

MODELAGEM COMPUTACIONAL E MÉTODO DESIGN CONSTRUTAL APLICADOS AO ESTUDO DA TENSÃO ÚLTIMA DE FLAMBAGEM EM PAINÉIS DE AÇO COM ENRIJECEDORES SUBMETIDOS À COMPRESSÃO AXIAL

João Paulo Silva Lima (Estudante PPGE – Universidade Federal do Rio Grande)
joaop_1005@hotmail.com

André Pereira Ramos (Estudante PPGE – Universidade Federal do Rio Grande)
andrerramos2209@gmail.com

Elizaldo Domingues dos Santos (Professor PPGE – Universidade Federal do Rio Grande)
elizaldosantos@furg.br

Luis Alberto Oliveira Rocha (Professor PPGEM – Universidade Federal do Rio Grande do Sul)
luizrocha@mecanica.ufrgs.br

Mauro de Vasconcellos Real (Professor PPGEM – Universidade Federal do Rio Grande do Sul)
mauroreal@furg.br

Liércio André Isoldi (Professor PPGEM – Universidade Federal do Rio Grande do Sul)
liercioisoldi@furg.br

Resumo: Placas ortotrópicas possuem vigas dispostas longitudinalmente e transversalmente, chamadas de enrijecedores, com o objetivo de aumentar a resistência mecânica. Assim, é desejável obter uma geometria ótima de forma a maximizar sua carga última de flambagem. Nesse contexto, empregou-se o Método Design Construtal associado ao Método dos Elementos Finitos (*software* ANSYS), em um estudo de otimização geométrica de placas com enrijecedores submetidas à flambagem elasto-plástica. Inicialmente adotou-se uma placa fina simplesmente apoiada sem enrijecedores, usando como referência o valor da tensão última de flambagem da mesma. Após, parte deste volume foi transformado em enrijecedores, os quais foram incorporados à placa. Para isso, a variável fração de volume (ϕ), que representa a relação entre o volume de enrijecedores e o volume total do elemento estrutural placa/enrijecedores, foi adotada, mantendo uma variação nula do volume final da placa. Foram analisadas quatro combinações diferentes de enrijecedores, onde quatro valores de fração volumétrica foram adotados $\phi = 0,1; 0,2; 0,3$ e $0,4$ em cada situação. Cada análise dos painéis enrijecidos apresentou uma relação h_s/t_s , relacionando a altura do enrijecedor e sua espessura. A análise foi feita considerando dois valores de volume inicial $V_1 = 0,040 \text{ m}^3$ e $V_2 = 0,028 \text{ m}^3$. Os resultados obtidos foram comparados entre si e com as placas sem enrijecedores, indicando que a variação da configuração geométrica afeta significativamente o comportamento mecânico sob flambagem dos painéis enrijecidos, sendo possível determinar a geometria ótima que conduz a uma carga última maximizada, próxima à tensão de escoamento do material.

Palavras-chave: Flambagem, Placa, Enrijecedores, Design Construtal, Simulação Numérica

COMPUTATIONAL MODELING AND CONSTRUCTAL DESIGN METHOD APPLIED TO THE STUDY OF THE ULTIMATE BUCKLING STRESS IN STEEL STIFFENED PLATES WITH AXIAL COMPRESSION

Abstract: Orthotropic plates have beams arranged longitudinally and transversely, which are termed stiffeners, with the purpose of increasing the mechanical resistance. Thus, it is desirable to obtain optimum geometry in order to maximize the ultimate buckling load. In this context, the Construtal Design Method associated with the Finite Element Method (ANSYS software) was used in a geometric optimization study of stiffened plates submitted to elasto-plastic buckling. Initially, a thin plate simply supported without stiffeners, was using as reference the value of the last buckling tension of the same. Afterwards, part of this volume was transformed into stiffeners, which were incorporated into the plate. For this, the volume fraction variable (ϕ), which represents the relation between the volume of the stiffeners and the total volume of the structural plate/stiffeners elements, was adopted, maintaining a null variation of the final volume of the plate. Four different combinations of stiffeners were analyzed, where four values of volumetric fraction were adopted $\phi = 0.1; 0.2; 0.3$ and 0.4 in each situation. Each analysis of the stiffened panels presented a relation h_s/t_s , relating the height of the stiffener and its

thickness. The analysis was made considering two values of initial volume $V_1 = 0.040 \text{ m}^3$ and $V_2 = 0,028 \text{ m}^3$. The obtained results were compared with each other and with the plates without stiffeners, indicating that the variation of the geometric configuration significantly affects the mechanical behavior under buckling of the stiffened panels, being possible to determine the optimal geometry that leads to a maximized the ultimate buckling, close to the yield stress of the material.

Keywords: Buckling, Plate, Stiffeners, Constructal Design, Numerical Simulation.

1. INTRODUÇÃO

Devido à expansão do mercado da construção naval, as estruturas marítimas estão se tornando cada vez maiores e mais resistentes. Tendo essa necessidade de execução de grandes estruturas, painéis e placas ganharam importância especial e nomeadamente aumentaram-se suas aplicações nos últimos anos dentro da indústria naval e offshore. Esses elementos compõem basicamente todo o sistema estrutural das embarcações e podem ser reforçados por uma série de elementos do tipo enrijecedores, os quais são dispostos longitudinalmente e, por vezes, nas direções ortogonais (Bedair, 2009).

A análise do estado limite último das placas enrijecidas presentes nas estruturas dos navios segundo Ghavami e Khedmati (2006), exige conhecimento acurado sobre o comportamento destes componentes sob condições extremas de carregamento. Além disso, sabe-se que entre os diferentes carregamentos aos quais as placas enrijecidas podem ser submetidas, um que merece especial atenção é o de compressão longitudinal axial no plano médio da placa, em virtude da possibilidade de ocorrência do fenômeno de flambagem.

De acordo com Trahair e Bradford (1988), diferentemente de colunas, as placas são capazes de resistir a um incremento de carga, mesmo após a flambagem elástica da estrutura. Além disso, a adição de enrijecedores à placa faz com que sua resistência à flambagem aumente consideravelmente mediante um pequeno, ou até mesmo nulo aumento do peso próprio da estrutura. No entanto, os mecanismos de colapso de placas enrijecidas sob flambagem são um problema de engenharia complexo devido ao grande número de combinações possíveis de placa e geometria dos enrijecedores, materiais, condições de contorno e carregamento, uma vez que a presença dos enrijecedores na placa aumenta o número de variáveis a serem analisadas.

Portanto, considerando a complexidade da obtenção de soluções analíticas, a simulação numérica torna-se uma importante ferramenta para a análise do comportamento estrutural desses componentes. Dentre diferentes metodologias, o método dos elementos finitos, indicado para a análise de estruturas complexas, baseia-se no método dos deslocamentos e na discretização de uma estrutura em sub-estruturas. Cada uma dessas sub-estruturas designa-se por elemento finito e tem comportamento conhecido, sendo o comportamento do todo considerado como a soma das partes. (Xu e Koko, 2004; Yao e Lu, 2003)

O advento de tecnologias computacionais permitiu aos engenheiros estruturais a utilização de *softwares* intuitivos, que geram resultados confiáveis e permitem uma ampla investigação do fenômeno físico estudado. A simulação computacional permite a obtenção de resultados de forma relativamente rápida, e quando utilizado um modelo adequado (devidamente verificado e/ou validado), a mesma também é segura. Então, essa capacidade de trabalho e a facilidade na obtenção de resultados, a partir de um modelo computacional verificado e/ou validado permite a realização de estudo de otimização geométrica de estruturas. Segundo o *American Institute of Steel Construction* (AISC) (1963), uma condição

essencial para a economia em uma estrutura em aço consiste na utilização eficiente do mesmo, através do uso de uma configuração geométrica otimizada.

De acordo com Bejan (2000), as questões relacionadas à geometria são o foco das lições que envolvem a Teoria Construtal. Além de que, o princípio é o mesmo em engenharia e na natureza: a otimização dos sistemas de fluxo sujeitos a restrições geram a forma e a estrutura.

Assim, o presente trabalho tem como objetivo determinar a configuração geométrica otimizada de uma placa fina ortotrópica enrijecida, visando maximizar a carga última da mesma, quando submetida à compressão axial. Para tanto, foi adotada uma abordagem numérica, aliada ao Método Design Construtal.

2. FLAMBAGEM DE PLACAS

De acordo com Real e Isoldi (2011), em diversas situações de projetos, placas finas são submetidas a cargas de compressão uniaxial, de forma que a grande esbelteza desses componentes faça com que eles sejam suscetíveis à instabilidades como flambagem. A tensão crítica de uma placa fina comprimida uniaxialmente, que define a ocorrência de flambagem elástica, de acordo com Åkesson (2007), El-Sawy e Nazmy (2001) e Wang, Wang e Reddy (2005) é dada por:

$$\sigma_{cr} = K_q \frac{\pi^2 E}{12(1-\nu^2)} \left(\frac{t}{b}\right)^2 \quad (1)$$

sendo t a espessura da placa, b sua largura, K_q o coeficiente de flambagem da placa ($K_q = 4$) (Trahair e Bradford, 1988; Salmon e Johnson, 1990).

De acordo com Ziemian (2010), a determinação da tensão crítica e do correspondente coeficiente de flambagem (K_q) são fundamentais para a compreensão do comportamento de placas finas. No entanto, a tensão crítica de flambagem elástica não representa o comportamento real que pode ocorrer nas placas, uma vez que não linearidade geométricas e de material influenciam diretamente no comportamento das mesmas.

É comum, embora artificial, usar a tensão crítica de flambagem elástica para determinar as diferentes formas de flambagem da placa. Ainda segundo Ziemian (2010), quando o escoamento do material ocorre antes da tensão crítica elástica de flambagem, isto é conhecido como flambagem inelástica. Tensões com magnitudes maiores que a tensão crítica de flambagem elástica, e as deformações associadas que ocorrem sob tal carga, são denominadas pós-flambagem. Finalmente, refere-se à tensão última como sendo o valor máximo de tensão que a placa pode resistir, tipicamente independente da deformação, a qual pode ser bastante grande.

Além disso, uma placa fina não apresenta situação de colapso no momento da flambagem elástica, podendo esta suportar cargas significativamente maiores que sua carga crítica, mantendo seu estado de deformação não alterado de forma excessiva. Sendo assim, a capacidade de carga pós-flambagem admite a adição de um novo carregamento mesmo após a ocorrência da flambagem elástica, ou seja, o colapso da peça não ocorre ao se atingir a carga crítica de flambagem, mas sim em um grau de carga mais elevado. Essa premissa é adotada no projeto do estado limite último de placas, fazendo com que a capacidade máxima das placas sob compressão axial seja definida como o somatório da carga de flambagem e da carga pós-crítica adicional (Trahair e Bradford, 1988).

2.1. Largura Efetiva

É habitual admitir, de forma conservadora, que o colapso da placa ocorrerá quando a tensão máxima atuante ($\sigma_{m\acute{a}x}$) for igual à tensão de escoamento do material (σ_y). Porém, a obtenção do valor da carga última real da placa depende do conhecimento, em nada trivial, da forma de distribuição dessa tensão atuante. Do fato de que grande parte da carga é transportada para a região da placa nas imediações das extremidades, surge a hipótese simplificadora de que a tensão máxima na borda age de maneira uniforme ao longo de duas faixas na extremidade da placa. A capacidade máxima de carga redistribuída é regida pela deformação das zonas de borda mais rígidas que já atingiram o escoamento, como foi sugerido por Von Kármán em 1932 (Fig. 1). Considerando uma placa na faixa pós-crítica, o mesmo introduziu o método da largura efetiva (b_e), sendo essa largura definida como a largura de uma placa fictícia simplesmente apoiada, com mesma espessura e razão entre os lados que a placa real e que flamba para uma tensão crítica igual à tensão de escoamento σ_y . (Åkesson, 2007; Maquoi, 1992; Ziemian 2010).

O conceito de largura efetiva é aplicado substituindo-se o valor médio da tensão $\sigma_{m\acute{a}x}$ atuante na largura b , pelo valor σ_y aplicado na largura b_e , conforme Fig. 1, de modo que a carga última é calculada então com base nessa área efetiva (definida por $b_e \cdot t$).

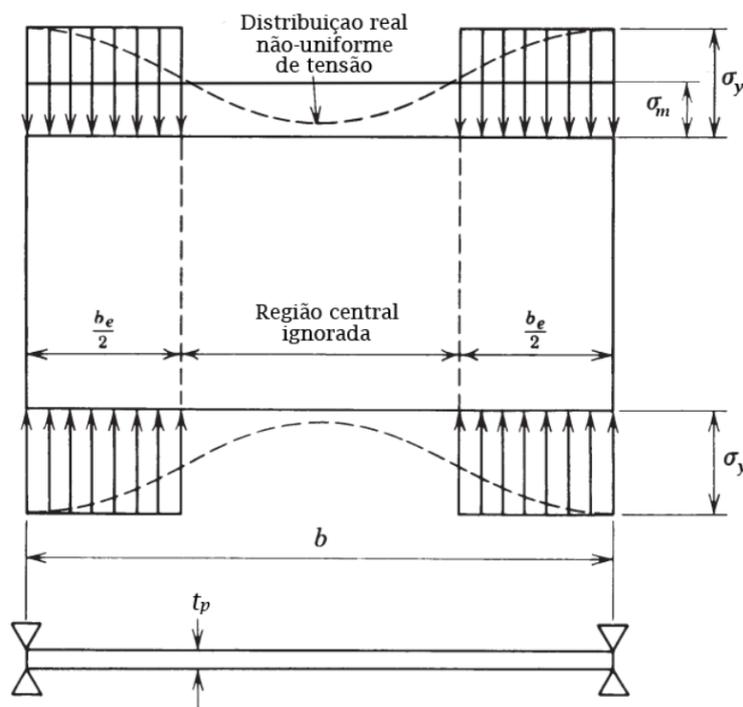


Figura 1. Largura efetiva de placas apoiadas em ambas as bordas longitudinais (Ziemian, 2010).

Sendo assim, para se obter a capacidade máxima de carga P_{max} e a largura efetiva, utiliza-se a Eq. (1) e iguala-se à tensão de escoamento:

$$\sigma_{cr} = \sigma_y = K_q \frac{\pi^2 E}{12(1-\nu^2)} \left(\frac{t}{b_e}\right)^2 \tag{2}$$

sendo σ_y a tensão de escoamento e b_e a largura efetiva dada por:

$$b_e = \sqrt{\frac{K_q \pi^2}{12(1-\nu^2)}} \sqrt{\frac{E}{\sigma_y}} t = 1,90 \sqrt{\frac{E}{\sigma_y}} t \tag{3}$$

Combinando as Eq. (1) e (3), para $K_q = 4$ (borda simplesmente apoiada), tem-se a seguinte relação sugerida por Ramberg et al. (1939):

$$\frac{b_e}{b} = \sqrt{\frac{\sigma_{cr}}{\sigma_y}} \quad (4)$$

Pela Fig. 1, a tensão média é:

$$\sigma_m = \frac{b_e}{b} \sigma_y \quad (5)$$

Substituindo a Eq. (4) na Eq. (5) e considerando onde $\sigma_m = \sigma_{ult}$ como a tensão média na extremidade carregada no ponto de resistência máxima tem-se:

$$\sigma_{ult} = \sqrt{\sigma_{cr} \sigma_y} \quad (6)$$

3. MODELAGEM COMPUTACIONAL

De acordo Manrique (1989), métodos numéricos são altamente empregados em análises estruturais. Especificamente se tratando de soluções da grande maioria dos problemas de painéis sob esforços mecânicos, as mesmas são praticamente impossíveis de se resolver quando se tenta por meio da aplicação das equações diferenciais da teoria da elasticidade. Para a análise desses problemas, segundo Maki (1968) se procura outros métodos de solução. Um desses métodos é o Método dos Elementos Finitos, o qual resulta soluções aproximadas para esses problemas.

O Método dos Elementos Finitos (MEF) baseia-se na decomposição do domínio de integração em um número finito de subdomínios (elementos finitos) transformando o meio contínuo em discreto. A divisão de domínio é nomeada de malha de elementos finitos, onde os pontos de intersecção das linhas dos elementos são denominados nós. Apesar de cada elemento ter o comportamento arbitrado de forma aproximada, a malha dos elementos se comporta de forma semelhante ao contínuo original. Além disso, no modelo de deslocamentos presente no MEF, um campo de deslocamentos nodais é arbitrado, fazendo com que a interação de componentes de tensão entre elementos adjacentes seja substituída pela interação de forças nodais entre os elementos. Sendo assim, o equilíbrio infinitesimal considerado no modelo matemático do meio contínuo é substituído pelo equilíbrio presente em cada elemento finito, trocando-se as equações diferenciais de equilíbrio por equações algébricas do elemento como um todo (Assan, 2003; Soriano, 2003). A teoria básica envolvendo o método dos elementos finitos é bastante difundida, podendo ser encontrada facilmente na literatura como Zienkiewicz (1971), Gallagher (1975) e Przemieniecki (2009).

O *software* ANSYS, que é baseado no MEF, foi empregado no desenvolvimento dessa pesquisa. Como o estudo é relacionado a placas finas, optou-se pelo uso do elemento SHELL93 (Fig. 2), que é um elemento do tipo casca estrutural 2D.

De acordo com Kohnke (1999), o elemento SHELL93 é um elemento finito do tipo casca de caráter isoparamétrico. Cada um de seus oito nós possui seis graus de liberdade, sendo três translações nas direções x , y e z , além de três rotações também em torno desses eixos.

Caracterizado como um elemento finito 2D, é considerado de caráter tridimensional devido à sua não restrição ao plano x - y , podendo ser empregado em qualquer posição do espaço tridimensional, além de ser deformável na direção fora de seu plano. Os elementos finitos tipo casca são usados para modelar componentes estruturais do tipo placa que possuem espessura pequena se comparada às suas outras dimensões. Podem ser carregados em seu plano (carregamentos de membrana) bem como fora de seu plano por momentos fletores e/ou

torçores. Além disso, o elemento finito SHELL93 pode considerar grandes deslocamentos e plasticidade (Dufour, 2003; Ross, 2011).

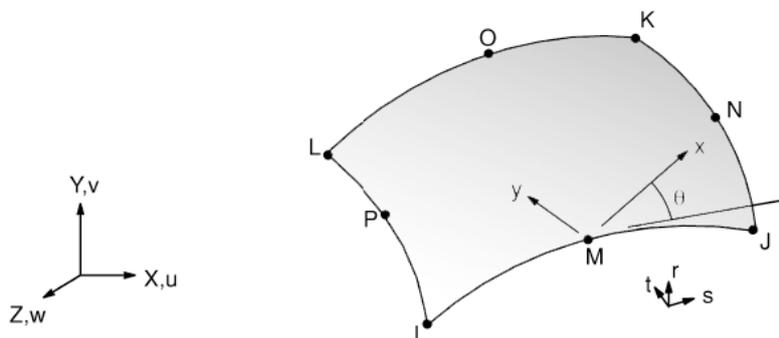


Figura 2. Elemento finito SHELL93 (Fonte: Kohnke, 1999).

A necessidade de uma grande acurácia no resultado e a qualidade da malha a ser trabalhada são fatores preponderantes que possibilitam a diferenciação dos valores aceitáveis para os desprezíveis. Para a verificação da malha a ser adotada considerou-se uma placa com enrijecedores, onde se adotou elementos regulares do tamanho de 20 mm, tamanho esse definido a partir de um teste de convergência de malha.

De acordo com Madenci e Guven (2008), para a análise numérica de flambagem elástica foi adotada a análise elástica de autovalores. A solução de equações algébricas homogêneas foi utilizada para analisar as equações de equilíbrio por elementos finitos para esse tipo de análise. O autovalor mais baixo corresponde à carga crítica de flambagem e o autovetor a ele associado representa o primeiro modo de flambagem.

3.1. Análise não-linear elasto-plástica de flambagem

A determinação da carga última de flambagem não-linear é uma análise complexa, se comparada à análise de flambagem elástica, devido a maior complexidade da relação tensão-deformação para além do estado de flambagem elástica (Szilard, 2004). Consequentemente, métodos numéricos são altamente recomendados e amplamente empregados para a análise do comportamento pós-flambagem de placas.

Para a análise do comportamento pós-flambagem de placas, é adotado um comportamento linear elástico-perfeitamente plástico, isto é, sem encruamento, considerado o caso mais crítico do material. Para a análise do comportamento pós-flambagem é necessário considerar uma imperfeição geométrica inicial na placa. Para isso, a geometria inicial imperfeita é definida a partir do primeiro modo de flambagem elástica com um deslocamento máximo considerado igual a $b/2000$ (El-Sawy et al., 2004).

Para a análise da carga última da placa, de acordo com Helbig et al. (2014), uma carga de referência é dada por $P_y = \sigma_y t$, onde σ_y é a tensão de escoamento do material, aplicada em pequenos incrementos às arestas paralelas ao eixo y da placa (Fig. 3). Em cada incremento de carga o método de Newton-Raphson foi aplicado a fim de se determinar os deslocamentos correspondentes à configuração de equilíbrio da placa, através das seguintes equações:

$$\{P\}_{i+1} = \{P\}_i + \{\Delta P\} \quad (7)$$

$$\{\psi\}_{i+1} = \{P\}_{i+1} - \{F_{NL}\} \quad (8)$$

$$[K_r] \{\Delta U\} = \{\psi\} \quad (9)$$

$$\{U\}_{i+1} = \{U\}_i + \{\Delta U\} \quad (10)$$

onde, $[K_i]$ é a matriz de rigidez tangente, $\{\Delta U\}$, o vetor de incrementos de deslocamentos necessários para se atingir a configuração de equilíbrio, $\{F_{NL}\}$ o vetor de forças internas nodais não lineares e $\{\psi\}$ o vetor de cargas em desequilíbrio. Os vetores $\{U\}_i$ e $\{U\}_{i+1}$ correspondem aos deslocamentos, enquanto os vetores $\{P\}_i$ e $\{P\}_{i+1}$ correspondem às cargas externas aplicadas em duas configurações de equilíbrio sucessivas da estrutura.

De acordo com Helbig et al. (2014), se em um determinado passo de carga a convergência não pode ser atingida, ou seja, um incremento finito no vetor de deslocamentos não pode ser determinado de forma que o vetor de forças desequilibradas $\{\Psi\}$ seja anulado, significa que a carga última da estrutura foi atingida. Isso ocorre porque independente de quão grandes os deslocamentos e deformações possam ser, as tensões, e as correspondentes forças internas, não atingirão a magnitude necessária para equilibrar o carregamento externo, indicando que o material chegou ao limite de sua capacidade resistente.

3.2. Verificação do modelo computacional

Para a verificação do *software* Ansys, utilizou-se um painel retangular isotrópico sob compressão no plano e simplesmente apoiado em seus quatro bordos. De acordo com a Fig. 3, este painel possui comprimento $a = 2000$ mm, largura $b = 1000$ mm e espessura $t = 20$ mm. A placa é feita de Aço AH-36, o qual possui $\sigma_y = 355$ MPa, $E = 210$ GPa, $\nu = 0,3$.

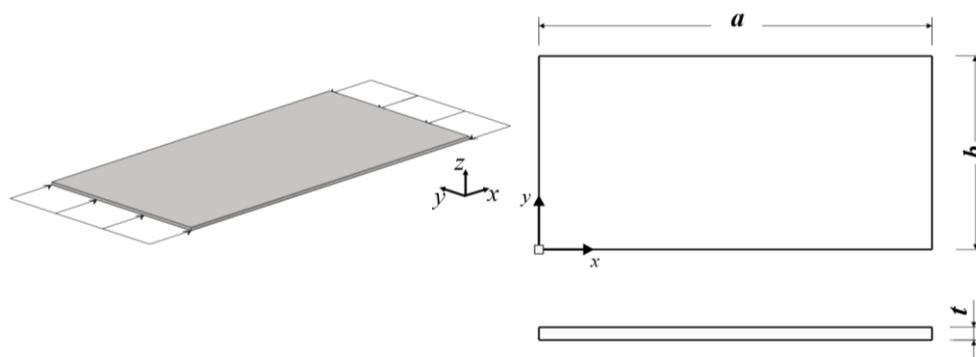


Figura 3. Detalhamento da placa maciça sob compressão uniaxial, em mm.

Inicialmente o modelo computacional para a flambagem elástica, que determina a configuração inicial usada na análise do comportamento elasto-plástico de flambagem, foi verificado através da Eq. (1). A tensão crítica de flambagem determinada pela solução analítica é $\sigma_{cr} = 303,68$ MPa. Já através da modelagem computacional, foi obtida uma tensão crítica de $\sigma_{cr} = 299,00$ MPa. Portanto, uma diferença de 1,54% entre o modelo numérico e a solução analítica foi encontrada.

Após, considerando o comportamento elasto-plástico da placa, a tensão última de flambagem determinada pela solução analítica, dada pela Eq. (6) é $\sigma_u = 342,77$ MPa. Já através da modelagem computacional, foi obtida uma tensão crítica como sendo $\sigma_u = 328,33$ MPa, tendo uma diferença de 4,39% entre os resultados. Assim, é possível afirmar que ambos modelos computacionais foram devidamente verificados.

Por fim, foi feita a validação do modelo computacional para uma placa possuindo enrijecedores longitudinais e transversais. Para tanto, optou-se em comparar o resultado numérico com um obtido de forma experimental. Dessa forma analisou-se um modelo proposto por Kumar et al (2009). O modelo SP1 (Fig. 4) da análise experimental de Kumar (2009) foi reproduzido, possuindo as seguintes dimensões: $a = 1,16$ m, $b = 0,96$ m e $t_p = 0,01$ m.

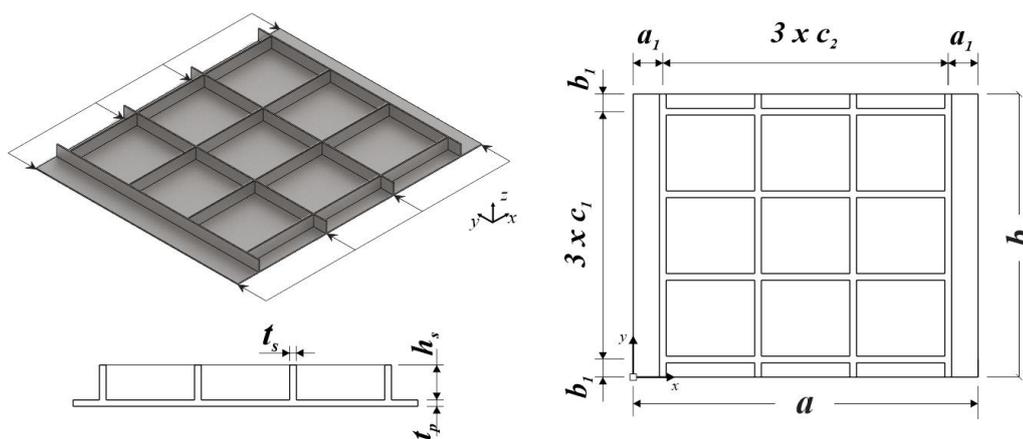


Figura 4 - Detalhamento da placa ortotrópica para validação de flambagem elasto-plástica.

Ainda analisando a Fig. 4, a placa possui quatro enrijecedores longitudinais espaçados em $c_1 = 0,28$ m e quatro transversais espaçados em $c_2 = 0,32$ m. Em ambas as direções eles apresentam as mesmas características geométricas, sendo enrijecedores de seção transversal retangular com altura $h_s = 0,05$ m e espessura $t_s = 0,005$ m. Os mesmos são dispostos simetricamente espaçados em referência aos eixos centrais da placa. Nas extremidades existem espaçamentos $a_1 = 0,1$ m e $b_1 = 0,06$ m a serem considerados. A verificação consiste em analisar a carga última para a placa proposta. Para isso adotou-se um aço com $\sigma_y = 218$ MPa, $E = 180$ GPa, $\nu = 0,3$.

Na análise de flambagem elasto-plástica na placa, obteve-se a diferença numérica com resultados experimentais para a placa proposta, além do erro entre o modelo numérico proposto pelo autor. Sendo assim, a carga última de flambagem determinada por método experimental e numérico foram de $P_{uE} = 983,00$ kN e $P_{uN} = 1036,20$ kN. Na análise computacional, obteve-se a carga última como sendo $P_u = 1075,55$ kN.

Esta última análise, para validação e verificação do modelo computacional, satisfaz em seus resultados obtidos, uma vez que, se obteve um erro de 9,41% entre o resultado numérico e experimental e uma diferença de 3,79% entre o resultado numérico obtido e o proposto. Sendo assim, esse conjunto de análises serviram para apresentar a confiança necessária para que o modelo computacional proposto pudesse ser utilizado nas simulações necessárias para a pesquisa.

4. O MÉTODO DESIGN CONSTRUTAL

Existe um princípio, que de acordo com Bejan e Lorente (2006) resume observações comuns que se um sistema de fluxo possui liberdade suficiente para alterar a sua configuração, em seguida, o sistema exhibe configurações que permitem, progressivamente, melhores vias de acesso para as correntes que nele fluem. Este princípio foi formulado em 1996 como a Lei Construtal da geração de configuração de fluxo e evolução, de forma que para um sistema de fluxo persistir no tempo, o mesmo deve evoluir de tal modo que proporcione o acesso mais fácil para as correntes que fluem através dele. Estes estudos têm uma importância significativa, sendo o ponto de partida para a ampliação e aplicação da Teoria Construtal a problemas de engenharia e outros ramos da ciência (Bejan e Lorente, 2008). Além disso, a Teoria Construtal tem sido também utilizada para explicar a geração determinística de formas na natureza (Bejan, 2000).

Reis (2006) afirma que a Teoria Construtal conseguiu atrair muitos educadores e pesquisadores de diversas áreas (engenharia, física, biologia, sociologia, dentre outras), que

juntos possuem uma nova direção, que consiste em aplicar a Lei Construtal para uma melhor engenharia, além de uma melhor organização de movimentação e conexão de pessoas, produtos e informações. Essa finalidade é denominada Método Design Construtal, que através dele, se obtém não só as melhores condições de geometria, mas também melhores estratégias, como rapidez, custo, direção, confiabilidade, para gerar a geometria que está se necessitando.

Então, para a aplicação do Método Design Construtal no problema da flambagem elasto-plástica de placas com enrijecedores, fez-se a transformação de uma fração de volume (ϕ) de uma placa, antes maciça, em elementos enrijecedores, através da seguinte equação:

$$\phi = \frac{V_e}{V} = \frac{N_{sl}(ah_s t_s) + N_{st}[(b - N_{sl} t_s)h_s t_s]}{abt} \tag{11}$$

onde V_e é o volume de material convertido em enrijecedores, V o volume inicial de material da placa inicialmente sem enrijecedores, N_{el} e N_{et} são, respectivamente, o número de enrijecedores nas direções longitudinal e transversal da placa; a , b e t são, respectivamente, o comprimento, a largura e a espessura da placa; e h_s e t_s são, respectivamente, a altura e a espessura dos enrijecedores. Cabe destacar que todos os enrijecedores apresentam uma mesma geometria, com seção transversal retangular, permitindo a realização de uma variação no grau de liberdade h_s/t_s , correspondente à relação entre a altura e largura do enrijecedor.

Sendo assim, a transformação na configuração geométrica sofrida pela placa acarretará em uma variação nula de volume, entre a placa sem enrijecedores, usada como referência, e a placa com enrijecedores. Cabe destacar que uma variação geométrica sem variação volumétrica é um aspecto que está diretamente relacionado à aplicação do Método Design Construtal, o que permite uma comparação adequada entre todas as configurações geométricas propostas.

Dois valores para o volume total de material da placa foram considerados: $V_1 = 0,040$ e $V_2 = 0,028$ m³. Além disso, para cada volume, diferentes valores de ϕ foram adotados, representando diferentes frações volumétricas da placa sem enrijecedores transformadas em enrijecedores. Já o número de enrijecedores na direção longitudinal (N_{el}) e o número de enrijecedores na direção transversal (N_{et}), nesse trabalho, foram considerados iguais a dois, ou seja, $N_{el} = N_{et} = 2$, como indica a Fig. 4.

A placa possui comprimento $a = 2$ m, largura $b = 1$ m, e espessura t_p de acordo com os valores de ϕ . Na configuração geométrica apresentada na Fig. 5, existem dois enrijecedores longitudinais e dois transversais.

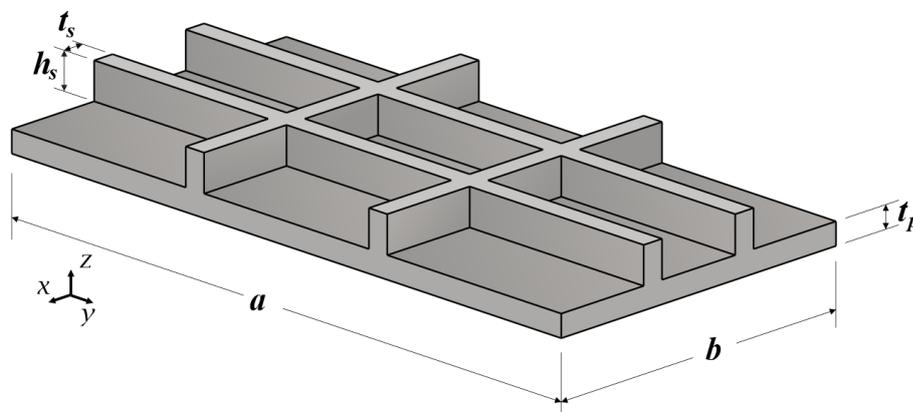


Figura 5. Esquema prático a ser analisado.

Foram adotadas frações de volume dos enrijecedores, definidas pela Eq. (11), como valores de $\phi = 0,1; 0,2; 0,3$ e $0,4$. Além disso, para cada fração volumétrica, foi avaliada a

influência do grau de liberdade h_s/t_s no comportamento elasto-plástico sob compressão axial da estrutura.

De acordo com Helbig et al. (2014), se em um determinado passo de carga a convergência não pode ser atingida, ou seja, um incremento finito no vetor de deslocamentos não pode ser determinado de forma que o vetor de forças desequilibradas $\{\Psi\}$ seja anulado, significa que a carga última da estrutura foi atingida. Isso ocorre porque independente de quão grandes os deslocamentos e deformações possam ser, as tensões, e as correspondentes forças internas, não atingirão a magnitude necessária para equilibrar o carregamento externo, indicando que o material chegou ao limite de sua capacidade resistente.

5. RESULTADOS E DISCUSSÕES

Tendo duas situações propostas onde se tem $V_1 = 0,040$ e $V_2 = 0,028$ m³, a análise dos resultados foi feita usando como referência a tensão última de flambagem da placa sem enrijecedores, sendo $\sigma_{u1} = 342,77$ MPa e $\sigma_{u2} = 187,61$ MPa, respectivamente. Os valores para a tensão última de flambagem das placas enrijecidas foram normalizados, utilizando como referência o valor da tensão última das placas sem enrijecedores e mesmo volume, obtendo σ_{uN} . Com isso, na Fig. 6, os valores normalizados da tensão última de flambagem em função da variação do grau de liberdade h_s/t_s são apresentados.

A partir da Fig. 6 é possível observar que, entre os casos estudados, normalmente, a presença de enrijecedores permitiu melhorar o comportamento mecânico sob flambagem elasto-plástica das placas em relação às placas sem enrijecedores. Entretanto, em alguns casos, a inclusão dos enrijecedores somente conduziu a tensões últimas inferiores àquelas obtidas para a placa sem enrijecedores.

Além disso, a Fig. 6 indica que para cada variação volumétrica ϕ , a análise elasto-plástica apresentou uma relação ótima h_s/t_s que maximiza a carga última de flambagem. Desta forma, é possível observar que, à medida que se aumenta o valor da relação h_s/t_s das placas, as mesmas tendem a apresentar o mesmo comportamento, onde se tem um crescente aumento de carga última de flambagem até se atingir um valor máximo. Após isso, tem-se um subsequente decréscimo. Portanto, em todos os casos analisados, existe uma geometria ótima obtida com valor intermediário de h_s/t_s , mostrando que a variação geométrica proposta pelo Método Design Construtal permite a obtenção de desempenhos superiores mantendo constante a quantidade de material.

Analisando os resultados obtidos pelas placas cujo volume inicial $V_1 = 0,040$ m³, observou-se o melhor desempenho na placa cujo $\phi = 0,3$ e relação $h_s/t_s = 8,92$, apresentando uma melhoria de 3,5% em relação à tensão última para a placa com mesmo volume de material, porém sem enrijecedores. Para esse mesmo valor de ϕ , a relação $h_s/t_s = 20,00$ apresentou o pior comportamento elasto-plástico, visto que houve uma redução de 16,37% do valor da tensão última de flambagem, quando comparada à tensão última de uma placa de mesmo volume sem enrijecedores. A Fig. 7 apresenta a distribuições de tensão (von Mises) para a melhor e a pior geometria analisando $\phi = 0,3$.

Já para $\phi = 0,1$ e relação $h_s/t_s = 6,62$, teve-se a geometria com o rendimento menos favorável, apresentando uma redução de 32,3%, quando comparada a tensão dessa geometria com a de uma placa com mesmo volume de materiais e sem enrijecedores.

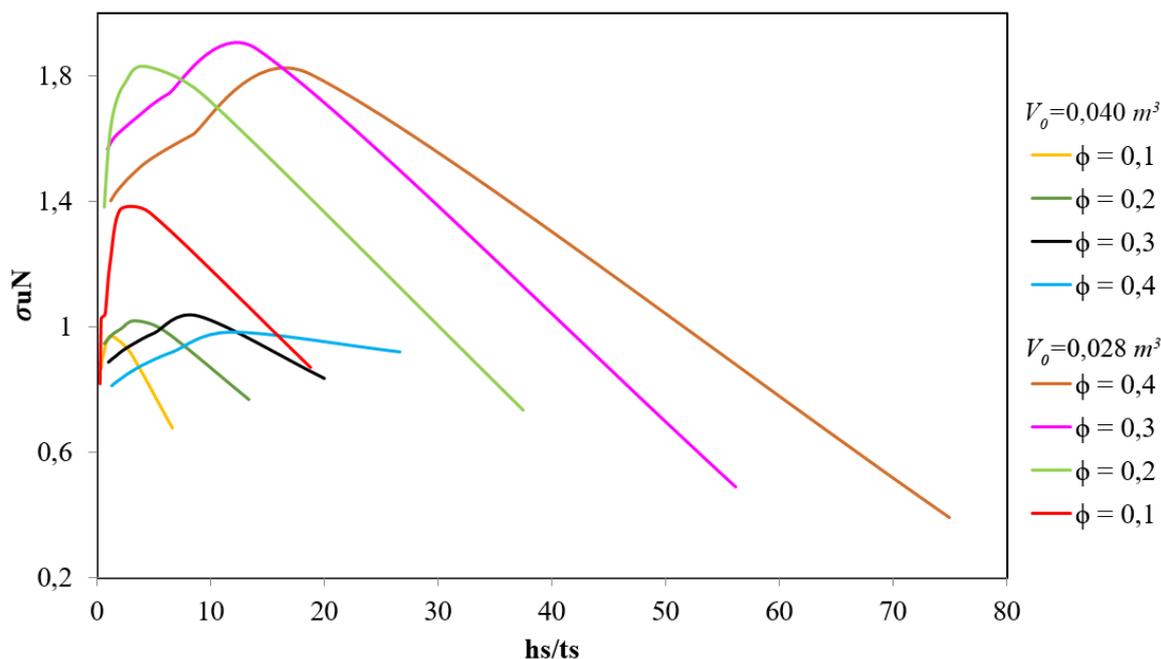


Figura 6. Valores de tensão última normalizada em função da variação do grau de liberdade h_s/t_s .

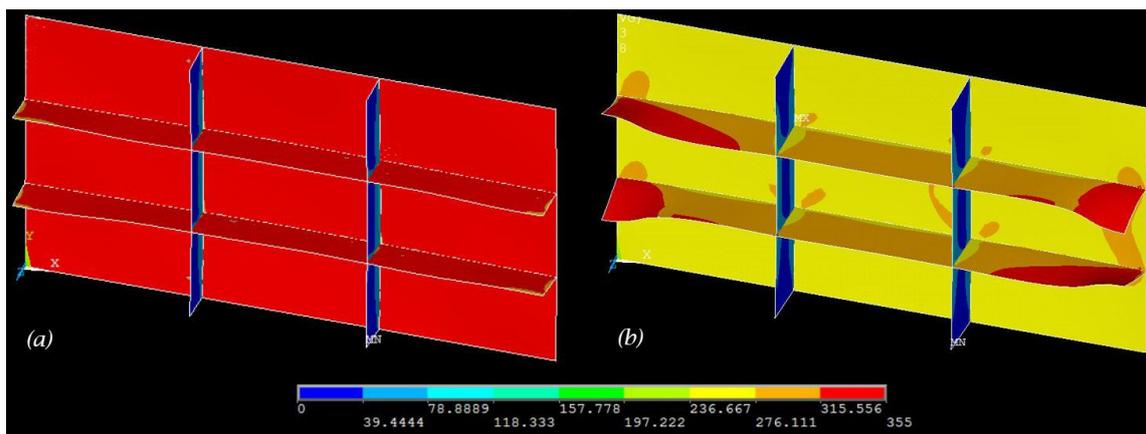


Figura 7. Distribuição de tensões em MPa para a geometria com (a) melhor e (b) pior desempenho elasto-plástico com $\phi = 0,3$ considerando volume inicial V_1 .

Ao se analisar os resultados obtidos pelas placas cujo volume inicial $V_2 = 0,028 \text{ m}^3$, observou-se um melhor comportamento elasto-plástico para a placa cujo $\phi = 0,3$ e relação $h_s/t_s = 14,10$, a qual apresentou uma melhoria de 88,52% em relação à tensão última para a placa com mesmo volume de material, porém sem enrijecedores. Considerando a mesma fração volumétrica ϕ , para a relação $h_s/t_s = 56,18$ apresentou o pior comportamento elasto-plástico, visto que houve uma redução de 51,09% do valor da tensão última de flambagem, quando comparada à de uma placa de mesmo volume sem enrijecedores. A Fig. 8 apresenta a distribuições de tensão (von Mises) para a melhor e a pior geometria analisando $\phi = 0,3$.

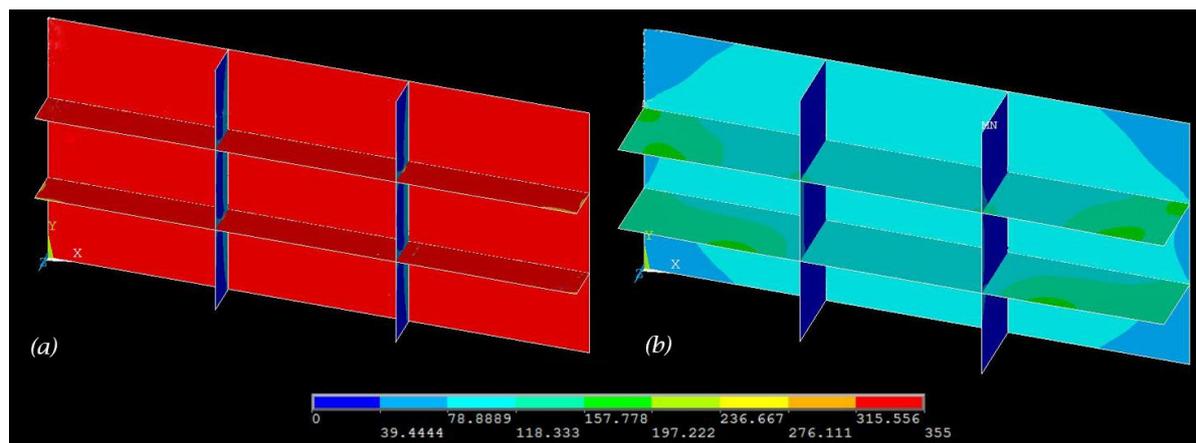


Figura 8. Distribuição de tensões em MPa para a geometria com (a) melhor e (b) pior desempenho elasto-plástico com $\phi = 0,3$ considerando volume inicial V_2 .

Porém, ao se considerar $\phi = 0,4$ e relação $h_s/t_s = 74,92$, tem-se a geometria com o pior rendimento dentre todas as análises com volume inicial V_2 , apresentando uma redução de 59,45%, quando comparada a tensão dessa geometria com a de uma placa com mesmo volume de materiais e sem enrijecedores.

A partir dos resultados analisados anteriormente, é possível observar a influência da espessura da placa inicialmente sem enrijecedores para a realização de uma busca pela geometria ótima de placa enrijecida. Segundo Ventsel e Krauthammer (2001), a tensão de flambagem depende da espessura da placa, de forma que quanto mais fina a placa, mais baixa é a carga de flambagem. Isso pode ser observado comparando os valores da tensão última para as duas geometrias inicialmente analisadas sem enrijecedores com a tensão de escoamento do material.

Segundo Szilard (2004), os enrijecedores longitudinais dispostos paralelamente às cargas coplanares suportam parte da força aplicada, enquanto enrijecedores transversais são usados meramente para subdividir a placa em unidades menores, uma vez que, a carga suportada por ele é relativamente pequena. Esse fato é observado nas Fig. 6 e 7, onde enrijecedores transversais estão submetidos à valores baixos de tensão.

Ao se analisar o comportamento das placas enrijecidas avaliando a relação h_s/t_s , percebe-se uma grande redução do desempenho da placa enrijecida para valores altos de h_s/t_s , quando comparada com a placa sem enrijecedores e com mesmo volume em todos os casos de ϕ . Isso pode ser explicado pela presença de enrijecedores esbeltos, que passam a apresentar um comportamento de placas finas. Além disso, essa redução da tensão última acontece em alguns casos onde se tem um pequeno valor da relação h_s/t_s , pois o enrijecedor apresentando uma largura consideravelmente maior em relação à sua altura, pouco contribui para a capacidade de carga das placas.

6. CONCLUSÕES

A partir do *software* ANSYS foi possível o desenvolvimento de modelos computacionais verificados e/ou validados capazes de determinar a carga crítica e a carga última de placas com enrijecedores (ou ortotrópicas).

Ao realizar a análise elasto-plástica para a placa enrijecida, considerou-se o efeito da não-linearidade presente durante a flambagem da estrutura. A aplicação do Método Design Construtal para a determinação do campo de busca de parâmetros para a análise da tensão última da placa, possibilitou encontrar uma geometria ótima apresentando um valor máximo de tensão última dentre todos os casos analisados.

A aplicação do Método Design Construtal permitiu a comparação de diferentes geometrias dos enrijecedores, permitindo encontrar uma geometria ótima, que dentre os casos analisados apresentou uma maior tensão última de flambagem. Através das imagens de distribuição de tensão, é possível perceber que a melhor configuração geométrica (Fig. 6 e 7) possui mais regiões submetidas à tensão de escoamento do material se comparada à pior geometria. Esse fato está de acordo com o Princípio Construtal da ótima distribuição de imperfeições. Observa-se que, para a pior situação, a tensão de escoamento foi atingida somente nas extremidades dos enrijecedores em uma porcentagem pouco significativa. Além disso, pode-se notar que, como esperado, dentre os enrijecedores, os longitudinais são os grandes responsáveis em absorver a grande parte da tensão aplicada, quando comparados aos resultados apresentados pelos transversais, justificando o uso do Método Design Construtal na busca das melhores geometrias na área da mecânica dos sólidos.

Para a análise proposta, observou-se o melhor desempenho na placa cujo $\phi = 0,3$, volume inicial $V_2 = 0,028 \text{ m}^3$ e relação $h_s/t_s = 14,09$, apresentando uma melhoria de 88,50% em relação à tensão última para a placa com mesmo volume inicial de material, porém sem enrijecedores. Além disso, pode-se perceber que a mesma possui uma melhoria global de 481,24% comparada à geometria de pior situação para as placas enrijecidas com o mesmo volume inicial V_2 ($\phi = 0,4$, relação $h_s/t_s = 74,916$).

A análise das placas com volume inicial V_1 , apesar de conseguirem atingir valores de tensão última próximos à tensão de escoamento do material, não apresentaram um bom desempenho quando comparadas com as placas com volume inicial V_2 . Isso mostra que uma placa com esse volume inicial já apresenta uma tensão última próxima à tensão de escoamento. Em termos práticos, a aplicação para uma placa com esse volume se tornaria inviável, uma vez que a melhoria apresentada de 3,5% apresentada se torna insignificante mediante o processo de fabricação das placas enrijecidas envolvendo corte e soldagem das vigas aos painéis.

Observou-se ainda que a transformação de parte do volume de material da placa em enrijecedores faz com que, na maioria dos casos estudados, a placa ortotrópica resultante sofra uma flambagem inelástica.

Sendo assim, a aplicação do Método Design Construtal, aliado à modelagem computacional, mostra que avaliar a variação da geometria dos enrijecedores em uma placa ortotrópica é de fundamental importância para a definição do comportamento da flambagem das mesmas.

AGRADECIMENTOS

Os autores agradecem a Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES) pela concessão da bolsa de estudo, e ao Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq) pelas bolsas de produtividade.

REFERÊNCIAS

ÅKESSON, B. *Plate buckling in bridges and other structure*. Taylor & Francis, 2007.

AISC. *Design manual for orthotropic steel plate deck bridges*. New York, 188 p, 1963

ASSAN, A.E. *Método dos Elementos Finitos: Primeiros Passos*, Ed. Unicamp, Campinas, 298 p, 2003.

AZEVEDO, A. F. M. *Método dos Elementos Finitos. Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto. 1ª ed. Porto, 2003.*

BEDAIR, O. *Analysis and Limit State Design of Stiffened Plates and Shells: A World View. Applied Mechanics Reviews, vol. 62, edição 2, Calgary, Canadá, 2009.*

BEJAN, A. *Shape and structure: from engineering to nature, Cambridge University Press (Cambridge), 2000.*

BEJAN, A., LORENTE, S. *Constructal Theory of generation of configuration in nature and engineering. Journal of Applied Physics, vol. 100, pp. 041301, 2006.*

BEJAN, A., LORENTE, S. *Design with Constructal Theory. Wiley, Hoboken, 2008.*

DUFOUR, P. *Picking an Element Type for Structural Analysis". Belcan Engineering Group, Inc., p. 5, 2003.*

EL-SAWY, K.M.; NAZMY, A.S. *Effect of aspect ratio on the elastic buckling of uniaxially loaded plates with eccentric holes. Thin-Walled Structures, v. 39, p. 983–998, 2001.*

EL-SAWY, K.M., NAZMY, A.S., MARTINI, M.I. *Elasto-plastic buckling of perforated plates under uniaxial compression, Thin-Walled Structures, v. 42, p. 1083-1101, 2004.*

GALLAGHER, R.H. *Finite Element Analysis: Fundamentals. Prentice-Hall, Englewood Cliffs, N.J, 1975.*

GHAVAMI, K., KHEDMATI, M.R. *Numerical and experimental investigations on the compression behaviour of stiffened plates. Journal of Constructional Steel Research, v. 62, p. 1087-1100, 2006.*

HELBIG, D.; ROCHA, L. A. O.; DA SILVA, C. C. C.; DOS SANTOS, E. D.; REAL, M. V.; ISOLDI, L. A. *Numerical Simulation and Constructal Design Method Applied to the Study of the Cutouts Shape Influence in the Mechanical Behavior of Perforated Plates Subjected to Buckling. XXXV CILAMCE. Fortaleza, 2014.*

KOHNKE, P. *ANSYS Theory Reference - Release 5.6. ANSYS, Inc., 11th Ed., p. 1286, 1999.*

MAKI, A. C. *Finite Element Techniques for Orthotropic Plane Stress and Orthotropic Plate Analysis. U.S. Forest Service, Research Paper, p. 87, Madson, 1968.*

MADENCI, E.; GUVEN, I., 2006. *The Finite Element Method and Applications in Engineering Using ANSYS. Ed. Springer, 2006.*

MANRIQUE, L.J.C. *Colapso de painéis planos enrijecidos". Dissertação de conclusão de Mestrado em Engenharia Oceânica, Universidade Federal do Rio de Janeiro, 1989.*

MAQUOI, R. *Plate girders. Constructional Steel Design, Elsevier Applied Science, London. 133-173, 1992.*

PRZEMIENIECKI, J. S. *Finite Element Structural Analysis: New Concepts. AIAA (American Institute of Aeronautics & Astronautics), Reston, Virgínia, 2009.*

RAMBERG, W., MCPHERSON, A. E., LEVY, S. *Experiments on Study of Deformation and of Effective Width in Axially Loaded Sheet-Stringer Panels.* NACA Tech. Note No. 684, 1939.

REAL, M., ISOLDI, L.A. *Effect of Circular Holes Dimension and Location on the Elastic Buckling Load of Rectangular Plates,* 21st Brazilian Congress of Mechanical Engineering, p. 24-28, 2011.

REIS, A. H. *Constructal theory: from engineering to physics, and how systems flow develop shape and structure.* *Applied Mechanics Reviews*, v. 59, p. 269-281, 2006.

ROSS, C. T. F. *Pressure Vessels: External Pressure Technology.* 2^a Ed., Woodhead Publishing, Padstow, Cornwall, UK, 2011.

SALMON, C. G. & JOHNSON, J. E. *Steel structures: Design and behaviour: Emphasizing load and resistance factor design.* Harper Collins Publishers Inc., 3^a ed., 1990.

SORIANO, H.L. *Método dos Elementos Finitos em Análise de estruturas,* Edusp, São Paulo, 298 p., 2003.

SZILARD, R. *Theories and Applications of Plate Analysis: Classical Numerical and Engineering Methods.* John Wiley & Sons, Inc., Hoboken, New Jersey, 2004.

TRAHAIR, N.S. E BRADFORD, M.A. *The behavior and design of steel structures.* 2^a ed., Chapman e Hall, 1988.

VENTSEL, E.; KRAUTHAMMER, T. *Thin Plates and Shells: Theory, Analysis and Applications.* Marcel Dekker, Inc., The Pennsylvania State University, University Park, New York, 2001.

VON KÁRMÁN, T. *Untersuchungen über knickfestigkeit. Mitteilungen über Forschungsarbeiten,* v. 81, p. 1-44. Berlin, 1932.

WANG, C.M.; WANG, C.Y.; REDDY, J.N., 2005. *Exact solutions for buckling of structural members.* CRC Press.

XU, S.X., KOKO, T.S. *Finite Element Analysis and Design of Actively Controlled Piezoelectric Smart Structures,* *Finite Element in Analysis and Design*, vol. 40, pp. 241-262, 2004.

YAO, L.Q., LU, L. *Hybrid-Stabilized Solid-Shell Model of Laminated Composite Piezoelectric Structures under Non-linear Distribution of Electric Potential through Thickness,* *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, vol. 58, pp. 1499-1522, 2003.

ZIEMIAN, R.D. *Guide to stability design criteria for metal structures.* John Wiley Sons. Hoboken, 2010.

ZIENKIEWICZ, O.C. *The finite Element Method in Engineering Science.* 2^a ed. McGraw-Hill, London, 1971.