

MODELOS MATEMÁTICOS PARA ANÁLISE DE RISCO EM BLOCOS DE CONCRETO DA BARRAGEM DE ITAIPU

Orlando Catarino da Silva (UNIOESTE) orlandocs_santos@hotmail.com

Jair Mendes Marques (UFPR) jair.marques@utp.br

Itamar Pena Nieradka (UNIOESTE) itamar.nieradka@unioeste.br

Carlos Roberto Mendonça Rocha (UNIOESTE) c.rocha@ieee.org

Resumo: Análise de Confiabilidade Estrutural é uma técnica matemática aplicada à Engenharia que visa o estudo do comportamento de estruturas geotécnicas. Esse trabalho tem como objetivo a determinação de um modelo matemático capaz de monitorar uma estrutura de concreto altamente instrumentado, e, através dele realizar o cálculo da probabilidade de falha de um sistema estrutural complexo. O modelo proposto é formulado a partir do método que utiliza as técnicas da análise multivariada para determinação dos modos de falha possíveis de serem monitorados e de suas regiões críticas. Utilizando esse método propomos a definição de uma função de desempenho multivariada, onde as variáveis envolvidas sejam apenas as obtidas através das leituras dos instrumentos instalados no bloco de concreto. Com isso, evita-se a utilização das grandezas físicas comumente empregadas, e consequentemente, uma função de desempenho mais simples, sem que seja necessário o cálculo de integrais múltiplas e o emprego de técnicas de programação linear, para realizar o cálculo da probabilidade de falha.

Palavras-chave: Análise Fatorial. Modos de Falha. Função de Desempenho, Probabilidade de Falha.

MATHEMATICAL MODELS FOR RISK ANALYSIS IN CONCRETE DAM

Abstract: Structural Reliability analysis is a mathematical technique applied to engineering that aims to study the behavior of geotechnical structures. This study aims to determine a mathematical model capable of monitoring a highly instrumented concrete structure, and through him perform the calculation of the probability of failure of a structural complex system. The proposed model is formulated from the method that uses the techniques of multivariate analysis to determine the possible failure modes to be monitored and their critical regions. Using this method we propose to define a performance multivariable function, where variables are involved only the readings obtained by means of the instruments installed in the concrete block. This prevents the use of physical quantities commonly employed and consequently a simpler performance function without the multiple integral calculation and employing linear programming techniques necessary to carry out the calculation of the probability of failure.

Keywords: Factor Analysis. Failure Modes. Performance function, Failure Probability.

1. INTRODUÇÃO

As barragens são construídas para represar, armazenar ou para desviar a água para obter alguns benefícios com seu uso. Infelizmente, o represamento de água, por vezes, representa um risco potencial de segurança pública. O objetivo de um programa de segurança de barragens é reconhecer os perigos potenciais e reduzi-los a níveis aceitáveis. Represas seguras podem ser construídas, e barragem com deficiências de segurança ou potenciais deficiências geralmente pode ser corrigida com a correta aplicação de tecnologias atuais quando esses recursos estão disponíveis.

Barragens de gravidade devem ser construídas com concreto satisfazendo os critérios de projeto para resistência, durabilidade, permeabilidade e outras propriedades necessárias. Propriedades do concreto variam com a idade, o tipo de cimento, agregados, e outros ingredientes, e suas proporções na mistura. Como diferentes concretos ganham forças em diferentes taxas, exames laboratoriais devem ser realizados em ensaios de idade suficiente para permitir a avaliação dos pontos fortes finais (BUREAU OF RECLAMATION, 1987).

As propriedades elásticas do concreto são úteis para analisar deformações relacionadas aos movimentos diferenciais do bloco, análises tridimensionais, e outros aspectos que causem deformações. O módulo de elasticidade, embora não diretamente proporcional à resistência do

concreto, aumenta com o aumento da resistência do concreto. Tal como acontece com as propriedades de resistência, o módulo de elasticidade é influenciado por proporções de mistura, cimento, agregados, adições e idade.

Durante a construção, inspeções regulares são importantes para uma barragem de concreto. Inspeção periódica, como parte do contínuo programa de instrumentação, é essencial para revelar condições que possam causar interrupção ou falha de operação, e para determinar se a barragem está adequada ao objetivo para a qual foi concebida. Um programa de inspeção regular irá documentar a extensão dos problemas e a taxa de deterioração, que pode ser usado como uma base para o planejamento de manutenção, reparação e reabilitação (ICOLD, 2003).

Para uma barragem de concreto, a inserção de instrumentos para monitorar alguns dos parâmetros importantes relacionados ao desempenho é justificada. Estes parâmetros podem incluir subpressões nas fundações, níveis de água a jusante, e movimentos internos ou superficiais. Instrumentos localizados em posições estratégicas e monitorados de acordo com um cronograma definido podem fornecer inestimáveis informações sobre o que poderia ser tendências de desempenho desfavorável (BUREAU OF RECLAMATION, 1987). Mais informações sobre instrumentação, projeto de Barragens a gravidade e instrumentação de barragens de concreto pode ser encontradas em Bureau of Reclamation (1977), (1986), (1987).

Neste artigo é proposta a determinação de uma função de desempenho multivariada, que seja capaz de realizar o monitoramento de um bloco de concreto de uma barragem altamente instrumentada. Para tanto é utilizada uma metodologia apresentada por Silva e Marques (2015), que possibilita a determinação dos modos de falha possíveis de serem monitorados, e, além disso, apresenta as regiões críticas da cada evento de falha.

Essa metodologia foi aplicada no bloco chave A-15 da barragem de Itaipu e possibilitou a determinação de cinco anomalias e suas regiões críticas. Os resultados obtidos com essa aplicação estão disponíveis em Silva e Marques² (2015), e nesse trabalho um breve resumo desses resultados é apresentado.

Pretende-se utilizar essas informações para desenvolver um modelo matemático, que utilize apenas os dados das leituras dos instrumentos instalados no bloco de concreto em estudo. Esse modelo quando implementado em algum software poderá acessar o banco de dados de Itaipu e será capaz de identificar quando alguma falha estiver ocorrendo ou na eminência de ocorrer, servindo como mais uma ferramenta na tomada de decisão, possibilitando uma ação antecipada dos profissionais da barragem.

Por utilizar apenas os dados da instrumentação esse modelo não necessita das medidas físicas comumente empregadas, como coeficiente de atrito, pressão hidrostática, peso do bloco, etc., tornando possível a definição de uma função de desempenho mais simples, e com o auxílio das técnicas de confiabilidade estrutural determinar a probabilidade de falha de cada evento e de todo sistema estrutural, sem que seja necessário o cálculo de integrais múltiplas e utilização de técnicas de programação linear e não linear.

2. CONFIABILIDADE ESTRUTURAL

A Análise de Confiabilidade Estrutural trata da relação entre as cargas impostas a um sistema e sua capacidade de suportá-las. Ambas as cargas e a resistência podem ser incertas, de modo que o resultado de sua interação também é incerto. Hoje, é comum expressar a condição de uma estrutura na forma de um índice de confiabilidade, que pode ser relacionado com a probabilidade de fracasso (BAECHER; CHRISTIAN, 2003). Deve ser entendido neste contexto que "fracasso" inclui não apenas falha catastrófica, como no caso de um deslizamento de terra, mas

também, como qualquer diferença inaceitável entre o desempenho esperado e observado (LEONARDS, 1975).

Com base na formulação convencional da confiabilidade estrutural, para a obtenção da probabilidade de falha de uma estrutura é essencial definir o vetor de variáveis aleatórias \underline{X} , dado por:

$$\underline{X} = (X_1, X_2, \dots, X_n)^t \quad (1)$$

que corresponde às incertezas associadas ao projeto, como por exemplo, à solicitação imposta à estrutura, à resistência, à geometria e os materiais.

A função desempenho, apresentada na Equação (2),

$$H(\underline{X}) = H(X_1, X_2, \dots, X_n) \quad (2)$$

estabelece um limite entre o domínio de falha e o domínio seguro, ou seja,

$$D_f = \{\underline{X}; H(\underline{X}) < 0\} \quad (3)$$

é o domínio de falha,

$$D_s = \{\underline{X}; H(\underline{X}) > 0\} \quad (4)$$

é o domínio de segurança.

A equação de estado limite é definida por $H(\underline{X}) = 0$. Conseqüentemente, a probabilidade de falha pode ser avaliada por:

$$P_f = \int \dots \int_{H(\underline{X}) < 0} f_X(X_1, X_2, \dots, X_n) dx_1 dx_2 \dots dx_n \quad (5)$$

onde $f_X(X_1, X_2, \dots, X_n)$ é a função densidade de probabilidade conjunta para os vetores de variáveis aleatórias e a integração é realizada sobre o domínio de falha, $H(\underline{X}) \leq 0$.

Para Santos (2012) o cálculo da probabilidade de falha por meio da avaliação da integral múltipla não é fácil, devido aos seguintes motivos:

1º Envolve uma integral multi-dimensional;

2º A forma exata da função densidade de probabilidade conjunta das variáveis aleatórias raramente é conhecida;

3º A equação de estado limite $H(\underline{X}) = 0$ nem sempre é dada de forma analítica, mas como a solução de algum algoritmo numérico.

Soluções aproximadas podem ser obtidas eficientemente usando os Métodos de Confiabilidade de Primeira Ordem (First Order Reliability Method - FORM), ou de Segunda Ordem (Second Order Reliability Method - SORM). Os conceitos desses métodos são encontrados em Santos (2012).

Para o propósito desse trabalho, define-se uma função de desempenho multivariada, onde as variáveis aleatórias envolvidas sejam apenas as obtidas através das leituras dos instrumentos, e o cálculo da probabilidade de falha não exija a avaliação de uma integral múltipla e nem a utilização de técnicas de programação linear, para isso, é utilizado o método de determinação dos modos de falha apresentado nas próximas seções.

3. DETERMINAÇÃO DOS MODOS DE FALHA

A determinação dos modos de falha de uma estrutura de concreto altamente instrumentada foi um trabalho apresentado por Silva e Marques (2015), nesse trabalho o conceito de segurança de barragens foi discutido, apresentando os instrumentos mais utilizados no mundo todo para garantir a segurança de uma barragem. O trabalho foi inspirado em um bloco de concreto da usina hidrelétrica de Itaipu, e apresenta informações de como é realizado o monitoramento nas barragens.

Aplicando uma técnica da Análise Multivariada conhecida como Análise Fatorial, foi possível determinar grupos de instrumentos que são altamente correlacionados. Esses grupos são conhecidos como fatores e através deles é possível gerar os escores fatoriais, que são as variáveis aleatórias que substituíram as variáveis aleatórias iniciais (leituras dos instrumentos) simplificando a análise. Com o conhecimento adquirido após a análise fatorial e das correlações dos instrumentos com possíveis anomalias, desenvolveu-se um método capaz de determinar as regiões críticas de cada modo de falha.

Esse método consiste na realização de simulações nas leituras dos instrumentos de tal forma que fosse provocada cada anomalia, e para cada anomalia fosse realizada um grande número de simulações, gerando vários vetores com dados sintéticos que simulam a mesma anomalia. Com esses vetores é realizado o cálculo para geração dos escores fatoriais, uma técnica apresentada em diversos livros de Análise Multivariada tais como Johnson e Wichern (1998) e Corrar e Paulo Filho (2009).

Nesse contexto foi considerada como "falha na estrutura" uma mudança brusca em seu comportamento, não sendo necessariamente uma ação catastrófica, mas sim, um alerta de que algo de anormal está ocorrendo, e, que se não for reparado tal anomalia poderá ocorrer.

Silva e Marques (2015) utilizaram apenas os escores fatoriais que possuíam uma distribuição e probabilidade normal para aplicação do método. A exigência da condição de normalidade diminuía a eficiência do método, pois eliminavam da análise alguns fatores, onde possivelmente um conjunto importante de instrumentos estava associado, restringindo o número de anomalias possíveis de serem monitoradas.

Para o artigo proposto, é aplicado transformações nos dados, com o objetivo de transformar variáveis aleatórias com distribuição de probabilidade qualquer em variáveis aleatórias com distribuição de probabilidade normal. Para tanto é utilizado transformações sugeridas em Johnson e Wichern (1998) e que preserve mudança de comportamento.

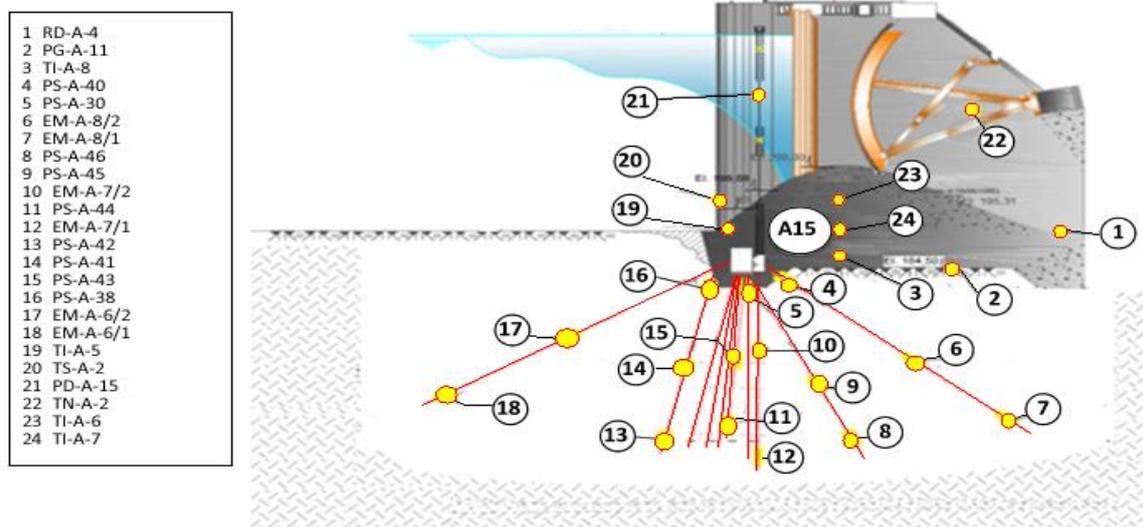
O conceito de mudança de comportamento foi introduzido por Silva e Santos (2015) em um trabalho publicado no Congresso de Métodos Numéricos em Engenharia, realizado em Lisboa. De acordo com o apresentado nesse artigo, não basta que uma função seja capaz de transformar um conjunto qualquer de dados em outro conjunto com distribuição normal de probabilidade, mas, que, além disso, ele preserve a mudança de comportamento dos dados. Isso impede erros no diagnóstico de algumas anomalias.

Considerando apenas os escores fatoriais que já possuem uma distribuição de probabilidade normal e aqueles onde foi possível encontrar uma função que transformasse os dados em normais, condição necessária para determinar as regiões críticas, é possível após identificar os instrumentos que estão associados aos fatores, gerar vetores de que simulasse uma anomalia.

A descrição do método para determinação dos modos de falha possíveis de serem monitorados, e a aplicação dessa técnica em um bloco de concreto de Itaipu é apresentada em Silva e Marques² (2015). Nesse artigo é apresentado o algoritmo que gera os vetores que simulam cada modo de falha, sendo representado pelo fluxograma na Figura 1. A próxima seção tem como

objetivo resumir os resultados obtidos com a aplicação do método de determinação dos modos de falha realizado no bloco chave A-15 da Barragem de Itaipu.

Figura 2: Bloco A-15 da barragem de Itaipu



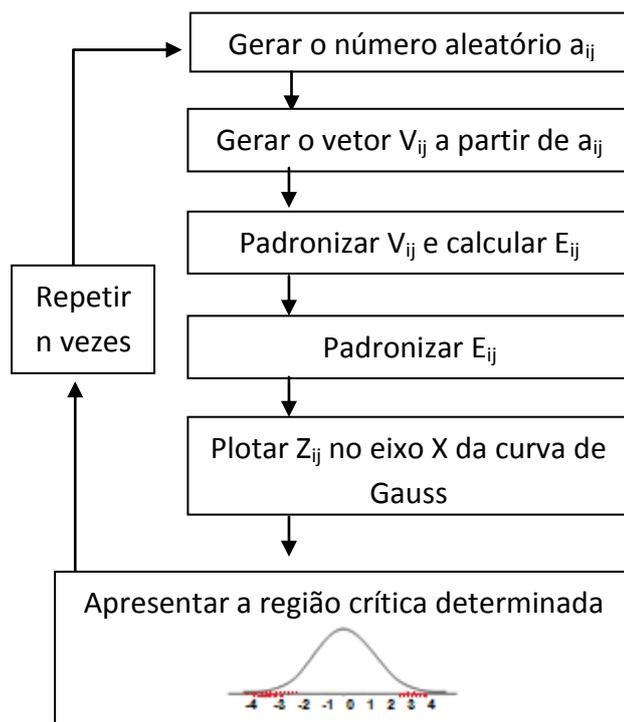
4. APLICAÇÃO DO MÉTODO PARA O BLOCO CHAVE DE ITAIPU

Aplicou-se o método de determinação dos modos de falha no bloco de concreto da barragem de Itaipu. Os materiais empregados foram as variáveis aleatórias geradas pelas leituras dos instrumentos instalados no bloco chave A-15, bloco do vertedouro. No total foram 50 instrumentos analisados, a grande maioria instalada apenas no bloco A-15, porém alguns instrumentos também pertencem aos blocos D-1 e A-14, pois estão instalados na divisa desses blocos para monitorar aberturas, recalques e deslizamentos. A Figura 2 apresenta o bloco de Itaipu selecionado

Os instrumentos instalados na barragem de Itaipu e as funções que desempenham na estrutura são encontrados em Itaipu (2003), podendo ser visto, no Quadro 1, uma breve descrição desses instrumentos, ou seja, apenas aqueles que estão instalados nos blocos de interesse. A descrição de funcionamento dos instrumentos instalados no bloco A-15 estão disponíveis nos manuais Sistema de Operação e Manutenção de Itaipu (SOM) e foram apresentados em Silva e Marques2 (2015).

Foi criada uma matriz $M_{168 \times 50}$ multivariada, com as leituras geradas pelos instrumentos apresentados no Quadro 1 acrescentados de mais dois instrumentos que medem a temperatura ambiente e o nível do reservatório. Foi considerado um período de tempo a partir de janeiro de 2000 até dezembro de 2013. Para possibilitar a análise dos dados, as leituras foram padronizadas mensalmente.

Figura 1: Fluxograma do algoritmo para determinar os modos de falha



Quadro 1: Instrumentos instalados no bloco A-15 do vertedouro

INSTRUMENTOS BLOCO A-15			
Instrumentos	Quantidades	Unidade de leitura	Função
Pêndulo (PD)	1	mm	Mede os deslocamentos na direção da jusante e de montante.
Extensômetro (EM)	6	mm	Mede o deslocamento e deformações que ocorrerão entre pontos no maciço da fundação.
Base de Alongâmetro (JS)	10	mm	Medidor superficial de Junta para o Concreto.
Piezômetro Elétrico (PG)	1	msnm*	Mede a Subpressão dos poros no núcleo e no contato núcleo-fundação.
Tensômetro de Concreto (TN)	1	Kgf/cm ²	Para medição direta das tensões de compressão no concreto.
Termômetro Superficial (TS)	1	°C	Termômetro embutidos no concreto para medição da temperatura durante a construção e operação.
Piezômetro Standpipe (PS)	9	msnm*	Piezômetros para medir a pressão dos poros e a subpressão hidráulica em juntas ou contatos escolhidos no maciço rochoso ou no contato barragem-fundação
Termômetro Interno (TI)	4	°C	Termômetros embutidos no concreto para medição da temperatura durante a construção e operação.
Roseta Deformação (RD)	15	Kgf/cm ²	Embutidas no concreto para medição das variações de volume autógenas, fluência e deformação elástica e temperatura.

Nota: * metros sobre o nível do mar

Antes da aplicação da análise fatorial na matriz $M_{168 \times 50}$ utilizando o Software Statistica, verificou-se alguns testes estatísticos, indispensáveis para aplicação do método. Os testes estatísticos

aplicados são apresentados em Silva e Marques² (2015) e os resultados obtidos pelos testes estão apresentados no Quadro 2.

Quadro 2: Testes Estatísticos

Teste	Estatísticas	Decisão do Teste
Normalidade Multivariada (distância de Mahalanobis)	$p = 0,7626$	Normalidade multivariada não pode ser descartada.
Teste de Esfericidade de Bartlett	$\chi^2 = 7988,4, \quad p = 0$	A matriz de correlação é diferente da matriz identidade.
Medida de Adequacidade dos dados	$KMO = 0,8348$	Os dados são apropriados para aplicação da análise fatorial.

Comprovados os resultados dos testes, aplicou-se a análise fatorial na matriz $M_{168 \times 50}$. O método adotado para obtenção dos coeficientes fatoriais foi o Método das Componentes Principais com rotação Varimax, visto que esse método obteve uma maior porção da variância explicada, comparado com o método da Máxima Verossimilhança.

Para determinação dos escores fatoriais foi aplicado o critério de Kaiser, e após eliminar duas variáveis com comunalidades baixas realizou-se novamente a análise fatorial que envolveu todos os testes estatísticos realizados anteriormente, mas agora em uma matriz $M_{168 \times 48}$ para reconfirmar a adequação dos dados. Novamente todos os testes foram bem sucedidos e a nova análise obteve uma variância explicada de 87,30%, sem nenhuma variável com baixa comunalidade.

Os escores fatoriais gerados a partir dos coeficientes fatoriais foram utilizados para a determinação dos modos de falha. Neles foi aplicado o teste de normalidade univariada conhecido como teste de Lilliefors, para comprovar a normalidade dos dados. Nos casos onde não foi comprovada a normalidade foi necessário a aplicação de transformações nos escores. Àquelas variáveis que passaram nos testes foram padronizadas e utilizadas nas simulações das anomalias.

O Quadro 3, apresenta os resultados obtidos após os testes estatísticos e as transformações aplicadas.

Quadro 3: Teste Lilliefors

Escores	Estimativas	Transformação	Estimativas	Decisão Teste
1	d=0.1209, p<0.05	$\sqrt{ x_i }$	d=0.0520, p>0.20	Normal
2	d=0.1470, p<0.01	não		
3	d=0.0713, p<0.05	não		
4	d=0.0553, p>0.20	-		Normal
5	d=0.0037, p>0.20	-		Normal
6	d=0.0847, p<0.01	não		Normal
7	d=0.0336, p>0.20	-		
8	d=0.1246, p<0.01	não		
9	d=0.1491, p<0.01	$\sqrt{ x_i }$	d=0.4487, p>0.20	Normal

Quadro 4: Grupos de instrumentos altamente correlacionados

GRUPOS GERADOS				
FATOR 1	FATOR 4	FATOR 5	FATOR 7	FATOR9
Pêndulos	R. D 5/tr 1	RD 6/tr4	RD 4/tr1	Piezômetro 41
Termômetros	R. D 5/tr 2	RD 6/tr5	RD 4/tr2	Piezômetro 43
Tensômetros	R. D 5/tr 3	RD 6/tr1	RD 4/tr3	Piezômetro 45
JS-A e JS-D	R. D 5/tr 4		RD 4/tr4	
Temp. ambiente	R. D 5/tr 5			
Piezômetro 46				

De acordo com a análise fatorial realizada gerou-se grupos de instrumentos que são altamente correlacionados. O Quadro 4 apresenta esses grupos.

No Quadro 4, RD são as rosetas de deformímetros instalados em determinadas regiões do bloco A-15 e, JS-A, JS-D são as bases de alongâmetro instalados nos blocos A-15 e D-14, respectivamente. Alguns instrumentos apresentados no Quadro 1, não foram agrupados nesses fatores, e como os demais fatores não deram origem a escores fatoriais com distribuição de probabilidade da normal, eles não entraram na determinação dos modos de falha e consequentemente na determinação de regiões críticas.

Com base no que é apresentado na literatura especializada tais como Gusmão Filho (2006), Silveira (2012), Eletrobrás (2003) e o conhecimento prático dos profissionais em segurança de barragens de Itaipu foi possível com esses grupos monitorar as seguintes anomalias: Escorregamento, Supressão, Fluência e Tombamento.

Para determinar as regiões críticas dessas anomalias foi utilizado o algoritmo representado pelo fluxograma apresentado na Figura 1. Para determinar cada região de falha foram realizadas 2500 simulações, onde apenas os instrumentos relacionados com uma determinada anomalia apresentavam valores dentro dos intervalos de mudança de comportamento, utilizando para isso apenas os fatores que possuem influência para aquela anomalia, determinando a região crítica correspondente. As regiões críticas para o bloco chave de Itaipu foram apresentadas em Silva e Marques² (2015) de forma gráfica, nesse artigo essas regiões estão representadas pelo Quadro 5. Cada região garante um percentual de 90% de acerto, pois foi considerado apenas o intervalo da reta onde houvesse uma grande concentração desses pontos de simulação.

Quadro 5 - Associação dos fatores com as anomalias e suas regiões críticas

Índice	Anomalia	Fatores	Regiões Críticas
1	Escorregamento Brecha D	1 e 9	$(1,65;2,1) \cap (0,42; 0,95)$
2	Subpressão Brecha D	1	$(2,4; 3,1)$
3	Escorregamento Junta D	1	$(2,1;2,6)$
4	Fluência	4, 5 e 7	$[(-2,3;-1,6)U(1,6;2,3)] \cap [(-1,16;-0,83)U(0,83;1,16)] \cap [(-1,25; -0,9)U(0,9;1,25)]$
5	Tombamento	1, 4, 5, 7 e 9	$(-2,9;-1,4) \cap [(-0,81;-0,57)U(0,58;0,81)] \cap [(-1,165;-0,82)U(0,83;1,155)] \cap [(-1,258;-0,89)U(0,897;1,249)] \cap (0,42;0,95)$

5. MODELO MATEMÁTICO PARA O CASO GERAL

Nesse momento estamos aptos a definir o modelo matemático que terá o objetivo de realizar o monitoramento de um bloco chave de uma barragem de concreto altamente instrumentado, onde os instrumentos são correlacionados. Para o caso geral assumimos as hipóteses requeridas em Silva e Marques (2015):

1. A matriz de dados amostrais é proveniente de uma população normal multivariada;
2. Todos os testes estatísticos necessários foram bem sucedidos;
3. A Análise Fatorial foi bem sucedida, garantindo uma explicação da variabilidade superior à 75%;
4. Todos os Escores Fatoriais possuem uma distribuição normal.

Agora suponha que existam n instrumentos instalados no bloco, e após a análise fatorial obteve-se j fatores. Suponha também que os instrumentos instalados no bloco sejam capazes de monitorar i anomalias, e para cada anomalia exista um número $m \leq n$ instrumentos capazes de identificar i .

Se um único fator possuir os m instrumentos, com alta contribuição nesse fator, capazes de monitorar a anomalia i , então apenas esse fator será suficiente para diagnosticar essa anomalia. Se existir $m \leq n$ instrumentos capazes de identificar a anomalia i , com esse instrumentos distribuídos em alguns fatores com alta contribuição, então todos esses fatores são necessários para monitorar i . Assim, por exemplo, sejam as anomalias $i = \{1; 2\}$, tais que, todos os instrumentos capazes de monitorar a anomalia 1 estejam todos agrupados no escore fatorial 1, e, todos instrumentos capazes de monitorar a anomalia 2 estejam agrupados em dois fatores, a saber, 2 e 3. Logo, para o primeiro caso, utiliza-se o algoritmo descrito na Figura 1, para fazer simulações com os instrumentos associados à anomalia 1, obtendo valores do escore fatorial 1 no eixo x , resultando em RC_{11} , definida como a região crítica da anomalia 1 monitorada a partir do fator 1. Para o caso da anomalia 2, utiliza-se o algoritmo apresentado na Figura 1, fazendo simulações com os instrumentos capazes de monitorar essa anomalia em ambos os fatores, resultando em RC_{22} e RC_{23} , definidas com Região Crítica da anomalia 2 a partir do fator 2 e região crítica da anomalia 2 a partir do fator 3, respectivamente. Portanto, dado um vetor de leituras mensais dos instrumentos instalados no bloco de concreto, é dito que a anomalia 1 pode estar ocorrendo quando o valor do escore fatorial 1 pertencer a RC_{11} . E para o caso da anomalia 2, é dito que pode estar ocorrendo se o escore fatorial 2 pertencer a RC_{22} e o escore fatorial 3 pertencer a RC_{23} .

Portanto, considerando um bloco de uma barragem de concreto, onde foram determinadas as anomalias que os instrumentos são capazes de monitorar, e, onde as regiões críticas dessas anomalias já foram identificadas através do algoritmo representado na Figura 1, pode-se definir uma função de desempenho capaz de realizar o monitoramento, contudo, antes se deve definir:

1º G_i é a componente da função de desempenho que monitora a anomalia i ;

2º K_{ij} é um conjunto formado apenas pelos escores fatoriais j que se relacionam com a anomalia i ;

3º k_i é o número de fatores relacionados com i menos um, ou seja,

$$k_i = \# \{K_{ij}\} - 1 \tag{6}$$

Portanto, dado $\underline{Z} = (z_1, z_2, \dots, z_j)$ o vetor dos escores fatoriais transformados em variáveis aleatórias normais padrão, a função de desempenho, é definida como sendo $G(\underline{Z})$, dada por:

$$G(\underline{Z}) \begin{cases} G_1(\underline{Z}) = \lambda_{11}z_1 + \lambda_{12}z_2 + \dots + \lambda_{1j}z_j + k_1 \\ G_2(\underline{Z}) = \lambda_{21}z_1 + \lambda_{22}z_2 + \dots + \lambda_{2j}z_j + k_2 \\ \vdots \\ G_i(\underline{Z}) = \lambda_{i1}z_1 + \lambda_{i2}z_2 + \dots + \lambda_{ij}z_j + k_i \end{cases}$$

com:

$$\begin{cases} \lambda_{ij} = 0 & j \notin K_{ij} \text{ ou } z_j \notin RC_{ij} \\ \lambda_{ij} = \frac{-1}{z_j} & \text{se } z_j \in RC_{ij} \end{cases} \tag{7}$$

onde λ_{ij} representa o coeficiente da anomalia i do escore fatorial j , z_j representa o valor do escore fatorial j padronizado e RC_{ij} representa as regiões críticas definidas para a anomalia i a partir do escore fatorial j .

Note que o valor assumido pela constante λ_{ij} depende se o valor z_j pertence ou não a sua respectiva região crítica e se o fator j tem influência com a anomalia i . Logo, dessa função tira-se as seguintes conclusões:

1° $G_i(Z) \geq 0 \forall i$ apenas quando nenhuma anomalia ocorreu;

2° $G_i(Z) < 0$ para algum i quando uma ou mais anomalias ocorreram;

3° Os índices i indicam quais anomalias podem ser monitoradas pela função de desempenho e os índices j indicam quais fatores foram responsáveis pela ocorrência da anomalia, e, conseqüentemente quais instrumentos apresentaram valores fora de sua normalidade.

Obtemos, graças à análise fatorial, uma função de desempenho multivariada, onde cada componente da função é uma combinação linear de variáveis aleatórias normais padronizadas independentes entre si, e, portanto, também possui essa distribuição de probabilidade. Apesar dessa função não utilizar as variáveis físicas normalmente empregadas na análise de confiabilidade para determinação da função de desempenho, ela preserva a condição de assumir valores menores que zero apenas quando ocorre uma ou mais anomalias.

6. PROBABILIDADE DE FALHA

Pretende-se calcular a probabilidade de falha a partir da função de desempenho (7). A ideia é utilizar os conceitos básicos de probabilidade e a propriedade dos escores fatoriais gerados serem variáveis aleatórias normais independentes entre si (que é uma consequência da análise fatorial) em cada componente da função de desempenho. Assim, pode-se dizer que houve uma falha na estrutura quando existe i tal que $G_i(Z) < 0$. Logo,

$$P[G(\underline{Z}) < 0] = P[\cup_{n=1}^i G_i < 0] \quad (8)$$

Note que o cálculo da probabilidade de falha de cada evento G_i pode ser realizado utilizando as técnicas simples de probabilidade, pois todas componentes G_i são combinações lineares de variáveis aleatórias normais padronizadas que são independentes entre si.

Logo, podemos encontrar a probabilidade de falha de cada evento individualmente e supondo os eventos G_i independentes, pode-se encontrar uma estimativa da probabilidade de falha de todo sistema estrutural. Observe que para todo i as componentes da função 1.6 tem a forma

$$G_i = \lambda_{i1}z_1 + \lambda_{i2}z_2 + \dots + \lambda_{ij}z_j + k_i \quad (9)$$

Assim,

$$\begin{aligned} P[G_i < 0] &= \\ P[\lambda_{i1}z_1 + \lambda_{i2}z_2 + \dots + \lambda_{ij}z_j + k_i < 0] &= \\ P[\lambda_{i1}z_1 + \lambda_{i2}z_2 + \dots + \lambda_{ij}z_j < -k_i] &= \\ P[(z_1 \in RC_{i1}) \cap (z_2 \in RC_{i2}) \cap \dots \cap (z_j \in RC_{ij})] & \end{aligned} \quad (10)$$

Como os z_i são todas variáveis aleatórias independentes entre si temos que

$$P[G_i < 0] = P[z_1 \in RC_{i1}] \cdot P[z_2 \in RC_{i2}] \cdot \dots \cdot P[z_j \in RC_{ij}] \quad (11)$$

Logo, para $RC_{nj} = (\inf_{nj}, \sup_{nj})$ com $n = 1, \dots, i$ temos que

$$P[z_i \in RC_{ij}] = \int_{\inf_{ij}}^{\sup_{ij}} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}z^2} dz \quad (12)$$

E, portanto, a probabilidade de falha do evento G_i é dada por:

$$P[G_i < 0] = \int_{inf_{i1}}^{sup_{i1}} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}z^2} dz \cdot \int_{inf_{i2}}^{sup_{i2}} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}z^2} dz \dots \int_{inf_{ij}}^{sup_{ij}} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}z^2} dz. \tag{13}$$

Procedendo dessa forma para todos os eventos G_i , e, supondo os eventos independentes, encontra-se uma estimativa para a probabilidade de falha do bloco de concreto, dada por:

$$P[G(\underline{Z}) < 0] = P[\cup_{n=1}^i G_i < 0] = P[G_1 < 0] + P[G_2 < 0] + \dots + P[G_i < 0] \tag{14}$$

7. MODELO MATEMÁTICO PARA O CASO APLICADO

Para definir a função de desempenho para o modelo aplicado utiliza-se as informações apresentados no Quadro 5. Nesse Quadro observa-se que para o bloco A-15 de Itaipu foi possível monitorar 5 anomalias e quais fatores estão encarregados de monitorá-las, além disso, o Quadro 5 também apresenta as respectivas regiões críticas de cada anomalia.

Portanto, para esse caso a função de desempenho tem a seguinte forma:

$$G(\underline{Z}) \begin{cases} G_1(\underline{Z}) = \lambda_{11}z_1 + \lambda_{19}z_9 + 1 \\ G_2(\underline{Z}) = \lambda_{21}z_1 \\ G_3(\underline{Z}) = \lambda_{31}z_1 \\ G_4(\underline{Z}) = \lambda_{34}z_4 + \lambda_{35}z_5 + \lambda_{37}z_7 + 2 \\ G_5(\underline{Z}) = \lambda_{41}z_1 + \lambda_{44}z_4 + \lambda_{45}z_5 + \lambda_{47}z_7 + \lambda_{49}z_9 + 4 \end{cases}$$

com

$$\begin{cases} \lambda_{ij} = 0 & z_j \notin RC_{ij} \\ se \\ \lambda_{ij} = \frac{-1}{z_j} & z_j \in RC_{ij} \end{cases} \tag{15}$$

A função de desempenho dada pela Equação (15) definida anteriormente é capaz de diagnosticar quando uma das anomalias descritas no Quadro 5 pode estar ocorrendo, ou na eminência de ocorrer, basta que alguma das componentes dessa função assumam valores menores que zero.

A partir da função de desempenho apresentada na Equação (15) pode-se realizar o cálculo de uma estimativa da probabilidade de falha de cada anomalia apresentada no Quadro 5. Para obtenção desses resultados foi utilizado o software Matlab, que possui implementado o cálculo de probabilidade de variáveis aleatórias normais.

Escorregamento Breja D

$$P[G_1 < 0] = P[\lambda_{11}z_1 + \lambda_{19}z_9 + 1 < 0] = P[\lambda_{11}z_1 + \lambda_{19}z_9 < -1] = P[(z_1 \in RC_{11}) \cap (z_2 \in RC_{19})] = \int_{1,65}^{2,1} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}z^2} dz \cdot \int_{0,42}^{0,95} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}z^2} dz = (0.982136 - 0.950529) \cdot (0.828944 - 0.662757) = (0.031607) \cdot (0.166187) = 0.005253 \tag{16}$$

Subressão Junta D

$$P[G_2 < 0] = P[\lambda_{21}z_1 < 0] = P[(z_1 \in RC_{21})] = \int_{2,4}^{3,1} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{\frac{-1}{2}z^2} dz = (0.999032 - 0.991802) = 0.007230 \quad (17)$$

Escorregamento Junta D

$$P[G_3 < 0] = P[\lambda_{31}z_1 < 0] = P[(z_1 \in RC_{31})] = \int_{2,1}^{2,6} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{\frac{-1}{2}z^2} dz = (0.995339 - 0.982136) = 0.013203 \quad (18)$$

Fluência

$$P[G_4 < 0] = P[\lambda_{44}z_4 + \lambda_{45}z_5 + \lambda_{47}z_7 + 2 < 0] = P[\lambda_{44}z_4 + \lambda_{45}z_5 + \lambda_{47}z_7 < -2] = P[(z_4 \in RC_{44}) \cap (z_5 \in RC_{45}) \cap (z_7 \in RC_{47})] = \left[\int_{-2,3}^{-1,6} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{\frac{-1}{2}z^2} dz + \int_{1,6}^{2,3} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{\frac{-1}{2}z^2} dz \right] \cdot \left[\int_{-1,16}^{-0,83} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{\frac{-1}{2}z^2} dz + \int_{0,83}^{1,16} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{\frac{-1}{2}z^2} dz \right] \cdot \left[\int_{-1,25}^{-0,9} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{\frac{-1}{2}z^2} dz + \int_{0,9}^{1,25} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{\frac{-1}{2}z^2} dz \right] = [(0.054799 - 0.010724) + (0.989276 - 0.945201)] \cdot [(0.203269 - 0.123024) + (0.876976 - 0.796731)] \cdot [(0.184060 - 0.105650) + (0.894350 - 0.815940)] = [(0.044075) + (0.044075)] \cdot [(0.080245) + (0.080245)] \cdot [(0.078410) + (0.078410)] = [0.088150] \cdot [0.160490] \cdot [0.156821] = 0.002219 \quad (19)$$

Tombamento

$$P[G_5 < 0] = P[\lambda_{51}z_1 + \lambda_{54}z_4 + \lambda_{55}z_5 + \lambda_{57}z_7 + \lambda_{59}z_9 + 4 < 0] = P[\lambda_{51}z_1 + \lambda_{54}z_4 + \lambda_{55}z_5 + \lambda_{57}z_7 + \lambda_{59}z_9 < -4] = P[(z_1 \in RC_{51}) \cap (z_4 \in RC_{54}) \cap (z_5 \in RC_{55}) \cap (z_7 \in RC_{57}) \cap (z_9 \in RC_{59})] = \left[\int_{-2,9}^{-1,4} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{\frac{-1}{2}z^2} dz \right] \cdot \left[\int_{-0,81}^{-0,57} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{\frac{-1}{2}z^2} dz + \int_{0,58}^{0,81} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{\frac{-1}{2}z^2} dz \right] \cdot \left[\int_{-1,165}^{-0,82} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{\frac{-1}{2}z^2} dz + \int_{0,83}^{1,155} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{\frac{-1}{2}z^2} dz \right] \cdot \left[\int_{-1,258}^{-0,89} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{\frac{-1}{2}z^2} dz + \int_{0,897}^{1,249} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{\frac{-1}{2}z^2} dz \right] \cdot \left[\int_{0,42}^{0,95} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{\frac{-1}{2}z^2} dz \right] = (0.080757 - 0.001866) \cdot [(0.284339 - 0.208970) + (0.791030 - 0.719043)] \cdot [(0.206108 - 0.122009) + (0.875955 - 0.796731)] \cdot [(0.186733 - 0.104196) + (0.894167 - 0.815141)] \cdot (0.828944 - 0.662757) = 0.078891 \cdot [(0.075369) + (0.071987)] \cdot [(0.084099) + (0.079224)] \cdot [(0.082537) + (0.079027)] \cdot (0.166187) = (0.078891) \cdot [0.147356] \cdot [0.163323] \cdot [0.161564] \cdot (0.166187) = 0.000051 \quad (20)$$

8. RESULTADOS E DISCUSSÃO

Através do método de determinação dos modos de falha possíveis de serem monitorados, desenvolveu-se um modelo matemático para o monitoramento de um bloco de concreto altamente instrumentado. Esse modelo assume, em suas componentes, valores menores que zero apenas

quando uma falha for detectada, por esse motivo recebe o nome de função de desempenho multivariada, que esta representada pela função (7).

A função de desempenho proposta nesse artigo utiliza apenas como variáveis os valores dos escores fatoriais, que possuem distribuição de probabilidade normal, obtidos a partir de uma matriz gerada das leituras dos instrumentos instalados no bloco de concreto em estudo, e, por não apresentar potências maiores que um e produto entre as variáveis envolvidas, trata-se de uma função multivariada onde cada componente é uma função linear. Por essa simplicidade a função (7) apresenta as seguintes vantagens sobre outros métodos convencionais de confiabilidade estrutural:

1º Baixo custo computacional, por não envolver operações complexas para determinar os valores de cada componente;

2º Não utiliza como variáveis parâmetros relacionados às características do concreto, como coeficiente de atrito, elasticidade e resistência, que muitas vezes necessitam de ensaios com amostras retiradas do bloco;

3º O cálculo da probabilidade de falha a partir da função de desempenho (7) é relativamente simples, por envolver apenas variáveis aleatórias normais que são independentes entre si, graças a uma propriedade da análise fatorial.

Aplicado o método para o bloco A-15 da barragem de Itaipu, obteve-se a função de desempenho (15). Essa função possui apenas cinco componentes, pois, na realização da análise fatorial foram obtidos apenas cinco escores fatoriais com distribuição de probabilidade normal, sendo que desses, dois escores necessitaram de uma transformação. Para esse caso a função de desempenho obtida é capaz de monitorar escorregamentos, subpressões, fluência e tombamento.

A partir da função (15), utilizando as informações apresentadas no Quadro 5, foi realizado o cálculo da probabilidade de falha de cada uma dessas anomalias. Os resultados obtidos estão simplificados no Quadro 6.

Quadro 6 - Probabilidade de falha

$G(\underline{Z})$	Anomalia	$P[G_i < 0]$
G_1	Escorregamento Brecha D	0,005253
G_2	Subpressão Brecha D	0,007230
G_3	Escorregamento Junta D	0,013203
G_4	Fluência	0.002219
G_5	Tombamento	0.000051

No Quadro 6 vemos estimativas da probabilidade de falha de cada anomalia monitorada para o bloco A-15 da barragem de Itaipu. Os resultados apontam uma baixa probabilidade da ocorrência dessas anomalias, mostrando que o bloco em estudo encontra-se estabilizado e sem riscos eminentes.

9. CONCLUSÃO

A contribuição científica apresentada nesse trabalho foi a utilização da metodologia que determina os modos de falha possíveis de serem monitorados na definição de uma função de desempenho multivariada capaz de monitorar um sistema estrutural complexo, de uma forma mais simples que o métodos convencionais de confiabilidade estrutural aplicados a sistemas geotécnicos.

O modelo matemático apresentado é de simples implementação, e poderá futuramente acessar todo banco de dados da barragem de Itaipu e realizar o monitoramento do bloco semanalmente. Além disso, o mesmo método pode ser aplicado aos demais blocos chaves da barragem, obtendo funções de desempenho para cada bloco, e a partir desses modelos realizarem o monitoramento de todo sistema estrutural da barragem de Itaipu.

A função de desempenho, para o caso aplicado, forneceu estimativas das probabilidades de falha de cada anomalia possível de ser monitorada para o bloco A-15 da barragem de Itaipu. Esses resultados servem para fornecer um indicativo sobre a condição do bloco, no entanto, como a falha para nosso caso trata-se de uma mudança no comportamento, cada vez que for realizado o cálculo dos escores fatoriais a partir das leituras mensais dos instrumentos, podemos obter valores para as componentes da função de desempenho (15), e caso exista componentes com valores menores que zero, deve-se entender como uma previsão de que algo não está de acordo com o comportamento normal da estrutura, servindo como uma previsão dessas anomalias, caso esse resultado mantenham-se por algum determinado período.

REFERÊNCIAS

BUREAU OF RECLAMATION. *Design of Small Dams. United States Department of the Interior. A Water Resources Technical Publication, 857p. Third Edition, 1987.*

ICOLD. *Critérios de Projeto Civil de Usinas Hidrelétricas. Centrais Elétricas Brasileiras S.A. ELETROBRÁS. 2003.*

Design of Arch Dams, Bureau of Reclamation, 882 pp., Denver, CO, 1977.

Bureau of Reclamation. *Guidelines to Decision Analysis. ACER Technical Memorandum No. Denver, CO, March, 1986.*

Bureau of Reclamation. *Concrete Dam Instrumentation Manual. Denver, CO, Currently (1987) in preparation.*

SILVA, O. C. ; MARQUES, J. M.. *Estudo da Variabilidade dos Instrumentos Instalados em Blocos Chave da Barragem de Itaipu para Determinação de Modos de Falha. Em: XXX SNGB – Seminário Nacional de Grandes Barragens , Maio, 10-12. Comitê Brasileiro de Grandes Barragens – CBDB, Foz do Iguaçu, 2015.*

SILVA, O. C. ; MARQUES, J. M. *Testes Estatísticos e Análise Multivariada na Determinação dos Modos de Falha Monitorados pelos Instrumentos em Blocos de Concreto da Barragem de Itaipu. Revista Holos, Vol 5. Setembro, 2015.*

BAECHER, G. B.; CHRISTIAN, J. T. *Reliability and Statistics in Geotechnical Engineering. Massachusetts: Wiley, 2003.*

- LEONARDS, G. A.** *Discussion on differential settlement of buildings. Jornal of Geotechnical Engineering Division, R. Grant and J. T. Christian and E. H. Vanmarke, v. 101, p. 700 – 702, 1975.*
- SANTOS, S. R.** *Análise de Confiabilidade Estrutural Utilizando o Método de Monte Carlo e Redes Neurais. Curitiba: [s.n.], 110 f. Métodos Numéricos em Engenharia. 2012.*
- JOHNSON, Richard A; WICHERN, Dean W.** *Applied Multivariate Statistical Analysis. Fourth Edition. Prentice Hall . New Jersey, 1998.*
- CORRAR, L. J. PAULO, E. FILHO, J. M.** *Análise Multivariada para os Cursos de Administração, Ciências Contábeis e Economia. 539-f (73-129). Atlas. São Paulo, 2009.*
- SILVA, O. C.; SANTOS, C. G.; et al.** *Otimização da Análise de Variabilidade de Blocos Chaves da Barragem de Itaipu com o uso de novas Estratégias na coleta de dados e Técnicas para Normalização dos Escores Fatoriais. Em: Congresso de Métodos Numéricos em Engenharia, Lisboa, 29 de Junho à 2 de Julho. APMTAC. Portugal, 2015.*
- ITAIPU.** *Usina Hidrelétrica de Itaipu - Aspectos Teóricos de Engenharia. 784-f (01-784). TAB Marketing Editorial. Foz do Iguaçu, 2003.*
- ITAIPU.** *Usina Hidrelétrica de Itaipu. Sistema e Operação e Manutenção de Funcionamento. Descrição de Funcionamento - DDF.CI.025, DDF.CI.006, DDF.CI.015, DDF.CI.016, DDF.CI.019, DDF.CI.020 – R00. Conjunto de Obras Cíveis. Julho, 2007*
- GUSMÃO FILHO, Jair.** *Desempenho de Obras Geotécnicas. 523p. Editora Universitária da UFPE. Recife, 2006.*
- SILVEIRA, João Francisco Alves.** *Instrumentação e Segurança de Barragens de Terra e Enrocamento. 208p. Editora Oficina de Textos, São Paulo, 2003.*
- ELETROBRÁS.** *Critérios de Projeto Civil de Usinas Hidrelétricas. vol 1. Rio de Janeiro, 2003.*