SIMULAÇÃO NUMÉRICA DO COMPORTAMENTO NÃO-LINEAR DE PLACAS PLANAS COM PERFURAÇÕES CIRCULARES E QUADRADAS SOB COMPRESSÃO UNIAXIAL EM ESTRUTURAS NAVAIS E OFFSHORE

Bruna Suanez Sentano (Universidade Federal do Rio Grande – FURG, Escola de Engenharia). E-mail: bruna.sentano@gmail.com Mauro de Vasconcellos Real (Universidade Federal do Rio Grande – FURG, Escola de Engenharia). E-mail: mauroreal@furg.br Liércio André Isoldi (Universidade Federal do Rio Grande – FURG, Escola de Engenharia). E-mail: liercioisoldi@furg.br Lillian Gonçalves Baptista (Universidade Federal do Rio Grande – FURG, Escola de Engenharia). E-mail: lilligb@gmail.com

Resumo: Placas são elementos estruturais de superfície plana que possuem espessura muito menor quando comparada com as outras dimensões. Tem imensa aplicabilidade na engenharia devido ao seu desempenho estrutural quando solicitada à flexão, elevada relação resistência-peso e facilidade de descrição do seu comportamento mecânico devido aos eficientes métodos analíticos de cálculo. Estes tipos de estruturas podem ser delimitados por enrijecedores e constituem parte integrante de estruturas de navios, plataformas de petróleo offshore, comportas e docas flutuantes, por exemplo. Em estruturas navais, perfurações são comuns para a abertura de acessos, manutenção ou mesmo redução do seu peso total. Estas perfurações influenciam na máxima resistência desses elementos, pois ocorre uma alteração no comportamento mecânico da estrutura, devido à redistribuição das tensões ao longo da placa. Para o estudo do comportamento de placas com perfurações circulares e quadradas, foram realizadas análises do tipo elastoplástica para a flambagem empregando-se o Método dos Elementos Finitos, nesses casos não existem soluções analíticas. As simulações consideraram imperfeições geométricas iniciais e as não-linearidades do material. A amostra conta com 210 placas em que a largura é mantida constante e o comprimento e espessura da placa e o lado do furo centralizado foram variados. A modelagem computacional foi realizada através do software ANSYS e foi possível determinar a carga de ruptura última para cada caso, permitindo analisar a influência do tamanho do furo, da esbeltez e do comprimento variável na capacidade de carga das placas.

Palavras-chave: flambagem de placas, método dos elementos finitos, simulação numérica, análise não-linear.

NUMERICAL SIMULATION OF THE NONLINEAR BEHAVIOR OF FLAT PLATES WITH CIRCULAR AND SQUARE HOLES UNDER UNIAXIAL COMPRESSION IN NAVAL AND OFFSHORES STRUCTURES.

Abstract: Plates are structural elements of flat surface, whose thickness is small compared to other dimensions. These elements have wide applicability in engineering due to its structural performance when subjected bending, its high strength-weight ratio and easy description of the mechanical behavior trought efficient analytical methods. These types of structures can be delimited by stiffeners and are part of ships structures, oil offshore rigs, locks and floating docks, for example. In naval structures, holes are common to provide access, maintenance or reducing the total weight. These holes influence on the ultimate strength of these elements, because it occurs a change in the mechanical behavior of the structure, due to the stress redistribution along the plate. Inelastic buckling analyses were performed using the Finite Element Method to study the behavior of plates with circular and square holes. The sample includes 210 plates where the width is kept constant and the length, thickness and size of the central hole are varied. The computational modeling was carried out using the ANSYS software, and it was possible to determine the load capacity for each case, allowing to analyze the influence of hole size, slenderness and aspect ratio of the plate on its load capacity.

Keywords: plate buckling, finite element method, numerical simulation, inelastic analyses.

1. INTRODUÇÃO

Placa fina é o elemento estrutural que possui a espessura muito menor que as suas outras dimensões. Tem imensa aplicabilidade na engenharia devido ao seu desempenho estrutural quando solicitada à flexão, além da elevada relação resistência-peso e capacidade de descrever o seu comportamento mecânico devido aos eficientes métodos analíticos de cálculo existentes. De acordo com (KUMAR, 2007), placas finas limitadas por enrijecedores são parte integrante das estruturas de navios, plataformas de petróleo offshore, comportas e docas flutuantes, ver Figura 1. As aberturas que são realizadas nas placas servem para o acesso, a manutenção ou simplesmente para a redução do peso total da estrutura e influenciam na máxima resistência desses elementos, pois ocorre uma alteração no comportamento mecânico estrutural devido à redistribuição das tensões ao longo da placa.



Figura 1 – Estrutura terciária do duplo-fundo de um navio (PINTO, 2011).

De um modo geral, placas empregadas em estruturas navais e offshore estão submetidas a carregamentos aplicados no próprio plano. A Figura 2 apresenta uma placa carregada no próprio plano médio.



Figura 2 - Placa retangular sob carregamento de compressão uniaxial aplicado no plano médio (SZILARD, 2004).

Forças de pequena intensidade aplicadas na superfície média da placa, de um modo geral, causam deformação também no plano médio de tal forma que não há deslocamento lateral. No entanto, se a magnitude delas aumenta, o modo de deformação da placa se modifica. Isso significa que a partir de um dado valor, as cargas causam deslocamentos transversais ao plano médio da placa.

Assim, o equilíbrio que era estável para pequenos carregamentos torna-se instável quando a intensidade da carga se eleva. Esse fenômeno é denominado de flambagem e o valor da força que o gera é chamado de carga crítica.

Quando a carga crítica é atingida, para qualquer incremento de força é produzido um acréscimo nos deslocamentos transversais, o que pode levar ao colapso da placa. A flambagem ocorre de maneira abrupta e dentro do regime elástico do material, ou seja, para tensões menores que a de escoamento, a estrutura atinge a ruptura.

Somente após 1930, com o desenvolvimento da indústria aeronáutica, é que as pesquisas apontaram que as placas planas possuem elevada resistência pós-flambagem. Até esse período, estimava-se que a ruína de placas planas e de barras compridas eram análogas, pelo menos quanto à flambagem, ou seja, quando ocorre a flambagem a estrutura falha. Entretanto, hoje se sabe que estruturas esbeltas, como as placas planas, apresentam a carga de ruptura maior que sua carga de flambagem. O carregamento extra que pode ser imposto às placas é de grande valia para a indústria naval e aeroespacial, pois ao se conceber o comportamento de pós-flambagem é possível encontrar elevada economia de peso estrutural.

O estudo de flambagem de placas teve início na observação e verificação do comportamento de placas planas de embarcações. A primeira proposta de solução para placas foi de (SAINT-VENANT, 1883). Em 1891, (BRYAN, 1891) sugeriu a primeira solução de equação diferencial de placas, com a análise da tensão crítica elástica para uma placa retangular apoiada nos quatro bordos e sujeita a uma tensão uniforme de compressão longitudinal.

Em 1910, (TIMOSHENKO, 1910) deu continuidade à análise elástica de placas, porém com um número maior de condições de contorno. A análise inelástica começou com (BLEICH, 1924) e desde então, a estabilidade de placas tem sido pesquisada e estudada por vários autores. Entre os pesquisadores, (NARAYANAN E CHOW, 1984) desenvolveram gráficos que apresentam a capacidade de resistência à compressão uniaxial de placas perfuradas com furos quadrados e circulares.

Já os autores (ROBERTS E AZIZIAN, 1984), criaram curvas que mostram a relação entre a força final de placas quadradas com orifícios centrais quadrados e circulares submetidos à compressão uniaxial e biaxial e o cisalhamento puro. Na pesquisa de (YETTRAM E BROWN, 1985) foi analisado o comportamento de estabilidade de placas planas quadradas com furos centrais quadrados.

O pesquisador (SHANMUGAM, 1997) estudou os efeitos de furos em elementos de placa com enrijecedores sob compressão uniaxial, biaxial e cisalhamento puro. Em 1999, (SHANMUGAN et al., 1999) empregou o Método dos Elementos Finitos na análise de flambagem inelástica de placas quadradas com aberturas centradas de geometria quadrada e circular.

Já (PAIK et al., 2001) apresentou formulações para a resistência última de placas de navios submetidas à uma combinação de tensões de compressão uniaxial, cisalhamento no bordo e cargas de compressão lateral. Na pesquisa de (EL–SAWY et al., 2004) foi aplicado o Método dos Elementos Finitos para estabelecer a tensão de flambagem elastoplástica de placas quadradas e retangulares simplesmente apoiadas com furo circular e sob carregamento uniaxial.

Já (REAL E ISOLDI, 2011) empregaram o Método dos Elementos Finitos e estudaram o efeito da dimensão do furo e a localização da flambagem no modo elástico de placas retangulares submetidas a carregamento de compressão uniaxial uniforme. E por fim, (BAPTISTA, 2014) estudou o comportamento inelástico de pós-flambagem de placas planas quadradas e retangulares, com furos circulares centrados de aço sob compressão uniaxial em estruturas navais e offshore.

As respostas encontradas através dos estudos teóricos de placas finas foram corroboradas através de pesquisas que empregam a solução numérica e a aplicação de métodos de análise computacional de placas.

Enfim, com base no Método dos Elementos Finitos e empregando a modelagem computacional através do software ANSYS, o objetivo deste artigo é realizar uma análise não-linear da flambagem de placas planas, compostas de material isotrópico e homogêneo, submetida à um carregamento mecânico uniaxial de compressão no próprio plano. O estudo estende-se à influência dos furos, espessura e comprimento da placa na capacidade de resistência última de uma amostra de 210 placas planas que possuem ou não perfurações circulares e quadradas centrais.

2. METODOLOGIA

A simulação numérica foi realizada com o auxílio do software ANSYS, que é um programa computacional baseado no Método dos Elementos Finitos e empregado em inúmeros problemas de engenharia. A modelagem da placa inicia-se com a definição da geometria da região de interesse. Para isso, foi gerado um retângulo de dimensões a×b, em metros. A modelagem do furo depende da geometria adotada.

Conforme a Figura 3, o furo circular é gerado através de um círculo de diâmetro d em metro, cujas coordenadas x e y do centro correspondem com as da placa. Já o furo quadrado é criado a partir de um quadrado de dimensão $d \times d$ m com a origem determinada pelos parâmetros a e b da placa e d do furo. Assim, as coordenadas da origem do furo são definidas por:



Figura 3 - Placa plana de aço retangular com furo centrado: (a) circular; (b) quadrado.

A divisão do domínio é compatível com o tamanho dos elementos. É determinado no comando "*Size Controls*", disponível no menu "*Meshing*" em "*Mesh Tool*". Na região do furo, que é de interesse para análise, é realizado o refinamento da malha, uma vez que ocorre uma concentração de tensões na região (Figura 4).

De acordo com (HELBIG et al, 2013) a análise de flambagem não-linear de placa é mais complexa que a elástica, pois a relação tensão-deformação ultrapassa os limite de proporcionalidade.



Figura 4 - Malha de elementos de uma placa plana de aço retangular com furo centrado.

As placas são constituídas de material considerado linear elástico perfeitamente plástico e geometria inicial imperfeita, em que o modo de flambagem de uma pré-análise de autovalor elástico é admitida. Segundo (EL-SAWY et al., 2004), o valor máximo da imperfeição é:

$$w_0 = \frac{b}{2000} \tag{2}$$

Onde "b" é a largura da placa em metros.

Conforme (KUMAR, 2007), as quatro bordas das placas são consideradas como simplesmente apoiadas e todos os nós ao longo de todas as bordas restringidas à deflexão e rotação ao longo da espessura (Uz, Rz = 0).

As bordas descarregadas podem deformar no plano, porém continuam em linha reta. Isto ocorre devido ao acoplamento de todos os nós ao longo das bordas descarregadas no plano do deslocamento (Uy), fazendo com que os deslocamentos sejam uniformes ao longo do comprimento da placa.

Empregando esta condição, é possível simular a situação em que a placa se encontra com reforços longitudinais. Como pode ser observado na Figura 5, com a borda da placa restringida, surge uma força causada pelo carregamento da borda. O bordo reativo é restringido para a deformação axial (Ux = 0).

A análise de placas por elementos finitos possibilita modelar o comportamento não-linear do o material e a geometria da placa através de grandes deslocamentos e pequenas deformações. Os incrementos de deslocamento Ux = 0,010a, quando x = 0, são aplicados ao longo da direção do carregamento.

A solução para o sistema de equações de equilíbrio é realizada através do equacionamento que emprega o processo de iteração Newton-Raphson. Logo, o somatório dos esforços axiais aplicados ao longo do bordo carregado, para cada incremento de deslocamento, oferece a carga última da amostra.



Figura 5 - Condições de contorno para a modelagem de placas.

A seguir, serão avaliados de elementos e tamanhos de malhas que atendam as condições necessárias do processamento dos problemas aplicado no presente artigo. O grau de precisão da solução proposta pelo programa depende do número de elementos que constituem a malha. No entanto, para malhas mais refinadas o esforço computacional é maior.

Pesquisando o tipo de elemento que apresente o resultado com mais acurácia e rapidez, foram designados dois tipos de elementos do software ANSYS, o SHELL181 e o SHELL93. O elemento do tipo SHELL foi escolhido, pois possui aplicabilidade na modelagem de estruturas finas.

O elemento SHELL181 apresenta quatro nós, onde cada nó possui seis graus de liberdade, três de rotação e três de translação. Já o elemento SHELL93 tem oito nós, onde cada nó possui seis graus de liberdade, três de rotação e três de translação. Os testes de convergência para os dois tipos de elementos foram aplicados em uma placa quadrada com furo quadrado centrado que apresenta características que estão apontadas na Tabela 1.

Tabela 1 – Teste de convergência do elemento: Características da placa modelo.	
--	--

$a = b (10^{-3}m)$	t (10 ⁻³ m)	d (10 ⁻³ m)	d/b	b/t	w0 (10 ⁻⁶ m)	E (GPa)	σy (MPa)
125	1,615	25	0,2	77,4	9,7	210	323,3

Os resultados obtidos da simulação, em que o tamanho do elemento varia, encontram-se nas Tabelas 2 e 3.

			SHE	ELL93
Teste	Tamanho do elemento (10 ⁻³ m)	Malha	P, ANSYS (kN)	Diferença Relativa (%)
1	25	5	34,2541	0,705
2	12,5	10	34,0584	0,129
3	6,25	20	34,0101	0,013
4	3,125	40	34,0144	0,000

Tabela 2 – Teste de convergência dos elementos SHELL93.

			SHELL181			
Teste	Tamanho do elemento (10 ⁻³ m)	Malha	P, ANSYS (kN)	Diferença Relativa (%)		
1	25	5	35,4634	3,642		
2	12,5	10	34,7688	1,612		
3	6,25	20	34,3805	0,477		
4	3,125	40	34,2173	0,000		

Tabela 3 – Teste de convergência dos elementos SHELL181.

Observa-se que o elemento SHELL93 apresenta resultados melhores e por isso será o tipo de elemento adotado. Isso se deve ao fato de que o elemento SHELL 93 possuir oito nós, enquanto o SHELL181, quatro. Quanto ao tamanho da malha foram realizados testes para dois tipos de placas. Os dados que caracterizam as placas estão contidos na Tabela 4.

Tabela 4 – Características geométricas das placas modelo para o teste de convergência de malha.

Nº	Placa	a=b (10 ⁻³ m)	t (10 ⁻³ m)	d (10 ⁻³ m)	d/b	$w_0 (10^{-3} m)$	E (GPa)	σy (MPa)
1	А	125	1,615	0	77,4	0,229	210	323,3
2	В	125	1,615	25	77,4	0,097	210	323,3
3	С	125	1,615	25	77,4	0,097	210	323,3

Os resultados obtidos estão apresentados nas Tabelas 5, 6 e 7. Percebe-se que as análises apontam o Teste 4 como o mais preciso na solução do problema, visto que a malha é mais refinada e conta com elementos do tamanho correspondente a largura b da placa dividida por 40.

Entretanto, o Teste 3 apresentou resultados com precisão satisfatória e tempo de processamento menor que o Teste 4. Logo, o tamanho da malha adotado para o presente artigo foi a que possui elementos com tamanho b/20.

Teste	a=b (10 ⁻³ m)	Esize	Tamanho do elemento (10 ⁻³ m)	Ma	lha	P, ult (kN)	Diferença Relativa (%)
1	125	b/5	25	5	5	40,2502	2,292
2	125	b/10	12,5	10	10	39,8734	1,334
3	125	b/20	6,25	20	20	39,4986	0,382
4	125	b/40	3,125	40	40	39,3483	0,000

Tabela 5 – Teste de convergência de malha para a placa A.

Tabela 6 – Teste de convergência de malha para a placa B.

Teste	a=b (10 ⁻³ m)	Esize	Tamanho do elemento (10 ⁻³ m)	Ma	lha	P, ult (kN)	Diferença Relativa (%)
1	125	b/5	25	5	5	38,0393	0,799
2	125	b/10	12,5	10	10	37,7492	0,030
3	125	b/20	6,25	20	20	37,7053	-0,086
4	125	b/40	3,125	40	40	37,7377	0,000

Teste	a=b (10 ⁻³ m)	Esize	Tamanho do elemento (10 ⁻³ m)	M٤	lha	P, ult (kN)	Diferença Relativa (%)
1	125	b/5	25	5	5	34,2541	0,705
2	125	b/10	12,5	10	10	34,0584	0,129
3	125	b/20	6,25	20	20	34,0101	-0,013
4	125	b/40	3,125	40	40	34,0144	0,000

Tabela 7 – Teste de convergência de malha para a placa C.

Foram considerados os resultados experimentais obtidos em (NARAYANAN E CHOW, 1984) para a validação do modelo. O estudo de (NARAYANAN E CHOW, 1984) prevê a capacidade de carga máxima e o comportamento pós-flambagem de placas perfuradas. Na Tabela 8 são apresentados os resultados dos testes experimentais elaborados por (NARAYANAN E CHOW, 1984).

Tabela 8 - Valores experimentais obtidos por (NARAYANAN E CHOW, 1984).

Placa	a=b (10 ⁻³ m)	$t (10^{-3} m)$	d (10 ⁻³ m)	d/b	b/t	$\frac{w_0}{(10^{-3} m)}$	E (GPa)	бу (MPa)	P,ult (kN)
PL1A	125	1,615	0	0	77,40	0,229	210	323,3	39,32
CIR2a	125	1,615	25	0,2	77,40	0,229	210	323,3	37,46
CIR2b	125	1,615	25	0,2	77,40	0,097	210	323,3	38,7
CIR3a	125	1,615	37,5	0,3	77,40	0,136	210	323,3	33,94
CIR4a	125	1,615	50	0,4	77,40	0,304	210	323,3	29,57
CIR4b	125	1,615	50	0,4	77,40	0,127	210	323,3	28,39
CIR5a	125	1,615	62,5	0,5	77,40	0,279	210	323,3	27,35
CIR6	86	2,032	25	0,29	42,32	0,254	210	334,7	42,17
CIR7	86	1,615	25	0,29	53,25	0,229	210	323,3	26,18
CIR8	86	0,972	25	0,29	88,48	0,102	210	317,6	12,35
CIR9	86	0,693	25	0,29	124,10	0,051	210	322,8	7,33
CIR10	86	2,032	40	0,47	42,32	0,102	210	334,7	33,64
CIR11	86	1,615	40	0,47	53,25	0,279	210	323,3	22,14
CIR12	86	0,972	40	0,47	88,48	0,152	210	317,6	10,89
SQ2	125	1,615	25	0,2	77,40	0,097	210	323,3	33,48
SQ3	125	1,615	37,5	0,3	77,40	0,141	210	323,3	28,85
SQ4	125	1,615	50	0,4	77,40	0,113	210	323,3	25,52
SQ5	125	1,615	62,5	0,5	77,40	0,209	210	323,3	21,86

Nos ensaios elaborados por (NARAYANAN E CHOW, 1984), os nós nos lados não carregados não foram restringidos e, por isso o acoplamento não é considerado na validação do modelo. A validação do modelo empregado no artigo será através da comparação das cargas máximas obtidas pelo modelo numérico e simulado pelo software ANSYS, que utilizada o Método dos Elementos Finitos, com a solução experimental, como é apresentado na Tabela 9.

Placa	Pult, exp(kN)	Pult, ANSYS(kN)	Pult,ANSYS/ Pult,exp	Diferença Relativa (%)
PL1A	39,32	35,11	0,89	10,71
CIR2a	37,46	34,28	0,92	8,49
CIR2b	38,7	34,64	0,90	10,49
CIR3a	33,94	33,18	0,98	2,24
CIR4a	29,57	30,81	1,04	-4,19
CIR4b	28,39	31,18	1,10	-9,83
CIR5a	27,35	28,07	1,03	-2,63
CIR6	42,17	39,9	0,95	5,38
CIR7	26,18	28,14	1,07	-7,49
CIR8	12,35	12,55	1,02	-1,62
CIR9	7,33	7,19	0,98	1,91
CIR10	33,64	31,5	0,94	6,36
CIR11	22,14	23,07	1,04	-4,20
CIR12	10,89	11,21	1,03	-2,94
SQ2	33,48	34,01	1,02	-1,58
SQ3	28,85	31,88	1,11	-10,50
SQ4	25,52	29,36	1,15	-15,05
SQ5	21,86	26,44	1,21	-20,95

Tabela 9 – Comparação dos resultados.

A subestimação ou superestimação pelo modelo numérico está dentro de um nível aceitável, onde o valor médio da razão PultANSYS/Pultexp é de 0,0197 e coeficiente de variação de 0,0445.

Conclui-se que o modelo numérico que emprega o Método dos Elementos Finitos modela o comportamento mecânico adequadamente e prevê a capacidade de carga de placas perfuradas com precisão satisfatória sob o ponto de vista da engenharia.

O estudo elaborado para o artigo contempla placas planas quadradas e retangulares, com ou sem perfuração circular ou quadrada centrada, submetidas à compressão uniaxial, em que onde a é o comprimento da placa, b a largura da placa, ambas medidas em metros.

Segundo (PAIK, 2007), o índice de esbeltez β é determinado por:

$$\beta = \frac{b}{t} \sqrt{\frac{E}{\sigma_y}} \tag{3}$$

Onde t a espessura da placa, d o lado do furo, E o módulo de elasticidade do aço igual a 210 GPa e v o coeficiente de Poisson igual a 0,3. As placas são compostas pelo aço AH36 que possui tensão de escoamento $\sigma y = 355$ MPa.

As simulações foram distribuídas em seis agrupamentos, em que cada um apresenta variações

paramétricas nas dimensões e espessura da placa e no tamanho do furo. Os parâmetros encontram-se nas Tabelas. 10 e 11.

Grupo	a (10 ⁻³ m)	b (10 ⁻³ m)	a/b
1	900	900	1
2	1800	900	2
3	2700	900	3
4	3600	900	4
5	4500	900	5
6	5400	900	6

Tabela 10 – Variações paramétricas em relação ao comprimento da placa.

Tabela 11 - Variações paramétricas em relação à espessura da placa e ao tamanho do furo.

t (10 ⁻³ m)	β	b/t	d (10 ⁻³ m)	d/b
10	2,19	90	0	0
12,5	1,75	72	180	0,2
15	1,46	60	350	0,4
19	1,15	47,37	540	0,6
22	0,99	40,91	720	0,8

3. RESULTADOS

De acordo com as Figuras 6 e 7, são apresentadas as tensões normais médias obtidas através da divisão da força última determinada pelo software ANSYS pela área da seção transversal da placa b×t e as deformações normais médias na direção x (ϵ x), decorrente dos incrementos de deslocamento Ux ao longo da borda carregada em x = 0, para a placa cuja relação a/b = 1 e t = $10x10^{-3}$ m, com um único furo central, no qual o tamanho do furo é variado. De acordo com (PAIK et al., 2001), o índice de esbeltez de placas de navios e estruturas offshore varia de 1,50 a 3,50.



Figura 6 - Influência do furo circular para placa com relação $a/b = 1 e t = 10 x 10^{-3} m$.



Figura 7 - Influência do furo quadrado para placa com relação $a/b = 1 e t = 10 x 10^{-3} m$.

Percebe-se que, independentemente da geometria do furo, a carga última diminui à medida que o tamanho do furo aumenta. Observa-se também que, quando a relação d/b = 0.6 (para ambas as perfurações), a força última é reduzida em torno de 43% quando comparada com a placa sem furo. Já a relação aos dois tipos de furos, nota-se que a perda de resistência é insignificante.

Quanto à espessura da placa, a carga de ruptura sofre grande influência de sua esbeltez. Observa-se que, independentemente da geometria, quanto menor a relação b/t e mais espessa for a placa, maior será a sua resistência.

Conforme as Figuras 8 e 9, verifica-se também que, independentemente da espessura da placa, ao passo que o furo aumenta, as tensões normais médias convergem. Isso se deve ao fato, de que a carga última limitar-se à tensão normal de escoamento do material σy .

Nas Figuras 10 e 11 são apresentados os resultados obtidos dos testes em que ocorre a variação do comprimento da placa. Observa-se que a resistência última da placa não sofre influência significativa pela variação da relação a/b. Logo, conclui-se que quanto maior a espessura da placa, menor serão as variações na resistência última.



Figura 8 - Efeito da esbeltez para a placa com furo circular quando a relação a/b = 3.



Figura 9 - Efeito da esbeltez para a placa com furo quadrado quando a relação a/b = 3.



Figura 10 - Variação no parâmetro de proporção para placa com furo circular quando $t = 19 \times 10^{-3}$ m.



Figura 11 - Variação no parâmetro de proporção para placa com furo quadrado quando $t = 19 \times 10^{-3}$ m.

4. CONCLUSÕES

Em placas planas que não possuem perfurações, a resistência última apresentou-se superior às placas perfuradas. Já em relação ao furo, a capacidade de carga da placa diminui à medida que a perfuração aumenta. Bem como, mesmo com o aumento do furo, ocorre a convergência da tensão última, independentemente do índice de esbeltez da placa e da geometria do furo.

Verifica-se ainda que quanto mais espessa for a placa, maior será a sua resistência. Já a análise na proporção entre os lados a e b da placa, mostrou que a resistência última não sofre alteração significativa. Por fim, a variação da geometria do furo não influencia significativamente na capacidade de carga da placa.

REFERÊNCIAS

BAPTISTA, L. G. *Simulação numérica não-linear do comportamento pós–flambagem de placas finas de aço sob compressão uniaxial em estruturas navais e offshore.* 2014. 98f. Tese (Mestrado em Engenharia Oceânica) – Programa de Pós – Graduação em Engenharia Oceânica, Universidade Federal do Rio Grande. Rio Grande, RS. 2014.

BLEICH, F. Theorie und berechnung der eisernen brücken. [S.l.]: Julius Springer, 1924.

BRYAN, G. H. On the stability of a plane under thrusts in its own plane with applications to the buckling of the sides of a ship. [S.1.]: Proceedings of the London Mathematical Society, v. 22, 1891

HELBIG, D.; REAL, M.; ISOLDI, L. SANTOS, E. Análise numérica do comportamento mecânico sob flexão de placas finas de material compósito laminado reforçado por fibras. Revista Vetor FURG, v. 23, 2013..

HIBBELER, R. C. Resistência dos Materiais. 7ª. ed. São Paulo: Pearson Prentice Hall, 2010..

KUMAR, M. S. Ultimate Strength of Square Plate With Rectangular Opening Under Axial Compression. Journal of Naval Architecture and Marine Engineering, Junho 2007.

NARAYANAN, R.; CHOW, F. Y. Ultimate Capacity of Uniaxially Compressed Perforated. [S.1.]. 1984.

PAIK, J. K. Ultimate strength of steel plates with a single circular hole under axial compressive loading along short edges. Ships and Offshore Structures, p. 355-360, 2007.

PAIK, J. K.; THAYAMBALLI, A. K.; KIM, B. J. Advanced Ultimate Strength Formulations for Ship Plating under Combined Biaxial Compression/Tension, Edge Shear, and Lateral Pressure Loads. Marine Technology, v. 38, p. 9-25, 2001.

PINTO, S. Elementos Estruturais de Navios. Rio de Janeiro, 2011.

REAL, M., ISOLDI, L. Effect of Circular Holes Dimension snd Location on the Elastic Buckling Load of Rectangular Plates. 21st Brazilian Congress of Mechanical Engineering, p. 24-28, 2011.

ROBERTS, T. M.; AZIZIAN, Z. G. Strength of Perforated Plates Subjected to In-Plane Loading.. Thin-Walled Structures, v. II, p. 153-164, 1984.

ROORDA, J. *Buckling of elastic structures.* Canadá: Solid Mechanics Division, University of Waterloo Press, 1980.

SAINT-VENANT, A. J. C. B. D. Théorie de l'elasticité des corps solides. Paris: Clebsch, 1883.

SCHUMAN, L.; BACK, G. *Strength of retangular plates under edge compression*. EUA: NASA Technical Report, TR, R-40, 1959.

SHANMUGAM, N. E.. Openings in Thin-Walled Steel Structures. Thin-Walled Structures, v. 28, p. 355-372, 1997.

SHANMUGAM, N. E.; THEVENDRAN, V.; TAN, Y. H. Design Formula for Axially Compressed Perforated Plates. Thin-Walled Structures, v. 34, p. 1-20, 1999.

SZILARD, R. Theories and Applications of Plate Analysis: Classical Numerical and Engineering Methods. [S.1.]: John Wiley & Sons, 2004.

TIMOSHENKO, S. P. *Einige stabilitätsprobleme der elastizitätstheorie*. [S.l.]: Zeitschrift für Mathematik und Physik, v. 58, 1910.

TIMOSHENKO, S.; WOINOWSKY-KRIEGER, S. *Theory of Plates and Shells.* 2^a edição. ed. [S.l.]: McGraw-Hill, v. 10, 1959.

TRAHAIR, N. S.; BRADFORD, M. A. The behavior and design of steel structures. . 2^a Edição. ed. [S.1.]: Chapman & Hall, 1988.

YETTRAM, A. L.; BROWN, C. J. *The Elastic Stability of Square Perforated Plates.* Computers and Structures, v. 21, p. 1267-1272, 1985.