ISSN Eletrônico: 1984-0187
ISSN Impresso: 1518-5648

https://doi.org/10.5212/OlharProfr.v.29.26586.047

Registros de representações semióticas em combinatória: uma pesquisa diagnóstica com estudantes de pedagogia de uma instituição pública do Pará (BR)

Registers of semiotic representations in combinatorics: a diagnostic survey with pedagogy students from a public institution in Para (BR)

Registros de representaciones semióticas en combinatoria: un estudio diagnóstico con estudiantes de pedagogía de una institución pública en Pará (Brasil)

Reinaldo Feio Lima[1]
https://orcid.org/0000-0003-2038-7997
Paulo Cesar Oliveira[2]
https://orcid.org/0000-0003-2514-904X
Cristiane de Arimatéia Rocha[3]
https://orcid.org/0000-0002-4598-2074

Resumo: Este estudo objetiva analisar os registros produzidos por estudantes de Pedagogia em atividades de Combinatória, cujo aporte teórico baseia-se na Teoria dos Registros de Representação de Duval. Trata-se de pesquisa diagnóstica de caráter descritivo e analítico, realizada com 20 estudantes do quarto semestre do curso de Pedagogia, de uma Instituição de Ensino Superior do interior do Pará, que responderam três questionários com duas questões cada, e, para efeito deste estudo, foram analisadas e discutidas duas delas que envolviam o estudo de Combinatória. Os procedimentos de produção de dados foram observação, gravação em áudio e

[1] Doutor em Educação pela Universidade Federal da Bahia (UFBA). Docente da Universidade Federal do Pará, campus de Abaetetuba. Credenciado como docente permanente no Programa de Pós-Graduação em Educação Especial (PPEESP-/UFPA) e no Programa de Pós-Graduação de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional (PROFMAT – UFPA). E-mail: reinaldo.lima@ufpa.br

[2] Doutor em Educação pela Universidade Estadual de Campinas (UNICAMP). Docente no curso de Licenciatura em Matemática e no programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências Exatas (PPGECE), campus Sorocaba (PPGEd-So). E-mail: paulooliveira@ufscar.br

[3] Doutora em Educação Matemática e Tecnológica (EDUMATEC/UFPE). Docente do Curso de Matemática-Licenciatura do Núcleo de Formação Docente, Campus do Agreste, da Universidade Federal de Pernambuco (UFPE). Docente Permanente dos Programas de Pós-Graduação em Educação Contemporânea (PPGEDUC) e em Educação Matemática e Tecnológica (EDUMATEC/UFPE). E-mail: cristiane.arocha@ufpe.br

registro das produções escritas dos estudantes no estudo de Combinatória. De acordo com os resultados da análise dos dados, foi possível observar que os estudantes de Pedagogia mobilizaram o registro de partida, a língua natural (enunciado), para os registros de chegada, situação esquemática e numérica pela aplicação do Princípio Multiplicativo da Contagem.
Palavras-chave: Licenciatura em Pedagogia. Ensino de combinatória. Diagnóstico. Representação na linguagem natural. Representação numérica.

Abstract: This study aims to analyze the records produced by Pedagogy students in Combinatorics activities, whose theoretical framework builds on Duval's Theory of Representational Records. It is diagnostic research of a descriptive and analytical kind carried out with 20 students in the fourth semester of the Pedagogy course from a Higher Education Institution in the interior of Para who answered three questionnaires with two questions each. In this research, we analyzed and discussed two of them that involved the study of Combinatorics. The data production procedures were observation, audio recording, and the recording of student's written productions in the study of Combinatorics. According to the results of the data analysis, it was possible to observe that the Pedagogy students mobilized the starting register, the natural language (statement) for the arrival registers, schematic, and numerical situation by applying the Multiplicative Principle of Counting.
Keywords: Bachelor's degree in Pedagogy. Teaching combinatorics. Diagnosis. Representation in natural language. Numerical representation.

Resumen: Este estudio tiene como objetivo analizar los registros producidos por estudiantes de Pedagogía en actividades de Combinatoria, basándose en la Teoría de Registros Representacionales de Duval. Se trata de un estudio diagnóstico descriptivo y analítico realizado con 20 estudiantes de cuarto semestre de Pedagogía de una institución de educación superior del interior del estado de Pará. Los estudiantes respondieron tres cuestionarios con dos preguntas cada uno, y para los fines de este estudio, se analizaron y discutieron dos de las preguntas relacionadas con la Combinatoria. Los procedimientos de recolección de datos incluyeron observación, grabación de audio y registro de las producciones escritas de los estudiantes durante el estudio de la Combinatoria. Según los resultados del análisis de datos, se observó que los estudiantes de Pedagogía movilizaron el registro inicial, el lenguaje natural (enunciado), para los registros de llegada, situaciones esquemáticas y numéricas, mediante la aplicación del Principio de Conteo Multiplicativo.
Palabras clave: Grado en Pedagogía. Enseñanza de la combinatoria. Diagnóstico. Representación del lenguaje natural. Representación numérica.

Introdução

A Análise Combinatória, enquanto objeto de conhecimento, tem sido estudada por educadores matemáticos com maior ênfase a partir da homologação dos Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Fundamental – PCN (Brasil, 1998) e, mais recentemente, do documento normativo Base Nacional Comum Curricular – BNCC (Brasil, 2018). Assim, temos como pressuposto que o aumento quantitativo e qualitativo de pesquisas nessa área foi impulsionado pelo fato de este objeto matemático ser parte integrante da formação dos estudantes desde os anos iniciais do Ensino Fundamental, conforme habilidades e competências descritas nos referidos documentos curriculares nacionais e, por consequência, suscitar um olhar sobre a formação inicial e continuada de professores que ensinam Matemática na Educação Básica.

Estudos envolvendo o mapeamento de pesquisas brasileiras, na modalidade Estado da Arte, reforçam este pressuposto. Silva e Pessoa (2015), por meio de um levantamento bibliográfico sobre um montante de 43 artigos científicos, publicados em anais de eventos científicos nacionais e

internacionais, ocorridos no Brasil de 2009 a 2013, apresentaram resultados sobre o desenvolvimento do raciocínio combinatório. De modo abrangente, essas pesquisadoras se apoiaram em Teixeira (2013, p. 5) para conceber que o raciocínio combinatório,

> […] é um conjunto de ações cognitivas, não inatas ao sujeito, que permitam a ele encaminhar procedimentos de seleção, partição ou colocação, de objetos, pessoas, números ou letras, combinando-os adequadamente de modo que o resultado dessas ações tenha significado, obedeça sistematizações e sua representação possa ser feita utilizando diferentes linguagens: língua materna (a primeira língua que se aprende, pode ser Libras ou de Sinais), verbal, matemática, gráfica ou na forma de tabelas – como meio de produzir, expressar e comunicar ideias, interpretando diferentes intenções e situações.

De acordo com Silva e Pessoa (2015), a leitura minuciosa das 43 produções acadêmicas permitiu agrupá-las nas seguintes categorias *a posteriori*: 1) estudos de sondagem com alunos de diferentes níveis de ensino; 2) relatos de experiência; 3) estudos com professores; 4) estudos de intervenções com alunos de diferentes níveis de ensino; 5) estudos com a utilização de recursos, ou, mais especificamente, como são abordados os problemas de raciocínio combinatório em livros didáticos e a utilização de *softwares* para o ensino. Campos e Igliori (2021) analisaram 21 produções, entre teses e dissertações brasileiras, com o objetivo de ampliar a compreensão do espaço investigativo sobre o ensino e a aprendizagem da Combinatória na Educação Básica, a partir de cinco categorias de análise *a posteriori*: propostas de ensino e/ou sequências didáticas; documentos curriculares (PCN e BNCC) e livros didáticos; formação de professores; recursos para o ensino da Análise Combinatória e estratégias de resolução de problemas combinatórios.

Em um comparativo entre a pesquisa de Silva e Pessoa (2015) e a de Campos e Igliori (2021), no que diz respeito à resolução de problemas combinatórios, encontramos lacunas expostas em ambos os trabalhos supracitados. Campos e Igliori (2021, p.18) consideram relevante o "investimento em pesquisas sobre as estratégias de resolução de problemas combinatórios", com o objetivo de aprofundar a compreensão da constituição do próprio raciocínio combinatório, a partir da diversidade de representações matemáticas. Silva e Pessoa (2015) defendem que a formação continuada de professores aborde aspectos como os diferentes significados dos problemas combinatórios e a diversidade de representações matemáticas, de modo a promover o desenvolvimento do raciocínio combinatório nos diferentes níveis de ensino.

O relato da presente pesquisa leva em conta a formação inicial do professor que ensina Matemática, especificamente de estudantes de Pedagogia envolvidos com a diversidade de representações matemáticas que podem ser mobilizadas e coordenadas em atividades de resolução de problemas combinatórios. Para Morgado et al. (1991, p. 1), a Análise Combinatória é concebida como "a parte da Matemática que analisa estruturas e relações discretas". Merayo (2001) esclarece que a

Análise Combinatória é a técnica de saber quantos objetos há em um conjunto sem realmente ter que contá-los. Já para Kavousian (2008), esse campo do conhecimento envolve o estudo de maneiras de listar e organizar elementos de conjunto de acordo com regras específicas.

Nesse estudo, o termo Análise Combinatória é considerado um sinônimo de Combinatória e se refere à área da Matemática que estuda coleções finitas de objetos que satisfazem critérios específicos e busca contar os objetos dessas coleções (Lima; Borba, 2018). Santos e Gontijo (2022) argumentam que a Combinatória apresenta, muitas vezes, situações-problema com enunciados simples, cujas resoluções são não triviais, exigindo, assim, uma compreensão do problema para saber quando somar, multiplicar, subtrair ou dividir. Tal exigência, diante de problemas combinatórios, contribui diretamente para o entendimento dos processos de enumeração, podendo auxiliar na formulação de conjecturas, generalizações; no estudo de mapeamentos, classes de equivalência e desenvolvimento do pensamento sistemático.

Por causa da inserção deste trabalho em um projeto de pesquisa robusto, aqui, apresentamos os resultados preliminares de um estudo diagnóstico com estudantes do curso de Pedagogia, na disciplina de Fundamentos Teóricos e Metodológicos do Ensino de Matemática, durante a resolução de dois problemas, mais especificamente: que representações semióticas entre registros são mobilizadas e coordenadas por estudantes de Pedagogia, envolvidos com atividades de Combinatória?

A justificativa desta teoria, segundo Duval (2003, 2012), é que o objeto matemático, por ser de natureza abstrata, nesse caso, a Combinatória, não é acessível, e por esse motivo precisa ser representado, já que "os objetos matemáticos não estão diretamente acessíveis à percepção ou à experiência intuitiva imediata, como são os objetos comumente ditos 'reais' ou 'físicos'. É preciso, portanto, dar representantes" [...] (Duval, 2012, p.268). Dentre as representações, temos as mentais e semióticas, ou seja, "as representações mentais recobrem o conjunto de imagens e, mais globalmente, as conceitualizações que um indivíduo pode ter sobre um objeto, sobre uma situação e sobre o que lhe é associado" (Duval, 2012, p. 269). Já as representações semióticas "são produções constituídas pelo emprego de signos pertencentes a um sistema de representações que tem inconvenientes próprios de significação e de funcionamento" (Duval, 2012, p. 269).

De modo geral, a representação é uma forma de externalizar aquilo que estamos pensando; em particular, na Matemática, as representações semióticas são utilizadas para externalizar as ações mentais decorrentes da apreensão de saberes, frequentemente apresentadas por meio de registros escritos (Batista; Merlini, 2024).

A continuidade da redação deste relato de pesquisa contempla as seguintes seções:

1) Discussão sobre Educação Combinatória na/para formação inicial de professores;

2) Descrição da perspectiva teórica utilizada;

3) Descrição do método e materiais utilizados;

4) Apresentação e discussão dos resultados obtidos; e, por fim,

5) Considerações finais e possíveis implicações suscitadas a partir da investigação.

A combinatória na formação inicial de professores que ensinam matemática

Há 55 anos, Kapur (1970, p.114) defendia a inserção da Combinatória no currículo da Educação Básica, uma vez que "tem problemas adequados para todos os graus". No Brasil, essa inserção ocorre mais explicitamente na publicação dos Parâmetros Curriculares Nacionais, há quase 30 anos, que orienta o trabalho com diferentes problemas combinatórios desde os anos iniciais do Ensino Fundamental (Brasil, 1998). Pesquisadores como Pessoa e Borba (2009) identificam que crianças dos anos iniciais do Ensino Fundamental, antes mesmo de terem vivenciado o ensino formalmente, já arriscam estratégias de listagens, árvores de possibilidades mesmo sem esgotar as possibilidades do problema combinatório. As autoras afirmam que o papel das representações inseridas ou utilizadas nos problemas combinatórios podem influenciar a resolução.

Nesse sentido, para auxiliar no amplo desenvolvimento do raciocínio combinatório, Borba, Rocha e Azevedo (2015, p. 1357) afirmam que "é necessária a utilização de diferentes situações, com seus invariantes correspondentes, e o uso de diversificadas representações simbólicas". No entanto, para que esse desenvolvimento seja alcançado, é necessário que práticas docentes explorem diferentes situações, invariantes e representações no ensino e na aprendizagem de Combinatória. Em estudo de sondagem desenvolvido com professores dos anos iniciais do Ensino Fundamental, Borba, Pessoa e Rocha (2013) observaram que apesar de reconhecerem a característica multiplicativa dos problemas combinatórios, não conseguiram apontar acertos e erros em resolução de problemas de estudantes, necessitando, para esse fim, do conhecimento das estruturas combinatórias e das estratégias evidenciadas pelos estudantes.

Borba et al. (2014) apresentaram um estudo de formação continuada com uma professora dos anos iniciais do Ensino Fundamental, comparando os avanços a partir de entrevistas realizadas antes e após o processo formativo vivenciado. As autoras evidenciaram que, após esse processo, a professora conseguiu distinguir os invariantes de diferentes tipos de problemas combinatórios e analisou com maior propriedade os protocolos de resolução de estudantes. As autoras defenderam, ainda, que "processos de formação – iniciais e continuadas – podem auxiliar professores a uma melhor compreensão da Combinatória – tanto em seus aspectos de conteúdo quanto referentes ao ensino e à aprendizagem da mesma" (Borba et al., 2014, p.134).

Silva e Santos (2023) relataram um processo de formação continuada com professores dos anos iniciais sobre problemas combinatórios e verificaram que, dentre os invariantes, o que teve

melhor compreensão foi o de escolha, mas houve dificuldades com relação ao invariante de ordenação. Rocha, Montenegro e Borba (2023) discutiram sobre os desafios e as possibilidades de ensinar Combinatória, e apontaram que professores dos anos iniciais possuem maior domínio de problemas combinatórios quando esses envolvem uma grandeza numérica menor ou utilizam na resolução procedimentos menos formais.

Lima, Gadelha e Borba (2017, p. 125) investigaram o desempenho de grupos distintos na resolução de problemas combinatórios. Dois desses grupos foram alunos do curso de Pedagogia do primeiro período e do sexto ao décimo período. Com os estudantes do primeiro período, as principais estratégias utilizadas foram o "Princípio Fundamental da Contagem (PFC), o uso de multiplicação direta e listagens com generalização". Já estudantes dos períodos finais do curso sentem dificuldades com o registro de estratégias usadas na resolução com ênfase na multiplicação direta. O último grupo obteve desempenho menor que o grupo no início do curso. Esses resultados apontam a necessidade de que a Combinatória seja discutida desde a formação inicial em cursos de Pedagogia.

Dessa forma, práticas formativas sobre o ensino de Combinatória devem ser adotadas por professores formadores em cursos de Pedagogia, elencando, para além das resoluções desses problemas, a compreensão da "exigência de esgotamento das possibilidades e que tipo de representações pode usar em cada ano escolar, para que possa permitir uma transição adequada do conteúdo" (Rocha; Montenegro; Borba, 2023, p. 98).

As representações no ensino de Combinatória podem ser observadas à luz da Teoria de Registros de Representação Semiótica – TRRS (Duval, 2003), principalmente porque, segundo esta teoria, "a conceitualização deve ser capaz de identificar traços que sejam perceptíveis da representação do conceito, de tratar adequadamente representações do conceito, bem como de converter uma forma de representação do conceito em outra (s) forma (s) equivalente (s)" (Borba; Azevedo; Bittar, 2016, p. 3). Borba, Azevedo e Bittar (2019) analisaram coleções de livros didáticos dos anos iniciais e constataram a presença de diferentes tipos de registros de representação em problemas combinatórios: desenho, gráfico, lista, linguagem natural, expressão numérica, quadro e árvore de possibilidades. As autoras ainda verificaram que as conversões mais comuns realizadas pelos livros didáticos analisados são de linguagem natural e desenhos para listagens, para expressões numéricas ou para outros desenhos.

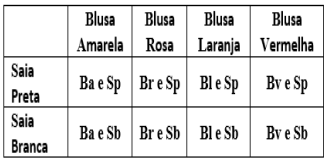
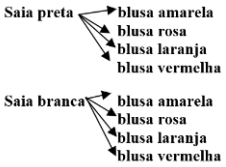
Tal resultado mostra que esses livros propõem múltiplas formas de conversão: com base na discussão de Borba et al. (2014), Borba, Azevedo e Bittar (2016), Silva e Santos (2023) sobre os tipos de problemas combinatórios, seus invariantes e representações, e na discussão de Duval (2003, 2012, 2013) sobre a identificação de registros de representação semiótica referentes a problemas combinatórios.

Na Tabela 1, observamos possíveis registros de representação semiótica para problemas de produto de medidas.

TABELA 1 - Registros de Representação Semiótica do tipo de problema produto de medidas

Problema de produto de medidas: Raissa possui quatro blusas (amarela, rosa, laranja e vermelha) e duas saias (preta e branca). De quantas maneiras diferentes ela poderá se vestir usando uma de suas blusas e uma de suas saias?

Invariante: Escolha

Registro Linguagem natural	**Registro figural**	**Registro figural**	**Registro numérico**
Blusa amarela e saia preta; **Blusa amarela e saia branca;** **Blusa rosa e saia preta;** **Blusa rosa e saia branca;** **Blusa laranja e saia preta;** **Blusa laranja e saia branca;** **Blusa vermelha e saia preta;** **Blusa vermelha e saia branca;**			4 x 2 = 8
Listagem sistemática	**Tabela**	**Árvore de possibilidades**	**Princípio Fundamental da Contagem**

Fonte: Os autores, 2025.

O invariante de escolha deste tipo de problema 'produto de medidas' transparece ao escolhermos um elemento do conjunto de saia e outro do conjunto de blusa, para relacioná-los na estruturação de uma única possibilidade. É possível verificar que na conversão entre os registros em língua natural para os registros figurais (tabela e árvore de possibilidades) é de fato mais congruente que para o registro numérico, uma vez que é possível relacionar uma mesma possibilidade (blusa amarela e saia preta) em cada registro. No registro numérico, apenas o número de elementos de cada conjunto (blusa e saia) é representado, e não necessariamente a escolha realizada em cada um. Também, neste tipo de registro a estrutura da possibilidade (constituída nesse caso específico de uma saia e uma blusa) não é apresentada, apenas a quantidade de possibilidades. Na Tabela 2 temos possíveis registros de representação semiótica para problemas de arranjo.

TABELA 2 - Registros de Representação Semiótica do tipo de problema de arranjo (os autores, 2025)

Problema de Arranjo: As quartas de finais da copa do mundo de voleibol serão disputadas pelas seguintes seleções: Brasil, França, Bulgária e Rússia. De quantas maneiras diferentes podemos ter os três primeiros lugares?

Invariante: Escolha e Ordenação

Registro Esquemático (listagem)	**Registro numérico**	**Registro Simbólico**
BR, FR, BU **BU, FR, BR** **FR, BR, BU** **RU, BR, BU** **BR, FR, RU** **BU, FR, RU** **FR, BR, RU** **RU, BR, FR** **BR, BU, FR** **BU, BR, FR** **FR, BU, BR** **RU, BU, BR** **BR, RU, FR** **BU, RU, FR** **FR, RU, BR** **RU, FR, BR** **BR, BU, RU** **BU, BR, RU** **FR, BU, RU** **RU, BU, FR** **BR, RU, BU** **BU, RU, BR** **FR, RU, BU** **RU, FR, BU**	**4 x 3 x 2 = 24**	$A_{4,3} = \frac{n!}{(n-p)!} = \frac{4!}{(4-3)!}$ $A_{4,3} = 4.3.2 = 24$
Listagem sistemática	**Princípio Fundamental da Contagem**	**Fórmula**

Fonte: Os autores (2025).

No registro esquemático, observamos o invariante de 'escolha' ao eleger apenas três seleções para a configuração da possibilidade, e o invariante de 'ordenação' quando contar como possibilidades diferentes (BR, FR, BU) e (BR, BU, FR). Nesse caso, a maior congruência ocorre entre o registro numérico e o registro simbólico, pois o que está representado é o número de possibilidades de escolha para cada lugar no pódio e a quantidade de possibilidades finais.

Nessa perspectiva, podemos afirmar que a formação inicial de professores que ensinam Matemática, especialmente nos cursos de Pedagogia, devem contemplar não apenas problemas combinatórios, mas também atividades que mobilizem e articulem diferentes registros de representação semiótica, conforme proposto por Duval (2003). A compreensão dos invariantes dos problemas combinatórios — como escolha e ordenação — demanda identificação, produção e conversão entre registros de representações diversos.

Desse modo, ao inserir a TRRS nas práticas formativas, é favorecido o desenvolvimento de uma visão mais ampla sobre a aprendizagem da Combinatória, ampliando também a competência dos futuros professores na análise das estratégias dos estudantes, no planejamento de atividades significativas e na proposição de transições adequadas entre formas de representação ao longo dos anos escolares.

Registros de Representação Semiótica

A Teoria dos Registros de Representação Semiótica (TRRS) foi desenvolvida pelo filósofo e psicólogo francês Raymond Duval, com estudos e publicações ocorridas a partir dos anos de 1970.

No Brasil, a publicação do capítulo de livro "Registros de representações semióticas e funcionamento cognitivo da compreensão em Matemática" (Duval, 2003) tornou-se referência básica e de difusão de seu trabalho, pautado nos fenômenos cognitivos de compreensão e de aprendizagem relacionados à atividade matemática. Uma contribuição capital desta teoria, no que diz respeito às pesquisas relacionadas à aprendizagem matemática, está vinculada à dificuldade de aprendizagem deste objeto de conhecimento, pelo "fato de que se trata de conhecimentos que não se descobrem e nem se explicam como os outros conhecimentos de física", por exemplo (Freitas; Rezende, 2020, p.16).

O porquê desta afirmação reside no caráter cognitivo e epistemológico específico da Matemática (Freitas; Rezende, 2020). É importante ratificar que o acesso ao objeto matemático não é de natureza perceptiva como a utilização de um microscópio, por exemplo. Pelo contrário, para Duval (2003, 2012), o estudo do objeto matemático, abstrato em sua essência, só será possível se recorrermos à noção de representação e sua compreensão dar-se-á com a capacidade cognitiva de distinguir um objeto de sua representação.

Em termos de processo de ensino e aprendizagem, Duval (2016) alerta que não basta que o sujeito conheça o conteúdo de um registro, ou mesmo de vários isoladamente, é preciso que transite e coordene diversas representações semióticas entre registros, pois nenhuma representação desta natureza é completa por si quando pensamos no acesso ao objeto de conhecimento, no caso, a Combinatória. Tal processo de mobilização e coordenação de representações semióticas entre registros é o resultado da exteriorização de representações mentais, dado o pressuposto de que se o indivíduo apreende saberes ele é capaz de representar e cada representação tem conteúdo e significado próprios em relação ao objeto matemático (Charlot, 2000).

Em amplo sentido, entendemos que os registros de representações semióticas são o resultado de uma produção pelo emprego de regra de sinais ou de símbolos, que são expressos, no caso da Combinatória, por meio da língua natural (enunciados envolvendo processos de contagem ou na resolução em procedimentos de listagem), registro figural (tabela, diagrama de árvore ou esquemas para enumeração de elementos) e o registro simbólico na forma algébrica (uso de fórmulas) ou numérica (contagem de agrupamentos possíveis de elementos, segundo critérios de escolha ou ordenação).

Na formação das representações semióticas, enquanto atividade cognitiva, esse trânsito se faz mediante dois tipos de transformações de representações semióticas que são totalmente diferentes: os tratamentos e as conversões. O tratamento é a transformação de uma representação no próprio registro onde ela é formada, ou seja, é uma transformação interna a um registro. Almagro e Oliveira (2021), em sua pesquisa, propuseram o seguinte enunciado de tarefa para estudantes da 2ª série do Ensino Médio: "no nosso cotidiano muitas situações são de natureza aleatória; ou seja, situações nas quais suas ocorrências não podem ser antecipadas, embora satisfaçam condições básicas para podermos fazer previsões sobre os acontecimentos. Conte sobre alguma situação que você julga ser de natureza aleatória".

Em termos de representação semiótica, era esperada a utilização da língua natural e/ou materna para expressar de forma escrita a resposta, levando em conta termos próprios da linguagem probabilística em diversos contextos como previsões climáticas, por exemplo.

Almagro e Oliveira (2021) formularam o seguinte problema: "em um globo usado para sorteio em loteria, foram colocadas três bolas idênticas numeradas com 2, 5 e 7. Vamos formar números de três algarismos sorteando essas bolas". Depois de cada sorteio, a bola é recolocada no globo. "Quantos números diferentes podem ser formados dessa maneira?" Era esperada do aluno uma conversão da representação semiótica entre o registro da língua natural (enunciado) e o registro simbólico (forma numérica), pela aplicação do Princípio Multiplicativo da Contagem. Essa conversão pode requerer um registro auxiliar na forma de diagrama de árvore (registro figural) para o processo de resolução do

problema. No que se refere à atividade cognitiva de conversão das representações semióticas entre registros, Duval (2016) utilizou este termo para denotar as transformações de registros que ocorrem quando há mudança de sistema semiótico de representação em referência ao mesmo objeto matemático.

Na sequência, apresentamos o percurso metodológico da pesquisa que utilizamos para produção e análise dos dados.

Percurso metodológico da pesquisa

A investigação aqui apresentada abarcou a análise qualitativa dos registros emergentes na resolução de problemas combinatórios, já que "tem como objetivo primordial a descrição das características de determinada população ou fenômeno ou, então, o estabelecimento de relações entre variáveis" (Gil, 2002, p. 42), de caráter analítico-descritivo, no qual se está "interessado em descobrir e observar fenômenos, procurando descrevê-los, classificá-los e interpretá-los" (Rudio, 1992, p. 56). Assim, nosso interesse foi "buscar conhecer e interpretar a realidade, contudo, sem modificá-la" (Rudio, 2015, p. 69).

Participaram da presente pesquisa 20 estudantes do quarto semestre do curso de Pedagogia, de uma Instituição de Ensino Superior do interior do Pará. Estes estudantes são referidos no texto como E1, E2, E3 ..., E20. Os encontros ocorreram durante o desenvolvimento da disciplina Fundamentos Teóricos e Metodológicos do Ensino de Matemática, nos dias 02 a 11 de janeiro de 2024, nos períodos matutino e vespertino. A aplicação do teste diagnóstico ocorreu na presença do professor regente, realizado de forma individual e sem consulta. Os instrumentos para produção de dados utilizados durante os encontros foram: notas de campo, observação participante, gravação de áudio e registros das resoluções dos problemas combinatórios (Flick, 2009; Franco, 2005; Lüdke; André, 1986).

Recomendamos aos estudantes que não riscassem ou apagassem as resoluções que considerassem inadequadas, pois estes registros poderiam constituir elementos para análise. Naturalmente, foi definida a seguinte etapa: os pedagogos (as) liam os problemas combinatórios, registravam a resolução e, à medida que eram indagados pelo pesquisador, argumentavam sobre os motivos dos procedimentos empregados.

Em uma perspectiva dialógica do pesquisador com os estudantes, os mesmos foram orientados pelas seguintes questões: como você pensou para resolver o problema combinatório? A pergunta contida no enunciado do problema combinatório está clara? Sua resolução apresentada responde à pergunta do problema combinatório? Por que você acredita que seja essa operação matemática? Com

este delineamento metodológico, pretendíamos oferecer aos pedagogos (as) a oportunidade de (re) fazer a verificação dos seus procedimentos, permitindo que refletissem sobre suas resoluções e sobre outra maneira de resolver o mesmo problema.

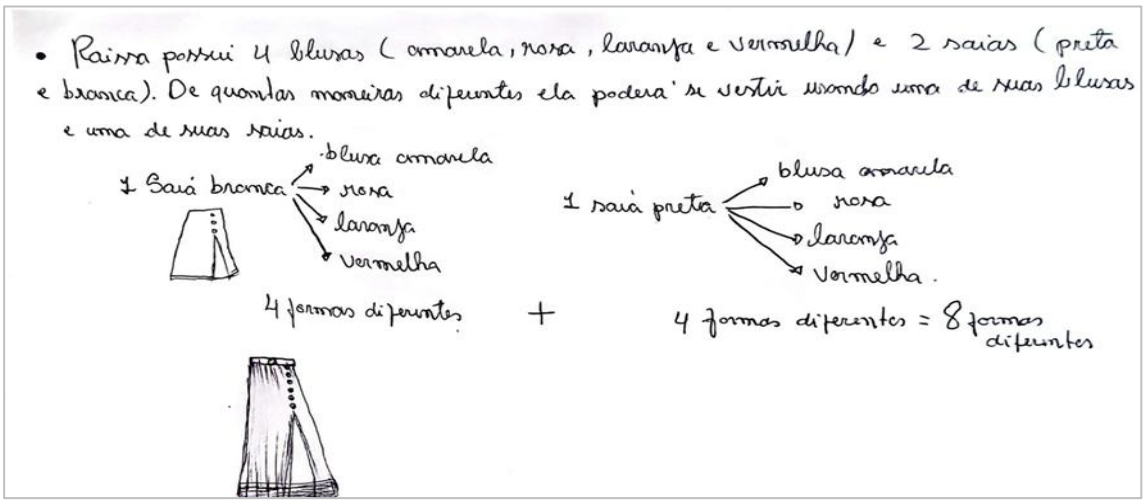
Portanto, analisamos os dados produzidos na investigação segundo as técnicas da Análise de Conteúdo de Bardin (2011), conforme segue, nas seguintes etapas: *pré-análise*, em que houve a organização dos dados produzidos, transcrevendo a gravação em áudio e realizando uma leitura flutuante dos registros dos estudantes; *exploração do material***,** leitura aprofundada dos dados obtidos, evidenciando a identificação e compreensão dos registros produzidos pelos estudantes de Pedagogia em atividades de Combinatória, à luz da TRRS, de Duval, na perspectiva da apreensão conceitual; e *tratamento dos resultados obtidos e interpretação*, em que procedemos à apresentação, análise e interpretação dos dados produzidos à luz da TRRS, na perspectiva da apreensão conceitual (Bardin, 2011).

Apresentação e discussão dos resultados

Os estudantes pedagogos resolveram individualmente as situações-problema e entregaram os protocolos com as soluções para o professor regente. Na Figura 1, apresentamos a situação-problema 1 – *Raissa possui quatro blusas (amarela, rosa, laranja e vermelha) e duas saias (preta e branca). De quantas maneiras diferentes ela poderá se vestir usando uma de suas blusas e uma de suas saias?* –, na qual também aparece a resposta de um estudante.

Observamos que nas suas respostas eles mobilizaram quatro tipos de registro de representação semiótica: registro esquemático, figural, língua natural e numérico.

FIGURA 1 - Registro da solução proposta pelo estudante E13



Fonte: Acervo dos autores, 2025.

Observamos, ainda, na análise das respostas das atividades resolvidas pelos estudantes que eles empregaram diferentes estratégias de resolução combinatória, sendo utilizado o diagrama de árvore, a situação esquemática (desenho) e a numérica, já que os desenhos ou representações contribuem para a compreensão da situação e/ou do que está sendo feito (Estevam et al., 2019).

Referindo-se mais especificamente ao uso do registro desenho pelos estudantes, acompanhado ou não da língua natural, Cândido (2001, p. 22) afirma que "esses registros servem ao professor como pistas de como cada aluno percebeu o que fez, como ele expressa suas reflexões pessoais e que interferências poderão ser feitas em outras situações para ampliar o conhecimento matemático envolvido em dada atividade". Isso denota a estratégia resolutiva do desenvolvimento de uma visualização geral do problema (representações mentais) e uma diversidade na utilização dos registros semióticos, ou seja, E13 utilizou a representação simbólica 'desenho' para responder ao problema por meio do produto cartesiano com quatro etapas de escolha, cuja solução seria oito possibilidades (Veja; Borba, 2014). Segundo Duval (2012, p. 169), as representações mentais, que são construídas internamente pelos indivíduos, "recobrem o conjunto de imagens e, mais globalmente, as conceitualizações que um indivíduo pode ter sobre um objeto, sobre uma situação e sobre o que lhe é associado".

Os dados preliminares sugerem que o estudante E13 apresentou a mobilização do registro de partida, a língua natural, para os registros de chegada, situação esquemática e numérica. Isso corrobora os argumentos de Duval (2003, p. 21), quando considera que "a compreensão em matemática implica a capacidade de mudar de registro". Com isso, podemos considerar que os estudantes pedagogos apresentaram habilidades associadas à representação do objeto matemático em estudo. Isso foi comprovado em função da discussão estabelecida pelo pesquisador, demonstradas no diálogo abaixo:

> Pesquisador: Diga-me qual foi a sua estratégia?
> Estudante 13: Como sempre gostei de desenhar, fui logo fazendo um esquema de um desenho, pra mim fica mais fácil de entender, separando as duas saias e depois do lado desenhei as blusas, aí foi só conferir quatro mais quatro.
> Pesquisador: Gostei, muito bem.
> Pesquisador: Alguém fez diferente?
> Estudante E7: No meu caso, eu fiz a multiplicação de 2 x 4= 8, isso depois de fazer todas as combinações possíveis.
> Pesquisador: Entendi, ótimo.
> Estudante E17: No meu esquema, eu fiz todas as combinações e cheguei a um total de oito combinações.
> Pesquisador: Entendi.

Podemos notar que as falas dos estudantes E7 e E17 corroboram os registros do estudante E13, apresentando seus registros e justificando corretamente a situação-problema 1 por meio da

comparação do diagrama de árvore, linguagem natural, situação esquemática e numérica. Esse tipo de estratégia, segundo Nesher e Sukenik (1991) e Pittalis, Christou e Papageorgiou (2003), é informal, no entanto deve ser associada à compreensão do raciocínio multiplicativo, pois, segundo Pittalis, Christou e Papageorgiou (2003), apoiados em Singh (2000), a mobilização de diferentes estratégias utilizada sem tal compreensão torna-se uma operação quase exclusivamente mecânica.

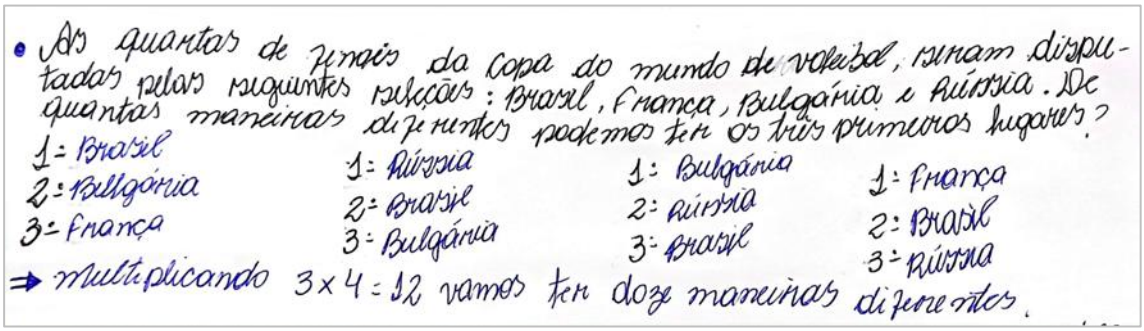
Outro aspecto relevante de salientar refere-se ao fato de que o professor-pesquisador solicitou aos estudantes pedagogos que registrassem a maneira como pensaram para resolver as situações-problema 1 e 2, o que o impede de interpretar ou deduzir as explicações dos discentes. O intuito foi sempre solicitar que o discente explicasse como resolveu tais situações, seja de forma oral ou escrita. Como afirma Pinto (2000, p. 35), "o professor não deverá apenas fazer suposições sobre a lógica dos alunos, mas, para que possa guiar o desenvolvimento de suas ideias, é importante que saiba o que os alunos pensam no momento da aprendizagem". Pudemos também observar que os 20 estudantes do curso de Pedagogia não apresentaram dificuldade na resolução da situação-problema 1, transitando por diferentes registros semióticos, mesmo que de forma intuitiva.

Assim, reforçamos que as estratégias de resolução de problemas combinatórios permitem o trabalho com a intuição, a esquematização, a dedução, a capacidade de argumentar e de comunicar matematicamente, podendo despertar a criatividade e suscitar a autonomia do estudante, afinal ele é levado a conectar diversos registros para a resolução da situação-problema (Gontijo, 2007). Então, aproximando-se do desenvolvimento do raciocínio combinatório, segundo Pinto e Silva (2016, p. 676), "faz com que o aluno seja capaz de analisar situações, obter estratégias de resolução, encontrar possibilidades, além de desenvolver a autonomia, sendo crítico e argumentativo".

De modo geral, ao longo dos encontros, com seus registros e falas, os estudantes apresentaram indícios de que seus conhecimentos e forma de pensar estavam limitados ao campo da Combinatória; trata-se de um momento de produção e apropriação coletiva do desenvolvimento do raciocínio combinatório.

Considerando o que a questão 2 requeria – *as quartas de finais da copa do mundo de voleibol serão disputadas pelas seguintes seleções: Brasil, França, Bulgária* e *Rússia. De quantas maneiras diferentes podemos ter os três primeiros lugares?* –, as respostas registradas nos protocolos dos estudantes denotam a predominância do uso da linguagem natural para a numérica, em formato de operação multiplicativa. A Figura 2 traz um extrato dos protocolos que ilustram esses registros.

FIGURA 2 - Registro da solução proposta pelo estudante E18



Fonte: Acervo dos autores, 2025.

Quanto ao extrato de protocolo do estudante E18, observamos que ele lança mão da estratégia de enumeração dos possíveis pódios das seleções (posição para cada seleção), seguida da multiplicação dos pódios pelo número de seleções que estão participando das quartas de finais, ou seja, esgotavam as possibilidades deste elemento para, em seguida, levantarem todas as possibilidades dos três primeiros lugares, resultando na representação numérica 12, fazendo uso do registro da língua natural (enunciado) e o registro simbólico (valor numérico) pela aplicação do Princípio Multiplicativo da Contagem. Em suma, o estudante utilizou a representação simbólica 'listagem' para responder a situação-problema de combinação com três etapas de escolha, cuja solução correta seria 12 possibilidades (Veja; Borba, 2014).

Os achados preliminares podem apontar que os estudantes transitaram pelo uso dos registros da língua natural, esquemas e numérico, já que a visualização ajuda na familiarização do resolvedor com a situação (Estevam, 2019). Sobre isso, Damm (1999) argumenta que a apreensão do conhecimento matemático está diretamente ligada ao transitar em diferentes registros. Logo, cada registro utilizado pelos estudantes apresentou características próprias e que precisam ser analisadas na sua completude, do contrário reduz o objeto matemático à determinada representação, por isso deve haver coordenação entre os registros de representação (Batista; Merlini, 2024).

Além disso, transcrevemos o áudio da escrita dos estudantes abaixo durante a resolução da questão 2:

> Pesquisador: Diga-me qual foi a sua estratégia.
> Estudante 18: Eu achei fácil professor, eu só fiz um esquema de pódios e saí distribuindo os possíveis resultados. Tipo assim: multipliquei o número de pódios (ouro, prata e bronze) pelas quatros seleções, aí encontrei 12 possíveis resultados dessas posições.
> Pesquisador: Muito bem.
> Pesquisador: Alguém fez diferente?
> Estudante E4: Fiz um esquema parecido com esse e depois só multipliquei, não precisa de fórmula.

> Pesquisador: Entendi.
> Estudante E9: Eu escrevi a multiplicação de três vezes quatro e encontrei 12 resultados possíveis.
> Pesquisador: Entendi.
> Estudante E2: Li a questão e pensei comigo mesmo: basta multiplicar 3 x 4 = 12.

Analisando o diálogo apresentado acima, intuímos que os estudantes pedagogos conhecem o Princípio Fundamental da Contagem; por exemplo, nas falas dos E18 e E4 fica evidente a compreensão do estudante sobre a multiplicação da quantidade de pódios pela quantidade de seleção, além disso como é apresentada na situação fazendo uso do esquema figural desenho.

Desse modo, entendemos que os estudantes aprenderam a responder os problemas de modo sistemático e não apenas a usar um único registro, transitando por diferentes registros semióticos. Isso corrobora as ideias de Duval (2003, p. 21), quando considera que "a compreensão em matemática implica a capacidade de mudar de registro". Estes diálogos permitiram inferir que os estudantes conseguiram apresentar diferentes registros de possibilidades para os três primeiros lugares, os quais propiciaram perceber a existência de indício de raciocínio combinatório.

Além disso, também identificamos que os estudantes, ao serem solicitados a se envolver na resolução dos problemas combinatórios, mostraram-se favoráveis a esta nova metodologia de ensino em sala de aula. Como exemplo, destacamos o seguinte registro no diário de campo do pesquisador, relativo à fala do estudante E2: *Esperávamos que o senhor fosse encher o quadro de fórmulas matemáticas, desse jeito que foi conduzida as aulas favoreceu nosso aprendizado, o conteúdo ficou leve e gostamos, professor, da forma que você ensinou a turma.* Observamos que essa fala foi proferida logo após o término da resolução da questão 2.

Na análise das Figuras 1 e 2, os achados indicam que os registros mobilizados pelos estudantes mostraram mudanças, omissões e adições de unidades significantes e como isso afetou a compreensão da situação-problema-combinatória, mas não desde o objeto matemático presente nas duas atividades analisadas e sim desde as representações semióticas que são mobilizadas pelos discentes. Sobre isso, Duval (2009, p. 14), argumenta que "não se pode ter compreensão em matemática se nós não distinguimos um objeto de sua representação". Isso se justifica pelo fato de que diferentes representações podem estar associadas ao mesmo objeto matemático (Lourenço; Oliveira, 2019). Portanto, destaca, ainda, o autor, que "toda representação é cognitivamente parcial quanto ao que ela representa e que representações de registros diferentes não apresentam os mesmos aspectos de um mesmo conteúdo conceitual" (Duval, 2009, p. 91).

Em suma, não devemos esquecer que há objeto matemático presente em cada uma das situações-problema-combinatórias e que cada uma das modificações feitas pode criar dificuldades à aprendizagem. Dessa forma, "uma aprendizagem especificamente centrada na mudança e na

coordenação de registros de representação produz efeitos espetaculares nas macrotarefas de produção e de compreensão" (Duval, 2009, p. 63).

Considerações finais

Neste artigo nos propomos a analisar os registros produzidos por estudantes de Pedagogia em atividades de Combinatória, à luz Teoria dos Registros de Representação de Duval. As conversões e tratamentos entre registros de representações dos problemas combinatórios que os estudantes mobilizaram foram: registro de partida, língua natural (enunciado) para os registros de chegada, situação esquemática e numérica pela aplicação do Princípio Multiplicativo da Contagem, submetendo-se ao fenômeno da não congruência semântica. Portanto, mostramos a mobilização e a coordenação dos registros de representação semiótica como forma de aprendizagem de problemas combinatórios.

Além disso, os resultados da pesquisa sinalizaram que os estudantes do curso de Pedagogia apresentaram diferentes estratégias de resolução combinatória, utilizando o diagrama de árvore, a situação esquemática (desenho) e a numérica. No caso específico do presente objeto de estudo, ficou evidenciado que a apreensão da aprendizagem combinatória não se restringe apenas ao tratamento e/ou conversão de diferentes registros de representação semiótica, mas principalmente pela não apropriação de conteúdos básicos de análise combinatória. Acreditamos, também, que as análises realizadas nos registros dos estudantes, que identificaram a coordenação e a mobilização entre os registros figural, esquemático, numérico, língua materna, dentre outros, propostas neste estudo, podem servir como base para a estruturação de propostas pedagógicas, como a produção de sequências didáticas ou tarefas matemáticas envolvendo a Combinatória, que tenham como objetivo o ensino e a aprendizagem na Educação Básica.

Em consonância com os resultados obtidos, este estudo revela a importância do estudo de Combinatória nos cursos de Pedagogia, já que estes profissionais serão os responsáveis pelo ensino da Matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental. Portanto, o recorte de análise dos dados apresentou o movimento formativo dos futuros professores que ensinarão Matemática, destacando algumas cenas que davam indícios do processo de compreensão de elementos dos problemas combinatórios, à luz da Teoria dos Registros de Representação Semiótica de Duval. E, ainda, observamos que essa pesquisa pode servir de base para estudantes pedagogos (as) em formação inicial no que se relaciona às reflexões e discussões sobre problemas combinatórios.

Referências

ALMAGRO, R. C.; OLIVEIRA, P. C. Análise de um produto educacional para o Ensino Médio na perspectiva do letramento probabilístico. In: TAUBER, L.; SOSA, J. P. **Tendencias y nuevos**

desafíos de la investigación en Educación Estadística en Latinoamérica, p.132-138. Libro de ponencias de las III Jornadas Latinoamericanas de investigación en Educación Estadística. Universidad Nacional del Litoral, Santa Fe, 2021. Disponível em: https://www.fhuc.unl.edu.ar/educacionestadistica/wp-content/uploads/sites/31/2021/08/Tendencias-y-nuevos-desafios-Educ-Estadistica.pdf. Acesso em: 22 nov. 2025.

BARDIN, L. **Análise de conteúdo**. Lisboa: Edições 70, 2011.

BATISTA, N. R.; MERLINI, V. L. A conversão das representações semióticas da função afim e a linear: um estudo diagnóstico com estudantes do ensino médio. **Revista Paranaense de Educação Matemática**, v.13, n. 30, p. 212-233, 2024. Disponível em: https://periodicos.unespar.edu.br/rpem/article/view/7404 Acesso em: 22 nov. 2025.

BORBA, R. E. S. R.; ROCHA, C. A.; AZEVEDO, J. Estudos em raciocínio combinatório: investigações e práticas de ensino na educação básica. **Bolema**, v. 29, n. 53, p.1348-1368, 2015. Disponível em: http://dx.doi.org/10.1590/1980-4415v29n53a27 Acesso em: 22 nov. 2025.

BORBA, R. E. S. R.; PESSOA, C. A. S.; ROCHA, C. A. Como estudantes e professores de anos iniciais pensam sobre problemas combinatórios. **Educação Matemática Pesquisa**, v. 15, n. 4, p. 895-908, 2013. Disponível em: https://revistas.pucsp.br/index.php/emp/article/view/17752 Acesso em: 25 nov. 2025.

BORBA, R. E. S. R.; PESSOA, C. A. S.; ROCHA, C. A.; ASSIS, A. A formação de professores de anos iniciais do ensino fundamental para o ensino da combinatória. **Revista Paranaense de Educação Matemática**, v. 3, n. 4, p. 115-137, 2014. Disponível em: https://periodicos.unespar.edu.br/rpem/article/view/5954 Acesso em: 25 nov. 2025.

BORBA, R.; AZEVEDO, J.; BITTAR, M. Representações semióticas e situações combinatórias em livros didáticos dos anos iniciais. In: ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA – ENEM – EDUCAÇÃO MATEMÁTICA NA CONTEMPORANEIDADE: DESAFIOS E POSSIBILIDADES, XII., 2016. São Paulo. **Anais [...]**. São Paulo: SBEM, 2016. Disponível em: https://www.sbembrasil.org.br/enem2016/anais/pdf/7248_3028_ID.pdf Acesso em: 25 nov. 2025.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Básica. **Base Nacional Comum Curricular**: Educação Básica. Brasília, DF: MEC/SEB, 2018. Disponível em: https://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC_EI_EF_110518_versaofinal_site.pdf Acesso em: 22 nov. 2025.

BRASIL. Ministério da Educação e do Desporto. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais***:* Matemática. MEC/ SEF, Brasília, 1998. Disponível em: http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/matematica.pdf Acesso em: 27 nov. 2025.

CAMPOS, C. E.; IGLIORI, S. B. C. Teses e dissertações sobre o ensino e a aprendizagem da combinatória: perspectivas investigativas. **Revista Eletrônica de Educação Matemática-REVEMAT**, v. 16, p. 1-20, 2021. Disponível em: https://periodicos.ufsc.br/index.php/revemat/article/view/79022 Acesso em: 27 nov. 2025.

CÂNDIDO, P. T. Comunicação em matemática. In: DINIZ, M. I.; SMOLE, K. S. (Org.). **Ler, escrever e resolver problemas**: habilidades básicas para aprender matemática. Porto Alegre: Artmed, 2001, p.11-28.

CHARLOT, B. **Da relação com o saber**. Porto Alegre: Artmed. 2000.

DUVAL, R. Registros de representações semióticas e funcionamento cognitivo da compreensão em matemática. In: MACHADO, S. D. **Aprendizagem em matemática**: registros de representação semiótica. São Paulo: Papirus, 2003, p. 11-33.

DUVAL, R. **Semiósis e pensamento humano:** registros semióticos e aprendizagens intelectuais. Trad. de Lênio Fernandes Levy e Marisa Rosâni Abreu da Silveira. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2009.

DUVAL, R. Registros de representação semiótica e funcionamento cognitivo do pensamento. Tradução Méricles Thadeu Moretti. **Revista Eletrônica de Educação Matemática**, v. 7, n. 2, p. 266-297, 2012. Disponível em: https://periodicos.ufsc.br/index.php/revemat/article/view/1981-1322.2012v7n2p266 Acesso em: 22 nov. 2025.

DUVAL, R. Questões epistemológicas e cognitivas para pensar antes de começar uma aula de matemática. Tradução Méricles Thadeu Moretti. **Revista Eletrônica de Educação Matemática**, v. 11, n. 2, p. 1-78, 2016. Disponível em: https://periodicos.ufsc.br/index.php/revemat/issue/view/2488 .Acesso em: 22 nov. 2025.

ESTEVAM, E. J. G.; PAULEK, C. M.; BASNIAK, M. I.; SCALDELAI, D.; FELIPE, N. A. Estratégias e procedimentos emergentes na resolução de questões de análise combinatória e o ensino exploratório de matemática. **Jornal Internacional de Estudos em Educação Matemática**, v. 12, n. 2, p. 221-233, 2019. Disponível em: https://jieem.pgsscogna.com.br/jieem.issue/viem/387. Acesso em: 25 nov. 2025.

FLICK, U. **Qualidade na pesquisa qualitativa**. Porto Alegre: Artmed, 2009.

FRANCO, M. A. S. Pedagogia da pesquisa-ação. **Educação e Pesquisa**, v. 31, n. 3, p. 483-501, 2005. Disponível em: https://www.revistas.usp.br/ep/article/view/27991_Acesso em: 25 nov. 2025.

FREITAS, J. L. M.; REZENDE, V. Entrevista: Raymond Duval e a Teoria dos Registros de Representação Semiótica. **Revista Paranaense de Educação Matemática**, v. 2, n. 3, p.10-34, 2020. Disponível em: https://periodicos.unespar.edu.br/index.php/rpem/article/view/5946 Acesso em: 22 nov. 2025.

GIL, A. C. **Como elaborar projetos de pesquisa**. São Paulo: Atlas, 2002.

GONTIJO, H. **Relação entre criatividade, criatividade em matemática e motivação em matemática de alunos do ensino médio**. Tese (Doutorado em Psicologia) - Universidade de Brasília, Brasília, 2007. Disponível em: https://repositorio.unb.br/handle/10482/2528. Acesso em: 22 nov. 2025.

KAPUR, J. N. Combinatorial analysis and school mathematics. **Educational Studies in Mathematics**, v. 3, p. 111-127, 1970. Disponível em: https://link.springer.com/article/10.1007BF00381598. Acesso em: 22 nov. 2025.

LIMA, E. T.; BORBA, R. E. S. R. Relações entre o raciocínio combinatório e o raciocínio probabilístico na EJA. **Revista Paranaense de Educação Matemática**, v. 7, n.13, p. 33-60, 2018. Disponível em: https://periodicos.unespar.edu.br/rpem/article/view/6104 Acesso em: 22 nov. 2025.

LIMA, E. T.; GADELHA, D. S.; BORBA, R. E. S. R. Como diferentes grupos resolvem problemas combinatórios condicionais e não-condicionais? **Educação Matemática Debate**, v. 1, n. 20, p.109-

130, 2017. Disponível em: https://www.periodicos.unimontes.br/index.php/emd/article/view/25 Acesso em: 22 nov. 2025.

LOURENÇO, E. H.; OLIVEIRA, P. C. Articulação e coordenação das representações algébrica e gráfica da função quadrática: a importância da interpretação figural. **Revista Insignare Scientia**, v.2, n.4, p. 238-257, 2019. Disponível em: https://periodicos.uffs.edu.br/index.php/RIS/article/view/11068 Acesso em: 22 nov. 2025.

LÜDKE, M.; ANDRÉ, M. **Pesquisa em educação**: abordagens qualitativas. 12. ed. São Paulo: EPU, 1986.

MERAYO, F. **Matemática discreta**. Madrid: Paraninfo, 2001.

MORGADO, A.; PITOMBEIRA DE CARVALHO, J.; PINTO DE CARVALHO, P.; FERNANDEZ, P. **Análise combinatória e probabilidade**. Rio de Janeiro: Graftex, 1991.

NESHER, P.; SUKENIK, M. The effect of formal representation on the learning of ratio concepts. **Learning and Instruction**, v. 1, p. 161-175, 1991. Disponível em: https://www.sciencedirect.com/science/article/abs/pii/095947529190025 4 Acesso em: 22 nov. 2025.

PESSOA, C.; BORBA, R. Quem dança com quem: o desenvolvimento do raciocínio combinatório de crianças de 1ª a 4ª série. **Zetetike**, v. 17, n. 1, p. 105-150, 2009. Disponível em: https://periodicos.sbu.unicamp.br/ojs/index.php/zetetike/article/view/8646726/13628 Acesso em: 22 nov. 2025.

PINTO, E. B.; SILVA, J. F. S. Combinatória no ensino médio: concentrando o ensino nos objetos de aprendizagem. **Ciência e Natura**, v. 38, n. 2, p. 675-693, 2016. Disponível em: https://periodicos.ufsm.br/cienciaenatura/article/view/20425/pdf Acesso em: 22 nov. 2025.

PINTO, N. B. **O erro com estratégia didática**: estudo do erro no ensino da matemática elementar. São Paulo: Papirus, 2000.

PITTALIS, M.; CHRISTOU, C.; PAPAGEORGIOU, E. Students' ability in solving proportional problems. In: PROCEEDINGS OF THE 3rd EUROPEAN RESEARCH CONFERENCE IN MATHEMATICS EDUCATION, Italy, 2003. Disponível em: https://www.academia.edu/ 1194586/STUDENTSABILITY_IN_SOLVING_PROPORTIONAL_PROBLEMS?hb-sb-sw=2494881 Acesso em: 30 nov. 2025.

ROCHA, C. A.; MONTENEGRO, J. A.; BORBA, R. E. S. R. Desafios de ensinar combinatória: contribuições do Geração UFPE sobre os conhecimentos docentes. In: SANTOS, S. S.; BARBOSA, G. C.; MARTINS, P. B. (Org.). **Ações mobilizadas por professores que ensinam combinatória, estatística e probabilidade**: reflexões, proposições e desafios Santo Ângelo: Metrics, 2023, p 81-104.

RUDIO, F. V. **Introdução ao projeto de pesquisa científica**. Petrópolis: Vozes, 1992.

RUDIO, F. V. **Introdução ao projeto de pesquisa científica**. 43. ed. Petrópolis: Vozes, 2015.

SANTOS, R. C.; GONTIJO, C. H. Análise praxeológica em problemas de combinatória: um estudo a partir do problema do ponto mais visitado. **Revista Paranaense de Educação Matemática**, v. 11, n. 25, p. 389-414, 2022. Disponível em: https://periodicos.unespar.edu.br/index.php/rpem/article/ view/5122/4999 Acesso em: 22 nov. 2025.

SILVA, M. C.; PESSOA, C. A. S. A combinatória: estado da arte em anais de eventos científicos nacionais e internacionais ocorridos no Brasil de 2009 a 2013. **Educação, Matemática e Pesquisa**, v. 17, n. 4, p. 670-693, 2015. Disponível em: https://revistas.pucsp.br/index.php/emp/article/view/20665 Acesso em: 22 nov. 2025.

SILVA, D. F. C.; SANTOS, J. A. F. L. Conhecimento especializado da combinatória: situações e invariantes combinatórios. In: SANTOS, S. S.; BARBOSA, G. C.; MARTINS, P. B. (Org.). **Ações mobilizadas por professores que ensinam combinatória, estatística e probabilidade**: reflexões, proposições e desafios. Santo Ângelo: Metrics, 2023, p.175-196.

TEIXEIRA, P. J. M. Os blocos lógicos e o desenvolvimento do raciocínio combinatório. In: ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 11., 2013. Curitiba. **Anais [...]**. Curitiba: SBEM, 2013. Disponível em: https://www.sbembrasil.org.br/files/XIENEM/pdf/1661_374_ID.pdf Acesso em: 22 nov. 2025.

VEGA, D. A.; BORBA, R. E. S. R. Etapas de escolha na resolução de produtos cartesianos, arranjos, combinações e permutações. **Jornal Internacional de Estudos em Educação Matemática**, v. 7, n. 3, 2014. Disponível em: https://jieem.pgsskroton.com.br/article/view/70 Acesso em: 22 nov. 2025.

Recebido: 12/05/2026 *Received: 05/12/2026* *Recibido: 12/05/2026*
Aceito: 03/09/2026 *Accepted: 09/03/2026* *Aceptado: 03/09/2026*

CC BY