Como evidencia a BNCC (2018), em sua quinta competência, “Utilizar processos e ferramentas matemáticas, inclusive tecnologias digitais disponíveis, para modelar e resolver problemas cotidianos, sociais e de outras áreas de conhecimento, validando estratégias e resultados” (BRASIL, 2018, p. 267) é essencial promover esse tipo de interação para os estudantes, visto que estes estão cada vez mais tecnológicos digitalmente.

O Quadro 10 apresenta as categorias de análise para o último volume da coleção “A Conquista da Matemática”.

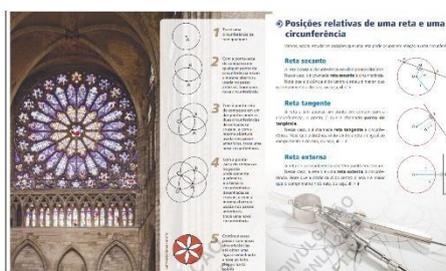
**Quadro 10:** “Coleção Conquista de Matemática” 9º ano

CATEGORIAS DE ANÁLISE	
Progressividade dos objetivos de aprendizagem	(EF09MA10) Demonstrar relações simples entre os ângulos formados por retas paralelas cortadas por uma transversal; (EF09MA11) Resolver problemas por meio do estabelecimento de relações entre arcos, ângulos centrais e ângulos inscritos na circunferência, fazendo uso, inclusive, de <i>softwares</i> de geometria dinâmica; (EF09MA10) Demonstrar relações simples entre os ângulos formados por retas paralelas cortadas por uma transversal. (EF09MA12) Reconhecer as condições necessárias e suficientes para que dois triângulos sejam semelhantes; (EF09MA13) Demonstrar relações métricas do triângulo retângulo, entre elas o teorema de Pitágoras, utilizando, inclusive, a semelhança de triângulos. (EF09MA14) Resolver e elaborar problemas de aplicação do teorema de Pitágoras ou das relações de proporcionalidade envolvendo retas paralelas cortadas por secantes; (EF09MA15) Descrever, por escrito e por meio de um fluxograma, um algoritmo para construção de um polígono regular cuja medida do lado é conhecida, utilizando régua e compasso, como também <i>softwares</i> ; (EF09MA16) Determinar o ponto médio de um segmento de reta e a distância entre dois pontos quaisquer, dadas as coordenadas desses pontos no plano cartesiano, sem o uso de fórmulas, e utilizar esse conhecimento para calcular, por exemplo, medidas de perímetros e áreas de figuras planas construídas no plano; (EF09MA17) Reconhecer vistas ortogonais de figuras espaciais e aplicar esse conhecimento para desenhar objetos em perspectiva.
Uso de recursos manipulativos e tecnologias digitais	Exploram o uso do compasso e o GeoGebra online.
Transição do 9º para Ensino Médio	Não se aplica.

**Fonte:** Dados da pesquisa (2022).

Neste volume observamos que O Objetivo de Aprendizagem (EF09MA10) retoma e amplia o tópico tratado na Unidade 3 - capítulo 1 do volume do oitavo ano. A Unidade 4, que aborda as Relações entre Ângulos, apresenta uma situação que explora a construção e uma contextualização com a Arte, utilizando exemplos de rosáceas e como construir o modelo apresentado no volume. Essa situação contribui para a exploração da circunferência no capítulo 2 dessa mesma unidade, conforme apresenta a Figura 18.

**Figura 18:** Relações entre ângulos

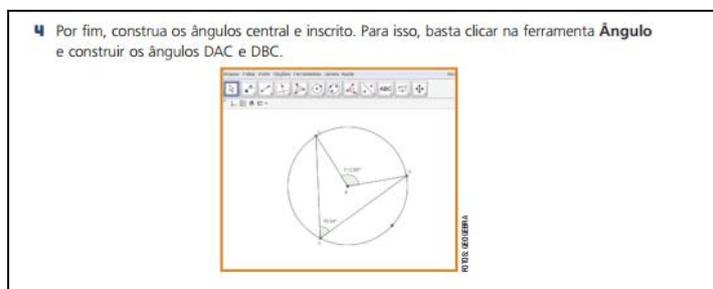


**Fonte:** Giovanni; Giovanni Jr; Castrucci, 2019d, p. 119 e 127.

Ainda nessa unidade é apresentada uma tarefa que relaciona a construção do ângulo inscrito

e ângulo central explorando suas construções com o compasso e com o uso do software GeoGebra. Além disso, é explorada a construção do ângulo inscrito e central com um objeto manipulável e uma ferramenta tecnológica. A Figura 19 apresenta essa relação.

**Figura 19:** Ângulo inscrito e ângulo central



**Fonte:** Giovanni; Giovanni Jr; Castrucci, 2019d, p. 133 e 139.

A Unidade 7 - Relações Métricas no Triângulo Retângulo e na Circunferência apresenta a demonstração do Teorema de Pitágoras por meio de um mosaico utilizado pelos egípcios, composto por triângulos retângulos, como apresenta a Figura 20.

**Figura 20:** Ângulo inscrito e ângulo central

**O triângulo retângulo e um grego famoso**

O filósofo e matemático grego Pitágoras nasceu, ao que parece, por volta de 572 a.C., na ilha egípcia de Samos. A lei e atribuída a descoberta do teorema que leva seu nome, embora esse teorema tenha sido conhecido pelos babilônios, mais de um milênio antes. Aceitamos, porém, que a primeira demonstração geral desse teorema possa ter sido feita por Pitágoras.

Pitágoras foi o fundador da famosa Escola Pitagórica, que abria de ser um centro de estudos de Filosofia, Matemática e Ciências Naturais, era uma comunidade unida por fé e amizade recíproca.

Como de fundamento, disse desde muito jovem, ora, e todos os conhecimentos construídos eram atribuídos ao fundador, e difícil saber ao certo que descobertas matemáticas se devem ao próprio Pitágoras e quais se devem a outros membros da confraria.

Para a demonstração do famoso teorema, o genial que Pitágoras e seus discípulos teriam se baseado nos conhecimentos genéticos dos egípcios e em mosaicos que eram vistos com frequência em paredes das construções do Egito antigo.

Mosaicos compostos de triângulos retângulos, parecidos com o que aqui vemos, possuem em cultura mais antiga, mesmo se tem história a posterior reconstruída na Geometria.

*Crônica de Pitágoras*

A figura abaixo reproduz um mosaico com triângulos retângulos coloridos de verde, quadrados amarelos construídos sobre a hipotenusa desses triângulos e quadrados cor-de-rosa construídos sobre os catetos.

Considerando a unidade de área dada na ilustração, podemos construir o seguinte quadro:

	Triângulo ABC	Triângulo A'B'C'	Triângulo A''B''C''
Área do quadrado construído sobre a hipotenusa	4	9	16
Área do quadrado construído sobre um cateto	2	4	8
Área do quadrado construído sobre o outro cateto	2	4	8

Observando que  $4 + 4 = 2 + 8 = 4 + 4 = 16 = 8 + 8$ , temos exemplos de uma relação válida para esses triângulos.

**Fonte:** Giovanni; Giovanni Jr; Castrucci, 2019d, p. 133 e 139.

É nesse volume que os autores retomam superficialmente as figuras espaciais por meio de projeções e vistas ortogonais, sem retomar os elementos e características das figuras espaciais. É importante salientar que a retomada e a ampliação acerca das relações entre as figuras planas e espaciais não são realizadas em nenhum dos quatro volumes, como são realizadas na coleção “Ápis”. Assim, identificamos um hiato entre o que elenca a BNCC (2018) e aquilo que é apresentado na coleção “A Conquista da Matemática”. No entanto, os objetivos de aprendizagem que o documento estabelece como essenciais são desenvolvidos no decorrer de seus quatro volumes, ao considerarmos os outros tópicos da geometria. A Figura 21 apresenta uma situação que envolve a utilização de materiais manipuláveis para demonstrar a fórmula do comprimento da circunferência.

Figura 21: Calculando o comprimento de uma circunferência



Fonte: Giovanni; Giovanni Jr; Castrucci, 2019d, p. 214.

Neste estudo procuramos verificar também como os materiais manipuláveis e as tecnologias digitais são propostas e desenvolvidas nas coleções analisadas, visto que o documento norteador de toda Educação Básica os considera essenciais.

### Considerações finais

No decorrer deste estudo, com o intuito de analisar de que modo os objetivos de aprendizagem relacionados aos tópicos de geometria estão dispostos nas coleções de livros didáticos ao longo do Ensino Fundamental, observamos que as coleções “Ápis” e “A Conquista da Matemática” apresentam tarefas que possibilitam a exploração e a progressão gradativa dos tópicos de geometria elencados pelo documento.

Os resultados evidenciam que a coleção “Ápis” aborda as primeiras noções relacionadas aos tópicos de Geometria como proposto pela BNCC (2018). Os Objetivos de Aprendizagem previstos no documento para esta etapa de ensino perpassam pelas Unidades de cada volume, específicas para o trabalho com a Geometria, possibilitando a exploração de tarefas envolvendo o uso de recursos manipulativos, como massinha de modelar, sólidos planejados, Tangram, dobraduras, entre outros, no intuito de contribuir para a construção dos conceitos geométricos pelos estudantes.

Ao longo de cada volume ocorre a retomada de conceitos já explorados nos volumes anteriores e ampliação dos tópicos de geometria de modo a garantir a progressividade dos Objetivos de Aprendizagem.

Já na coleção “A Conquista da Matemática” identificamos que as Unidades que exploram a Geometria apresentam situações em contextos que remetem ao cotidiano do estudante. Os Objetivos de Aprendizagem elencados pela BNCC (2018) são abordados no decorrer dessas unidades, porém, o progresso esperado no desenvolvimento das habilidades e competências relacionadas às relações entre as figuras planas e espaciais não são explorados pelos autores no decorrer da coleção. As geometrias são abordadas de maneira isolada e sem conexão entre a

espacial e a plana ou vice-versa. A BNCC (2018) evidencia a importância da retomada e da ampliação das aprendizagens adquiridas nas etapas anteriores, porém, quando tecemos nosso olhar para as relações entre figuras planas e espaciais, percebemos que isso não ocorre ao longo dos volumes dessa coleção.

Observamos que há a progressividade dos tópicos geométricos estabelecidos pelo documento entre as figuras planas e espaciais que são exploradas em todos os volumes da coleção “Ápis”. Já na coleção “A Conquista da Matemática” identificamos apenas em um capítulo do volume do 6º ano no qual é rapidamente abordado os tópicos relacionados aos sólidos geométricos e, depois, apenas no volume 9 e no capítulo 3 é que os autores voltam a explorar as figuras espaciais por meio das vistas, no entanto, sem realizarem uma retomada dos tipos e das classificações dos sólidos geométricos.

Os resultados nos apontam que os autores da Coleção “A conquista da Matemática” não realizam a retomada e o avanço dos tópicos de geometria explorados no decorrer dos anos iniciais, como identificamos na coleção “Ápis” quanto às figuras espaciais, conforme propõe o documento que norteou essa investigação e direciona o modo como os tópicos de Geometria precisam ser percebidos como consolidação e extensão das aprendizagens já realizadas.

A BNCC (Brasil, 2018) recomenda a exploração dos sólidos geométricos desde os primeiros anos do Ensino Fundamental, aliando-a à identificação de características das formas geométricas bidimensionais e tridimensionais e a associação de figuras espaciais às suas planificações e vice-versa.

Este estudo traz um alerta a respeito do tratamento acerca dos tópicos de geometria elencados pela BNCC, quanto às competências e habilidades e aos Objetivos de Aprendizagem na medida em que evidenciamos uma discrepância quanto à abordagem e exploração das relações entre figuras espaciais e planas propostas pelo documento nas coleções didáticas aqui analisadas. Identificamos que essas relações são mais exploradas e retomadas na coleção “Ápis”, e que na coleção “A Conquista da Matemática” essas relações se fazem pouco presentes.

No entanto, identificamos o uso de materiais manipuláveis, concretos e de tecnologias digitais, conforme indica a BNCC (2018), de modo que tais recursos possibilitam a retomada e construção do conhecimento geométrico pelo próprio estudante com a intermediação do professor.

De acordo com as análises realizadas nas coleções de livros didáticos, podemos inferir que os autores da coleção “A Conquista da Matemática” precisariam explorar as relações entre as figuras planas e espaciais, de modo mais articulado, o que não foi observado. O que algumas pesquisas que investigam o ensino aprendizagem de Geometria, como Fainguelernt (1999), Lorenzato (1995) e Almeida e Kaleff (2016) já evidenciavam apontando a importância de se partir de objetos espaciais para se chegar nos planos.

Neste sentido, faz-se necessário estudos que ampliem as discussões acerca das relações entre as figuras geométricas planas e espaciais e os modos como tais tópicos são abordados nas coleções de Livros Didáticos.

## Referências

ALMEIDA, C. R. M.; KALEFF, A. M. R. Poliedros de Platão sob uma perspectiva de educação matemática usando recursos didáticos concretos e virtuais. *In: Anais do XIII Encontro Nacional de Educação Matemática São Paulo, 13., 2016, São Paulo. Anais [...].* São Paulo: SBEM, 2016. Disponível em: [http://www.sbem.com.br/enem2016/anais/pdf/4995\\_2293\\_ID.pdf](http://www.sbem.com.br/enem2016/anais/pdf/4995_2293_ID.pdf) Acesso em: 20/03/2022.

ALMOULOUD, S. A. et al. A geometria no ensino fundamental: reflexões sobre uma experiência de formação envolvendo professores e alunos. **Revista Brasileira de Educação**, Rio de Janeiro, n. 27, p. 94-108, set./dez. 2004. Disponível em: <https://www.scielo.br/j/rbedu/a/xzRGKxDRJ6XS4ZXxLnBTkFL/?lang=pt&format=pdf>. Acesso em: 20/03/2022.

BARDIN, Laurence. **Análise de conteúdo**. São Paulo: Edições 70, 2016.

BASTOS, M. S. O livro didático nas aulas de matemática: um estudo a partir das concepções dos professores. *In: ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 8., 2004, Recife. Anais [...]* Recife: SBEM/PE, 2004. Disponível em: <http://www.sbem.com.br/files/viii/pdf/07/CC01814219765.pdf>. Acesso em: 20/03/2022.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Básica. **Fundo Nacional de Desenvolvimento da Educação**. Brasília, DF: Ministério da Educação, 2017. Disponível em: <https://www.fnde.gov.br/index.php/resolucoes/resolucoes-2017>. Acesso em: 22/03/2022.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Básica. **Base Nacional Comum Curricular: Educação Infantil e Ensino fundamental**. Brasília, DF: Ministério da Educação, 2018. Disponível em: [http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC\\_EI\\_EF\\_110518\\_versaofinal\\_site.pdf](http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC_EI_EF_110518_versaofinal_site.pdf). Acesso em: 25/03/2022

BRASIL. Decreto nº 9.099, de 18 de julho de 2017. Dispõe sobre o Programa Nacional do Livro e do Material Didático. **Diário Oficial da União**: seção I, Brasília, DF, p. 7, 19 jun. 2007. Disponível em: <https://www2.camara.leg.br/legin/fed/decret/2017/decreto-9099-18-julho-2017-785224-publicacaooriginal-153392-pe.html> Acesso em: 05/03/2022.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Básica. **Programa Nacional do Livro e Material Didático**. Brasília, DF: Ministério da Educação, 2019. Disponível em: [https://pnld.nees.ufal.br/pnld\\_2019/componente-curricular/matematica](https://pnld.nees.ufal.br/pnld_2019/componente-curricular/matematica). Acesso em: 21/03/2022.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Básica. **Programa Nacional do Livro e Material Didático**. Brasília, DF: Ministério da Educação., 2020. Disponível em: [https://pnld.nees.ufal.br/pnld\\_2020/componente-curricular/pnld2020-matematica](https://pnld.nees.ufal.br/pnld_2020/componente-curricular/pnld2020-matematica). Acesso em: 21/03/2022.

COSTA, M. S.; AVELLATO, N. S. G. Livro didático de matemática: análise de professoras polivalentes em relação ao ensino de geometria. **Vidya**, v. 30, n. 2, p. 71-80, jul./dez. 2010. Disponível em: <https://periodicos.ufn.edu.br/index.php/VIDYA/article/viewFile/312/285>. Acesso em: 15/03/2022.

CURY, F. G. Análise de um livro didático de geometria plana apoiada na hermêutica de profundidade. **ZETETIKÉ**, v. 27, p. 1-21, 2019. doi: <https://doi.org/10.20396/zet.v27i0.8654251>. Acesso em: 15/03/2022.

DANTE, L.R. **Ápis Matemática 1º ano**. 3. ed. São Paulo: Ática, 2017a.

DANTE, L.R. **Ápis Matemática 2º ano**. 3. ed. São Paulo: Ática, 2017b.

DANTE, L.R. **Ápis Matemática 3º ano**. 3. ed. São Paulo: Ática, 2017c.

DANTE, L.R. **Ápis Matemática 4º ano**. 3. ed. São Paulo: Ática, 2017d.

DANTE, L.R. **Ápis Matemática 5º ano**. 3. ed. São Paulo: Ática, 2017e.

FAINGUELERNT, E. K. **Matemática: Representação e Construção em Geometria**. Porto Alegre: Artmed, 1999.

FONSECA, A. G.; VILELA, D. S. Livros Didáticos e Apostilas: o currículo de matemática e a dualidade do ensino médio. **Bolema**, Rio Claro (SP), v. 28, n. 49, p. 557-579, abr. 2014. Disponível em: <https://www.scielo.br/j/bolema/a/8fBPc8sh4qh3KGZXstjdsLv/abstract/?lang=pt>. Acesso em: 12/03/2022.

GIL, A. C. **Como Elaborar Projetos de Pesquisa**. 4. ed. São Paulo: Editora Atlas S.A, 2002.

GIOVANNI, J. R.; JÚNIOR, J. R. G.; CASTRUCCI, B. **A Conquista da Matemática 6**. 4 ed. São Paulo: FTD, 2019a.

GIOVANNI, J. R.; JÚNIOR, J. R. G.; CASTRUCCI, B. **A Conquista da Matemática 7**. 4 ed. São Paulo: FTD, 2019b.

GIOVANNI, J. R.; JÚNIOR, J. R. G.; CASTRUCCI, B. **A Conquista da Matemática 8**. 4 ed. São Paulo: FTD, 2019c.

GIOVANNI, J. R.; JÚNIOR, J. R. G.; CASTRUCCI, B. **A Conquista da Matemática 9**. 4 ed. São Paulo: FTD, 2019d.

LAJOLO, M. Livro didático: um (quase) manual do usuário. **Em aberto**, v. 16, n. 69, Brasília, 1996. Disponível em: <http://www.emaberto.inep.gov.br/ojs3/index.php/emaberto/article/view/2368>. Acesso em: 15/03/2022.

LOCATELLI, S. C. **Ensino de Geometria: O que revelam as tarefas escolares?** 2015. 148f. Dissertação (Mestrado em Educação) – Universidade Estadual de Maringá, Maringá, 2015. Disponível em: <http://www.ppe.uem.br/dissertacoes/2015/2015%20-%20Sueli.pdf>. Acesso em: 10/03/2022.

LORENZATO, S. Por que não ensinar Geometria? **Educação Matemática em Revista**. SBEM, Brasília, n. 4, p. 3-13, 1995. Disponível em: [http://professoresdematematica.com.br/wa\\_files/0\\_20POR\\_20QUE\\_20NAO\\_20ENSINAR\\_20GEOMETRIA.pdf](http://professoresdematematica.com.br/wa_files/0_20POR_20QUE_20NAO_20ENSINAR_20GEOMETRIA.pdf). Acesso em: 21/03/2022.

Olhar de professor, Ponta Grossa, v. 25, p. 1-27, e-20423.067, 2022. Disponível em <<https://revistas2.uepg.br/index.php/olhardeprofessor>>

LORENZATO, S. **Para aprender matemática**. Campinas: Autores Associados, 2006.

MACEDO, J. A.; BRANDÃO, D. P.; NUNES, D. M. Limites e possibilidades do uso do livro didático de matemática nos processos de ensino e de aprendizagem. **Educação Matemática Debate**, v. 3, n. 7, p. 68-86, jan./abr. 2019. Disponível em:  
<https://www.redalyc.org/journal/6001/600166634004/movil/>. Acesso em: 20/03/2022.

MOURA, L. K. J; KRINDGES, A; WIELEWSKI, G. D. As vantagens do modelo de Van Hiele no ensino de Geometria. **Educação Matemática em Revista**. v. 2, n. 21, p. 56-65, nov. 2020. DOI:  
<https://doi.org/10.37001/EMR-RS.v.2n.21.2020.p.56-65>. Acesso em: 20/03/2022.

OLIVEIRA, E. M. Q. **O uso do livro didático de matemática por professores do ensino fundamental**. 2007. 152 f. Dissertação (Mestrado em Educação) - Programa de Mestrado em Educação, Universidade Federal de Pernambuco, Recife, 2007. Disponível em:  
<https://repositorio.ufpe.br/handle/123456789/4542>. Acesso em: 21/03/2022.

Recebido em: 28 de abril de 2022.

Versão corrigida recebida em: 29 de setembro de 2022.

Aceito em: 13 de outubro de 2022.

Publicado online em: 22 de dezembro de 2022.

