

# **ANÁLISE DINÂMICA DA SUSPENSÃO DE UM VEÍCULO MINI BAJA SAE**

Gustavo Araujo Nicanor (CUFSA) gu.nicanor@bol.com.br  
Leandro dos Santos de Carvalho (CUFSA) leandro.s.carvalho@hotmail.com  
Uanderson Rodrigues Costa Mazzoni (CUFSA) uan-mazzoni@hotmail.com

**Resumo:** Baseado em um veículo mini baja equipado com sistema de suspensão do tipo duplo A, este trabalho analisa o seu comportamento dinâmico através de modelos simples. Foram determinadas as frequências naturais e os modos normais de um modelo com três graus de liberdade, no qual foi possível verificar as regiões de ressonância. A resposta de um modelo de 1/8 de veículo foi estudado considerando um obstáculo característico de uma das provas que existem na competição promovida pela SAE, a qual esses veículos participam.

**Palavras-chave:** Mini Baja SAE, Sistema de suspensão, Análise dinâmica.

## **1. INTRODUÇÃO**

A SAE – Society of Automobile Engineers, inicia no Brasil em 1994 a primeira competição de baja que foi criada em 1976 na Universidade da Carolina do Sul, Estados Unidos. Desde então, alunos de engenharia são desafiados a aplicarem os conceitos aprendidos para a fabricação de um miniveículo do tipo off-road, passando pelas etapas de concepção, projeto detalhado, construção e testes, formando equipes que representem a Instituição de Ensino Superior (PROGRAMA ESTUDANTIL BAJA SAE BRASIL, 2015).

A organizadora promove avaliações, que são pontuados em provas de categorias estáticas e dinâmicas (REGULAMENTO BAJA SAE BRASIL 9 (RBSB 9) – AVALIAÇÃO E PONTUAÇÃO – EMENDA 3, 2013). Na avaliação estática, são julgados os projetos em três etapas: Inspeção Técnica e de Segurança para verificar se o veículo satisfaz os requisitos mínimos de configuração e segurança conforme RBSB 5 e 7, inspeção do Motor, onde é verificado se não houve alterações na rotação e potência, e a Avaliação do Projeto, onde os juízes analisam os relatórios, apresentações e a demonstração do projeto desde sua concepção até o veículo montado. Já na avaliação dinâmica, as equipes submetem seus projetos a testes de desempenho, como: aceleração, velocidade máxima, tração, suspension and traction, além do Enduro de Resistência, que se tratar de uma corrida com duração de quatro horas, em um terreno irregular e com diversos tipos de obstáculos.

É estabelecida à utilização de um único motor padronizado com 10HP e também a construção do chassi tubular com material de 18% de carbono. As equipes iniciam seus projetos com a mesma potência motora, porém, têm liberdade de encontrar, e ou, desenvolver materiais que demonstrem propriedades mecânicas e estruturais iguais ou melhores que o pré-estabelecido para ganharem vantagem em redução de peso e maior robustez. Além disso, o veículo deve ter uma bitola máxima de 1,62m e seu comprimento não deve ultrapassar 2,75m, com capacidade de transportar uma pessoa de 1,90m de altura e massa de 113,5kg (RBSB 5).

O objetivo da competição é a construção de um veículo compacto, robusto, de baixo custo e forte o suficiente para ultrapassar troncos de árvores, pedras, rampas, pista de calcário, lâminas d'água e buracos.

### **1.1 A escolha do tipo de suspensão**

Entre os diversos tipos de sistemas de suspensão dependente e independente, o sistema Duplo A, visto na figura 1, é composto por duas bandejas, superior e inferior de comprimentos diferentes. Essas bandejas podem ser configuradas em vários ângulos em relação à vista horizontal e lateral, além disso, as juntas esféricas que ligam as bandejas à manga de eixo

permitem ângulos em relação à vista de planta. Esta configuração é feita para obter características geométricas que possibilitam alcançar propriedades dinâmicas desejáveis, tais como: controle de altura e movimento do centro de rolagem, propriedades de alteração de camber e caster em função dos movimentos das rodas, e variação de movimento longitudinal, permitindo o anti-dive (DIXON J. C, 2009). Por ter essa propriedade de permitir a regulagem dos parâmetros, esse sistema é o mais indicado para competições de alto desempenho, porém, é um dos mais complexos de ser projetado, justamente pela quantidade de parâmetros variáveis.

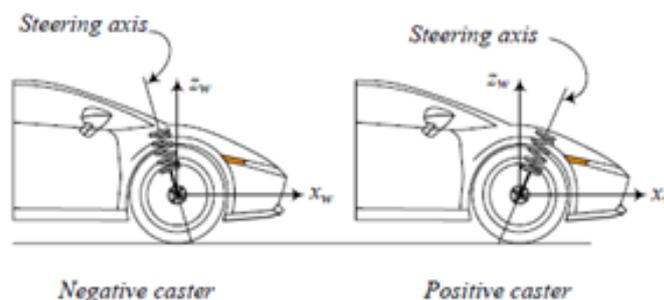


Figura 1 - Sistema de suspensão Duplo A.

## 1.2 Geometria de Suspensão

Os modelos de suspensão dos veículos precisam satisfazer uma série de requisitos cujos objetivos geram conflitos por causa das diferentes condições de operações (com carga/sem carga, acelerando/parando, diferentes tipos de estrada e corrida em linha reta ou entrada/saída de curvas) (REIMPELL, J.; STOLL, H.; BETZLER, J.W, 2001). Geometria de suspensão são parâmetros de alinhamento que afetam o comportamento dinâmico do veículo. Esses parâmetros são definidos estaticamente, porém, se alteram quando o veículo está em movimento.

Os principais parâmetros de uma geometria de suspensão conforme figura 2, são o caster, que pode ser positivo, nulo ou negativo, auxiliando o retorno rápido das rodas à posição de origem e fornece boa estabilidade direcional, o camber que também pode ser positivo, nulo ou negativo, contribui para maior resistência de deslizamento do pneu com o solo, aumentando a capacidade de aceleração em curvas, porém em excesso, causa um desgaste prematuro nos pneus. O ângulo de toe possui duas configurações: toe in (convergente) e toe out (divergente). A configuração de toe afeta três maiores desempenhos: estabilidade em linha reta, entrada de curvas e desgastes dos pneus. O toe in, geralmente utilizado em veículos com tração traseira, aumenta a estabilidade direcional, porém torna a resposta da direção lenta, enquanto o toe out, geralmente utilizado em veículos com tração dianteira, aumenta a resposta da direção, porém deixa o veículo mais instável (JAZAR, Reza N, 2008).



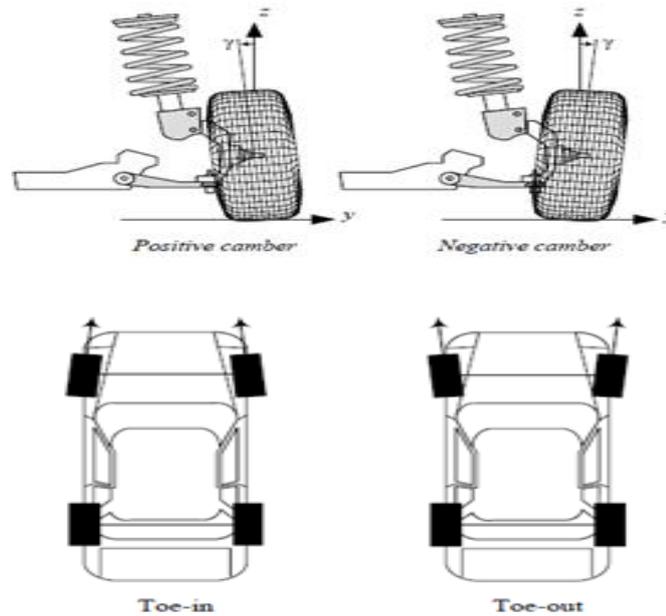


Figura 2 - Parâmetro de geometria de suspensão camber, toe e caster (JAZAR, 2008)

A altura do centro de rolagem, figura 3, é um parâmetro importante na questão de instabilidade. Cada tipo de suspensão tem seu método próprio para determinar a posição do centro de rolagem, mas, independente do tipo suspensão, o centro de rolagem vai estar acima do solo, abaixo do solo ou na mesma linha do solo, (figura 4) e, essa altura interfere na reação das forças laterais que podem ser aplicadas sem produzir o efeito de rolagem o que causa a tendência de derrapagem e facilita o capotamento.

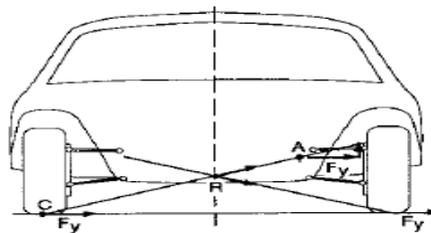


Figura 3 - Centro de Rolagem (GILLESPIE, T.D, 1992).

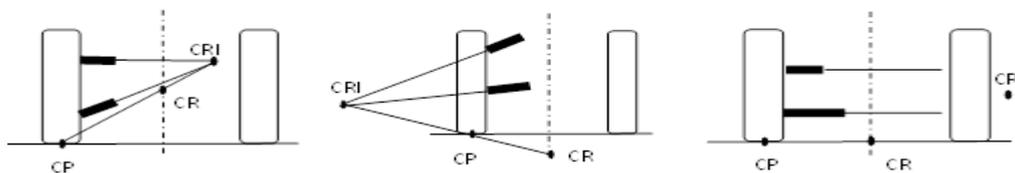


Figura 4 - Possíveis configurações de centro de rolagem para suspensão Duplo A.

Todas essas mudanças na geometria devem ser previstas em projeto (MILIKEN, W. F. & MILIKEN, D. L, 1995), e as preocupações de dimensionamento são para garantir a melhor absorção de impactos, estabilidade mantendo as rodas o maior tempo possível em contato com o solo, maior resistência de rolagem, manter as rodas em movimentos verticais e reagir às forças externas (GILLESPIE, T.D, 1992).

### 1.3 Frequências Naturais e modos normais de vibração.

A frequência natural é uma característica de um sistema mecânico correspondente à frequência de vibração livre que ocorre após uma perturbação inicial, sem atuação de forças externas no sistema durante a vibração.

Um sistema com  $n$  graus de liberdade, terá  $n$  frequências naturais (S. S. RAO, 2008). Para a análise da suspensão é importante conhecer quais são esses valores de frequência, para poder verificar em quais condições o sistema pode entrar em ressonância. É importante se distanciar da zona de ressonância, pois são oscilações de amplitudes relativamente grandes que podem afetar o conforto do piloto, prejudicar a estabilidade e dirigibilidade ou até mesmo causar danos aos componentes da suspensão e das partes estruturais do veículo.

Já os modos normais de vibração estabelecem uma relação entre as amplitudes de vibração de cada coordenada. Um sistema com  $n$  graus de liberdade apresenta  $n$  modos normais de vibração (S. S. RAO, 2008).

### 1.4 Objetivo

O objetivo deste trabalho é avaliar o comportamento dinâmico de um veículo mini baja montado sobre um sistema de suspensão do tipo duplo A, onde serão avaliadas as frequências naturais e os modos normais de vibração do veículo e a resposta do sistema quando submetido a um obstáculo característico da prova.

## 2. MODELO DO VEICULO COM TRÊS GRAUS DE LIBERDADE

A análise dinâmica de um veículo com suspensão independente revela que o conjunto das rodas, conhecido como massa não suspensa, apresenta uma frequência natural de vibração muito superior quando comparada à vibração do corpo, conhecido como massa suspensa, (BARBIERI, F. 2011).

Sendo assim, o efeito de vibração da roda é menor no comportamento dinâmico do veículo quando este trafega em velocidades relativamente baixas como é típico desta prova, permanecendo longe da região de ressonância. Desta forma os graus de liberdade correspondentes ao movimento das rodas foram desconsiderados, resultando num modelo de 3 graus de liberdade. A figura 5 representa o cockpit do veículo com os graus de liberdade correspondentes.

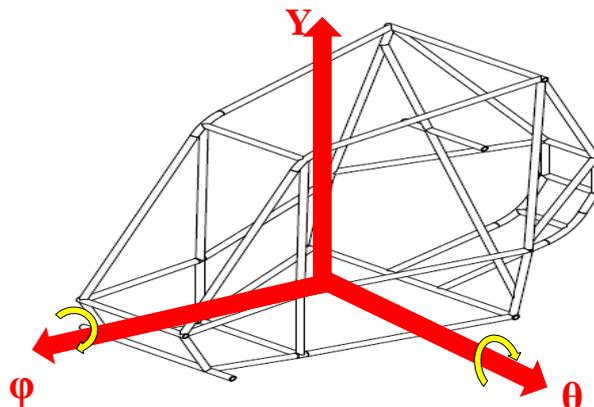


Figura 5 – Cockpit com os graus de liberdade.

Considerando os movimentos como:

Y – movimento vertical da carroceria;

$\Theta$  - PITCH (ângulo de arfagem) é o movimento de giro da carroceria em torno do eixo transversal;

$\Phi$  - ROLL (ângulo de rolagem) é o movimento de giro da carroceria em torno do eixo axial;

Com análise na figura anterior, a modelagem matemática é feita através da dedução das equações de Lagrange que descrevem o movimento do modelo mecânico.

A formulação de Lagrange (S. S. RAO, 2008), conforme equação (1.0), da mecânica clássica definida como a energia cinética menos a energia potencial, será a forma de modelagem do sistema, que definirá seu comportamento dinâmico.

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial K}{\partial \dot{q}_r} \right) - \frac{\partial K}{\partial q_r} + \frac{\partial D}{\partial \dot{q}_r} + \frac{\partial V}{\partial q_r} = f_r \quad (1.0)$$

Onde:

K – Energia Cinética.

V – Energia Potencial.

D – Função de Dissipação do Sistema.

$f_r$  – Força Externa.

A equação de Lagrange definida em termos de coordenadas generalizadas  $(q_1, q_2, q_3, \dots, q_n)$ , que é um conjunto de coordenadas utilizadas para descrever a configuração de um sistema em relação a alguma referência.

- As frequências naturais são calculadas considerando o veículo como um sistema com vibração livre e não amortecido, então:

$$f_r = 0 \quad \text{e} \quad \frac{\partial D}{\partial \dot{q}_r} = 0$$

- Nesta aplicação a energia cinética (K) não é função explicitamente da posição, logo:

$$\frac{\partial K}{\partial q_r} = 0$$

Reescrevendo a equação (1.0), temos:

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial K}{\partial \dot{q}_r} \right) - \frac{\partial V}{\partial q_r} = 0 \quad (1.1)$$

Para facilitar o entendimento da aplicação do conceito de Lagrange, o veículo será representado por um bloco rígido. Conforme figura 6, é possível verificar que o sistema de coordenadas é definido a partir do seu centro de gravidade.

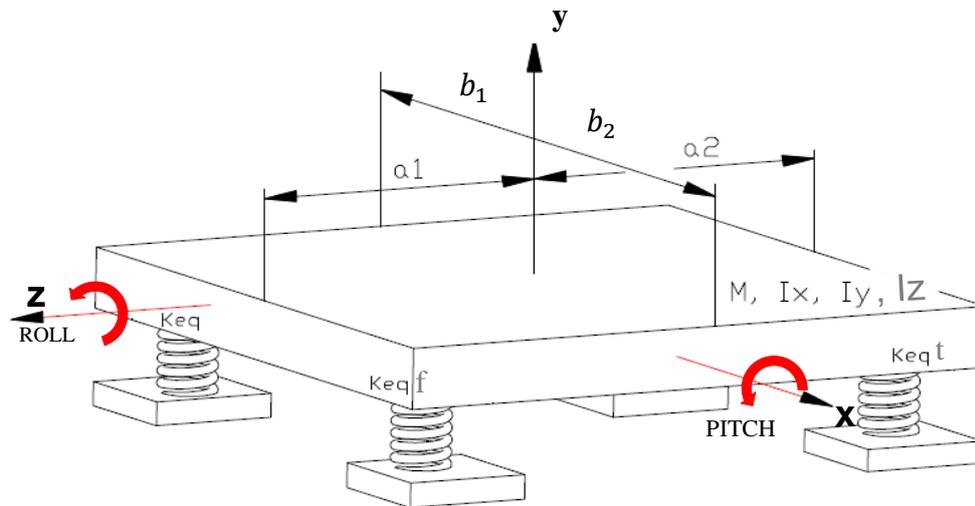


Figura 6 – Corpo rígido representando o modelo completo do veículo com 3 graus de liberdade.

Nota-se que:

$y$  – Deslocamento vertical da carroceria;

$a_1$  – Distância do CG até a posição da suspensão frontal;

$a_2$  – Distância do CG até a posição da suspensão traseira;

$b_1$  – Largura da lateral do veículo até o CG;

$b_2$  – Largura da lateral do veículo até o CG;

$m$  – Massa;

$I_x$  – Momento de inércia em relação ao eixo  $x$ ;

$I_z$  – Momento de inércia em relação ao eixo  $z$ ;

$k_f$  e  $k_t$  – Constante elástica equivalente da suspensão frontal e traseira;

O conjunto de suspensão é montado a um ângulo  $\alpha$ , conforme a figura 7, o que pode variar de projeto para projeto. Esse ângulo é levado em consideração para determinar a constante elástica equivalente  $k_{eq}$  do sistema de suspensão tanto frontal quanto traseiro, portanto deve-se atentar a montagem do conjunto proposto, respeitando os ângulos e as distâncias.

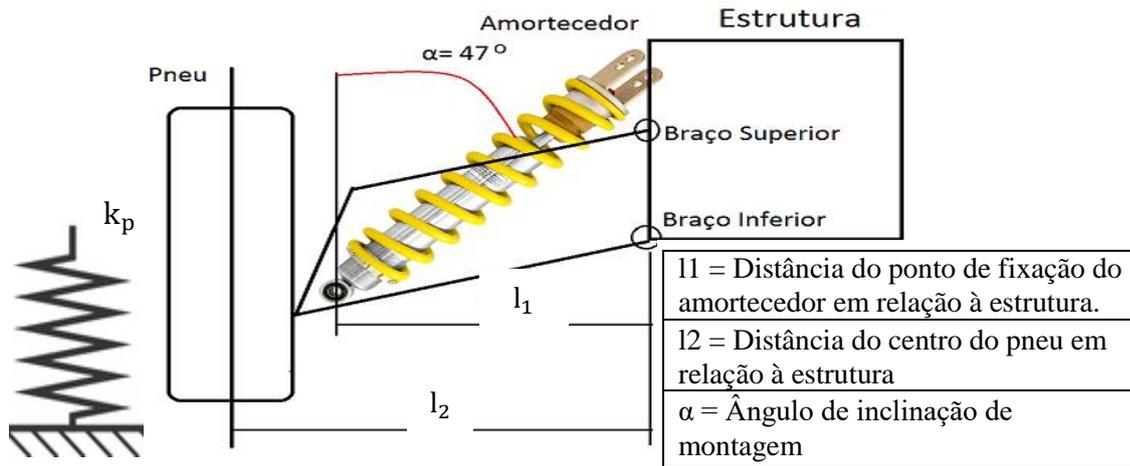


Figura 7: Montagem do sistema de suspensão dianteiro.

Segundo Jazar, a análise de um sistema equivalente, que armazena a mesma energia potencial do sistema real, resulta em:

$$k_{eqm} = k_m \left( \frac{l_1}{l_2} \cos \alpha \right)^2 \tag{1.2}$$

Onde  $k_m$  é a constante elástica da mola, e o  $k_{eqm}$  é a constante elástica equivalente do conjunto de suspensão considerando o ângulo  $\alpha$  de inclinação da montagem.

Para determinar a constante elástica do sistema  $k_{eq}$ , deve ser considerado a constante elástica do pneu  $k_p$  e a  $k_{eqm}$  encontrada anteriormente.

$$\frac{1}{k_{eq}} = \frac{1}{k_{eqm}} + \frac{1}{k_p} \tag{1.3}$$

Com a identificação das forças que agem no veículo e através da resolução da equação (1.1) são encontradas as seguintes equações do movimento:

Para Y;

$$\begin{aligned} & \ddot{Y} \cdot [m] + y \cdot [k_{f_1} + k_{f_2} + k_{t_3} + k_{t_4}] + \\ & \phi \cdot [k_{f_1} b_1 - k_{f_2} b_2 - k_{t_3} b_2 + k_{t_4} b_1] + \\ & \theta \cdot [-k_{f_1} a_1 - k_{f_2} a_1 + k_{t_3} a_2 + k_{t_4} a_2] \end{aligned} \tag{1.4}$$

Para  $\theta$ ;

$$\begin{aligned} & \ddot{\theta} \cdot [I_x] + x \cdot [-k_{f_1} a_1 - k_{f_2} a_1 - k_{t_3} a_2 + k_{t_4} a_2] + \\ & \phi \cdot [-k_{f_1} a_1 b_1 + k_{f_2} a_1 b_2 - k_{t_3} a_2 b_2 + k_{t_4} a_2 b_1] + \\ & \theta \cdot [k_{f_1} a_1^2 + k_{f_2} a_1^2 - k_{t_3} a_2^2 + k_{t_4} a_2^2] \end{aligned} \tag{1.5}$$

Para  $\phi$ ;

$$\begin{aligned} & \ddot{\phi} \cdot [I_z] + x \cdot [k_{f_1} b_1 - k_{f_2} b_2 - k_{t_3} b_2 + k_{t_4} b_1] + \\ & \phi \cdot [k_{f_1} b_1^2 + k_{f_2} b_2^2 + k_{t_3} b_2^2 + k_{t_4} b_1^2] + \end{aligned}$$

(1.6)

$$\theta \cdot [-k_{f1} b_1 a_1 + k b_2 a_1 - k_{t3} b_2 a_2 + k_{t4} b_1 a_2]$$

Encontrado as equações de movimento (1.4) – (1.6) que descrevem o sistema, serão reescritas na forma de matriz, conforme equação a seguir:

$$[M]\ddot{x} + [k]x = 0 \tag{1.7}$$

Assim, substituindo as equações (1.4) – (1.6) em (1.7):

$$\begin{bmatrix} m & 0 & 0 \\ 0 & I_z & 0 \\ 0 & 0 & I_x \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \ddot{y} \\ \ddot{\phi} \\ \ddot{\theta} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 2(k_f + k_t) & \{(k_f + k_t)(b_1 - b_2)\} & \{2(-k_f a_1 + k_t a_2)\} \\ \{(k_f + k_t)(b_1 - b_2)\} & \{(k_f + k_t)(b_1^2 + b_2^2)\} & \{(k_f a_1 + k_t a_2)(-b_1 + b_2)\} \\ \{2(-k_f a_1 + k_t a_2)\} & \{(k_f a_1 + k_t a_2)(-b_1 + b_2)\} & \{2(k_f a_1^2 + k_t a_2^2)\} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} y \\ \phi \\ \theta \end{bmatrix} = 0$$

Considerando  $b_1 = b_2$ , temos:

$$\begin{bmatrix} m & 0 & 0 \\ 0 & I_z & 0 \\ 0 & 0 & I_x \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \ddot{y} \\ \ddot{\phi} \\ \ddot{\theta} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 2(k_f + k_t) & \{0\} & \{2(-k_f a_1 + k_t a_2)\} \\ \{0\} & \{4k b^2\} & \{0\} \\ \{2(-k_f a_1 + k_t a_2)\} & \{0\} & \{2(k_f a_1^2 + k_t a_2^2)\} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} y \\ \phi \\ \theta \end{bmatrix} = 0 \tag{1.8}$$

Observa-se que a equação em  $\phi$  é desacoplada das demais, dessa maneira temos que:

$$I_z + 2(k_f + k_t) b^2 \phi = 0 \tag{1.9}$$

O que corresponde à equação do oscilador harmônico em 1 grau de liberdade, cuja frequência de vibração é encontrada pela equação abaixo e seu resultado será dado mais adiante:

$$\omega_{n\phi} = b \cdot \sqrt{\frac{2(k_f + k_t)}{I_z}} \tag{2.0}$$

Neste caso, durante a vibração livre o movimento de rolagem é independente dos movimentos vertical de arfagem (pitch) do veículo.

Logo, o Sistema para os demais graus de liberdade pode ser escrito por:

$$\begin{bmatrix} m & 0 \\ 0 & I_x \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \ddot{y} \\ \ddot{\theta} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 2(k_f + k_t) & \{2(-k_f a_1 + k_t a_2)\} \\ \{2(-k_f a_1 + k_t a_2)\} & \{2(k_f a_1^2 + k_t a_2^2)\} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} y \\ \theta \end{bmatrix} = 0 \tag{2.1}$$

As frequências naturais, e os modos normais são obtidos encontrando os autovalores e auto vetores da matriz  $[A] = [m]^{-1} [k]$ .

$$[A] = \begin{bmatrix} \frac{1}{m} & 0 \\ 0 & \frac{1}{I_x} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 2(k_f + k_t) & \{2(-k_f a_1 + k_t a_2)\} \\ \{2(-k_f a_1 + k_t a_2)\} & \{2(k_f a_1^2 + k_t a_2^2)\} \end{bmatrix} \tag{2.2}$$

Logo:

$$[A] = \begin{bmatrix} \frac{2}{m}(k_f + k_t) & \frac{2}{m}\{-k_f a_1 + k_t a_2\} \\ \frac{2}{I_x}\{-k_f a_1 + k_t a_2\} & \frac{2}{I_x}\{k_f a_1^2 + k_t a_2^2\} \end{bmatrix}$$

As frequências naturais  $\omega_i$  são dadas por  $\omega_i = \sqrt{\lambda_i}$ , onde  $\lambda_i$  são os autovalores de  $[A]$  determinados pela equação abaixo.

$$\text{Det}[[A] - \lambda I] = 0 \tag{2.3}$$

Como exemplo, os dados do veículo mini baja em projeto no CUFSA são:

Tabela 1 - Tabela de dados do veículo mini baja CUFSA

Parâmetros	Descrição	Valor	Unidade
$k_m$	Constante elástica da mola	7900	N/m
$k_p$	Constante elástica do pneu	133000	N/m
$k_{eqm}$	Constante elástica equivalente da suspensão [Equação (1.2)]	1465,69	N/m
$k_{eqf}$	Constante elástica equivalente do sistema frontal, suspensão e pneu. [Equação (1.3)]	1449,71	N/m
$k_{eqt}$	Constante elástica equivalente do sistema traseira, suspensão e pneu. [Equação (1.3)]	2992,89	N/m
$c$	Coefficiente de amortecimento	400	Ns/m
$\alpha_f$	Ângulo de montagem do amortecedor frontal	47	°
$\alpha_t$	Ângulo de montagem do amortecedor traseiro	35	°
$m$	Massa do veículo	190	Kg
$I_x$	Momento de inércia no eixo X	28	kg.m <sup>2</sup>
$I_z$	Momento de inércia no eixo Z	6,2	kg.m <sup>2</sup>
$a_1$	Comprimento até a suspensão frontal	1,145	m
$a_2$	Comprimento até a suspensão traseira	0,625	m
$B$	Comprimento lateral do veículo	0,4125	m
$l_1$	Distância do ponto de fixação do amortecedor dianteiro em relação à estrutura.	0,300	m
$l_2$	Distância do centro do pneu em relação à estrutura	0,475	m
$l_3$	Distância do ponto de fixação do amortecedor traseiro em relação à estrutura.	0,380	m
$l_4$	Distância do centro do pneu traseiro em relação à estrutura	0,500	m

Substituindo os valores na equação (2.2), temos:

$$[A] = \begin{bmatrix} 46,76 & 2,22 \\ 15,05 & 219,26 \end{bmatrix}$$

O que resulta nas frequências naturais:

$$\omega_{1Y} = 6,82 \text{ rad/s}$$

$$\approx 1,09 \text{ Hz}$$

$$\omega_{2\theta} = 14,81 \text{ rad/s}$$

$$\approx 2,37 \text{ Hz}$$

A frequência natural em  $\phi$  é encontrada pela a equação (2.0)

$$\omega_{3\phi} = 15,62 \text{ rad/s}$$

$$\approx 2,50 \text{ Hz}$$

E os modos normais  $u_i$ , correspondentes às frequências naturais  $\omega_i$  acima, são encontrados com a equação abaixo.

$$[[A] - \lambda I] [\vec{u}] = 0 \quad (2.4)$$

Substituindo pelos valores da tabela, temos que:

$$\begin{bmatrix} 46,76 & 2,22 \\ 15,05 & 219,26 \end{bmatrix} - \lambda \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_{11} \\ u_{12} \end{bmatrix} = 0$$

Resultando nos modos normais de vibração.

$$u_1 = \begin{bmatrix} 0,01 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$u_2 = \begin{bmatrix} -11,48 \\ 1 \end{bmatrix}$$

Com os modos de vibração  $u_1$  pertencendo à frequência natural  $\omega_{1Y}$  e  $u_2$  pertencendo ao  $\omega_{2\theta}$ , encontramos amplitude relativa de coordenadas diferentes em cada um dos modos, assim a velocidade do veículo subindo gradativamente a primeira ressonância ocorrerá em  $\omega_{1Y} \approx 1,09$  Hz, onde a vibração em Y, movimento vertical será mais aparente, a segunda ressonância ocorrerá em  $\omega_{2\theta} \approx 2,37$  Hz, onde a vibração em  $\theta$ , movimento de pitch será mais aparente e por fim, para o movimento de roll, a ressonância ocorrerá próximo de  $\omega_{3\phi} \approx 2,50$  Hz.

## 2.1 Modelo otimizado

Um modelo simplificado de 1 grau de liberdade da suspensão, conhecido como 1/8 do veículo (JAZAR, Reza N, 2008), pode ser aplicado para estimar a amplitude de vibração do veículo quando trafegando por uma pista com obstáculo, modelado por uma curva senoidal, conforme a figura 8.

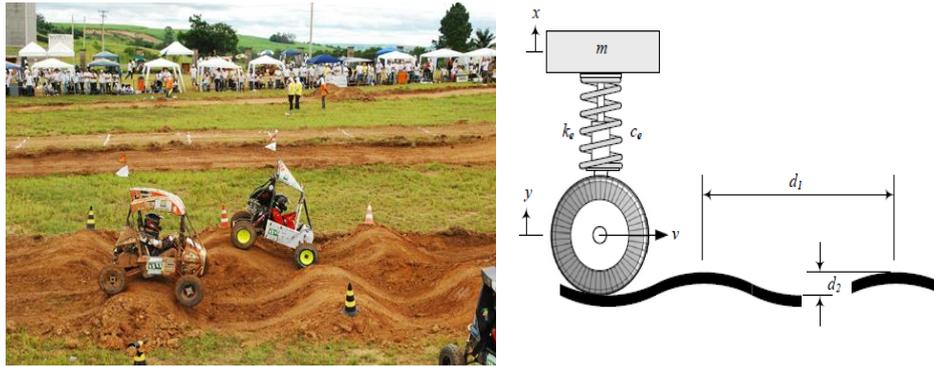


Figura 7 - Obstáculo encontrado na competição e o modelo de ¼ de veículo entrando no obstáculo (JAZAR, 2008)

O formato da pista induz uma vibração forçada na suspensão, cuja frequência é dada por:

$$\omega = \frac{2\pi v}{d_1} = 26,2 \text{ rad/s}$$

$$\approx 4,2 \text{ Hz} \tag{2.5}$$

A resposta do sistema apresenta uma amplitude:

$$X = Y \frac{\sqrt{1 + (2\xi r)^2}}{\sqrt{(1 - r^2)^2 + (2\xi r)^2}} = 0,064 \text{ m} \tag{2.6}$$

Sendo  $\xi$ , fator de amortecimento definido por:

$$\xi = \frac{c}{2\sqrt{km}} = 0,762 \tag{2.7}$$

E a razão das amplitudes r:

$$r = \frac{\omega}{\omega_n} = 4,739 \tag{2.8}$$

Consecutivamente, é possível determinar o quanto a massa desloca em relação ao plano horizontal, conhecido como deslocamento absoluto  $G_0$ , e o quanto a massa desloca em relação ao deslocamento da suspensão, conhecido com deslocamento relativo  $S_2$ .

$$G_0 = \frac{X}{d_2} = 0,32 \text{ m} \tag{2.9}$$

$$s_2 = Y \frac{r^2}{\sqrt{(1 - r^2)^2 + (2\xi r)^2}} = 0,198 \text{ m} \tag{3.0}$$

Tabela 2 - Características do obstáculo

Parâmetros	Descrição	Valores	Unidade
V	Velocidade	8,33	m/s
d <sub>1</sub>	Comprimento da onda	2	m

$d_2$	Amplitude da onda	0,20	m
Y	Amplitude de oscilação do obstáculo	0,20	m

Depois de determinar as frequências naturais, modos normais de vibração, frequência externa do obstáculo, amplitude de vibração e deslocamento relativo, é possível analisar a eficiência do sistema adotado pelo Centro Universitário Fundação Santo André.

### 3. CONCLUSÃO

Este trabalho é uma primeira abordagem na representação do comportamento dinâmico de um veículo mini baja, através de modelagem matemática solucionada analiticamente e numericamente.

Estudos dinâmicos visando o conforto são normais em veículos de passeio, neste artigo o conforto ficou em segundo plano, o foco principal é o desempenho e robustez.

Os resultados numéricos encontrados foram satisfatórios onde as frequências naturais do corpo, em movimentos verticais, pitch e roll estão entre 1 e 3 Hz por se tratar de um veículo off road, ao contrário dos carros de passeio que visam o conforto e suas frequências estão em torno de 1 Hz.

O sistema de suspensão duplo A com utilização de amortecedores hidráulicos com molas helicoidais, o qual foi escolhido para a equipe FSA, além de demonstrar robustez, boas regulagens dos parâmetros de geometria ainda iram fornecer um bom conforto ao piloto, amortecendo as irregularidades da pista e reagindo as forças externas transmitidas ao veículo.

### REFERÊNCIAS

**BARBIERI, F.** “Dinâmica Veicular Básica”. Apostila do curso de Dinâmica Veicular Básica - Sociedade dos Engenheiros da Mobilidade do Brasil. São Paulo, 2011.

**DIXON J. C.** “Suspension Geometry & Computation”. Includes bibliographical references and index. ISBN 978-0-470-51021-6 (cloth). J. Wiley & Sons Ltd, 2009.

**GILLESPIE, T.D.** “Fundamentals of Vehicle Dynamics”, Warrendale, 1992 - USA: Society of Automotive Engineers, Inc. 400.

**JAZAR, Reza N.** “Vehicle Dynamics: Theory and Application”. Dept. of Mechanical Engineering Manhattan College, Riverdale, Ny 10471: Springer, 2008.

**MILIKEN, W. F. & MILIKEN, D. L.** “Race Car Vehicle Dynamics”. SAE International. Inc. Warrendale, 1995. Pa – USA.

**PROGRAMAS ESTUDANTIS BAJA SAE BRASIL.** Acesso em 06 de Abril de 2015, disponível em SAE Brasil: <http://portal.saebrasil.org.br/programas-estudantis/baja-sae-brasil>.

**RAO, Singiresu S.** Título original: “Mechanical Vibrations”, 4. Ed. Americana. Revisor técnico José Júlio de Lima Junior, São Paulo: Pearson Prentice Hall, 2008. Vibração Mecânica, 4. Ed.

**REGULAMENTO BAJA SAE BRASIL – RBSB 5** – Requisitos Gerais do Veículo – Emenda 2. Acesso em 06 de Abril de 2015, disponível em: [http://www.saebrasil.org.br/eventos/programas\\_estudantis/arquivos/Baja\\_2013\\_RBSB\\_5\\_-\\_Requisitos\\_Gerais\\_do\\_Veiculo\\_-\\_Emenda\\_2.pdf](http://www.saebrasil.org.br/eventos/programas_estudantis/arquivos/Baja_2013_RBSB_5_-_Requisitos_Gerais_do_Veiculo_-_Emenda_2.pdf).

**REGULAMENTO BAJA SAE BRASIL 9 (RBSB 9)** - Avaliação e Pontuação – Emenda 3. Acesso em 06 de Abril de 2015, disponível em SAE Brasil: [http://www.saebrasil.org.br/eventos/programas\\_estudantis/arquivos/Baja\\_2013\\_RBSB\\_9\\_-\\_Avaliacoes\\_e\\_Pontuacao\\_-\\_Emenda\\_3.pdf](http://www.saebrasil.org.br/eventos/programas_estudantis/arquivos/Baja_2013_RBSB_9_-_Avaliacoes_e_Pontuacao_-_Emenda_3.pdf).

**REIMPELL, J.; STOLL, H.; BETZLER, J.W.** “The Automotive Chassis: Engineering Principle“, 2. Ed. Society of Automotive Engineers. Oxford: Butterworth-Heinemann, 2001.