

MODELO DE FORCHHEIMER PARA CÁLCULOS DE PERMEABILIDADE GLOBAL DE MEIOS POROSOS NÃO CONSOLIDADOS

Hugo Emerich Maciel (Instituto Politécnico da Universidade do Estado do Rio de Janeiro) E-mail: hugoemerich@gmail.com

Fabiano Tavares da Silva (Instituto Politécnico da Universidade do Estado do Rio de Janeiro) E-mail: ftavares@iprj.uerj.br

Leôncio Diógenes Tavares Câmara (Instituto Politécnico da Universidade do Estado do Rio de Janeiro) E-mail: dcamara@iprj.uerj.br

Resumo: O objetivo deste trabalho é demonstrar uma nova abordagem de modelagem para o escoamento incompressível não darciano em meios porosos não-consolidados que se origina da manipulação da equação de Forchheimer. A partir desta, um novo termo denominado fator de condutividade molecular foi proposto e notouse a relação de paralelismo deste com a permeabilidade, resultando em uma nova propriedade denominada permeabilidade equivalente global. A fim de validar a nova abordagem, um aparato experimental e um programa computacional foram desenvolvidos e implementados de forma a estudar esta nova abordagem e caracterizar o escoamento de água em meios porosos não consolidados sob condições darcianas e/ou não-darcianas.

Palavras-chave: Porosidade, permeabilidade, tortuosidade.

FORCHHEIMER MODEL FOR GLOBAL PERMEABILITY CALCULATIONS OF UNCONSOLIDATED POROUS MEDIA

Abstract: The objective of this study is to demonstrate a new approach to modeling for incompressible flow not darciano in unconsolidated porous media that originates manipulating the Forchheimer equation. From this, a new term known as molecular conductivity factor was proposed and it was noticed parallel relation with the permeability, resulting in a new overall equivalent property called permeability. In order to validate the new approach, an experimental apparatus and a computer program was developed and implemented in order to study this new approach and characterize the flow of water in porous media not consolidated under darcianas and / or non-darcianas conditions.

Keywords: Porosity, permeability, tortuosity.

1. INTRODUÇÃO

O escoamento de fluidos em meios porosos é uma situação encontrada em larga escala nos segmentos da indústria, assim como no meio ambiente. Dentre as aplicações pode-se citar a recuperação de gás e petróleo; migração de contaminantes e fertilizantes em solos; lixiviação de minerais; preparação de catalizadores e materiais cerâmicos; processos de separação com catalizadores, membranas, filtros; preparação de cimentos e concretos.

Uma propriedade essencial do escoamento é a permeabilidade, que caracteriza a facilidade que os fluidos podem escoar através do material poroso (Bear, 1972; Dias et al., 2008).

O estudo de fenômeno de transporte em meios porosos iniciou-se com Henry Darcy, que obteve a lei de Darcy por meio de observações experimentais (Darcy, 1856). A lei de Darcy estabelece que a vazão de fluido é diretamente proporcional ao gradiente

de pressão externo aplicado, sendo o coeficiente dependente da microestrutura do meio e da viscosidade absoluta do fluido, e é válida somente até uma faixa de velocidade baixa (Bear, 1972; Dullien, 1979).

$$Q = k \frac{A \Delta P}{\mu L} \quad (1)$$

Onde: Q é vazão, k é a permeabilidade, ΔP é o gradiente de pressão aplicado no fluido, μ é a viscosidade do fluido, e L o comprimento do leito.

Como o escoamento de fluidos em meios porosos ocorre geralmente em regime de turbulência, ou seja, em uma faixa de velocidade alta, pesquisas têm sido realizadas a fim de observar os desvios da lei de Darcy. Vários termos como fluxo não-darciano, fluxo inercial, efeito da resistência viscosa inercial, etc., são usados para descrever este comportamento (Firoozabadi e Katz, 1979). Em vários trabalhos, foram sugeridas correções à equação de Darcy (Tek, 1957; Geertsma, 1974). Forchheimer (1901) adicionou uma segunda ordem ao termo de velocidade, representando o efeito inercial microscópico, e corrigiu a equação de Darcy na equação de Forchheimer.

$$\frac{dP}{dL} = \frac{\mu v}{k} + \beta \rho v^2 \quad (2)$$

Onde: L é a direção que o fluido escoar, v é a velocidade, β é o coeficiente não-darciano e ρ a densidade do fluido.

Os primeiros trabalhos sobre os critérios de comportamento para escoamento não-darciano em meios porosos foi aparentemente publicado pela Chilton e Colburn (1931). Devido à crença anterior de que o fluxo não-darciano em meios porosos fosse semelhante ao escoamento turbulento em uma tubulação, o número de Reynolds para identificar o escoamento turbulento foi adaptado para descrever o escoamento não-darciano em meios porosos.

$$R = \frac{\rho v D}{\mu} \quad (3)$$

Onde R é o número de Reynolds, ρ é a massa específica, D é o diâmetro do tubo e μ é a viscosidade dinâmica ou absoluta do fluido.

O número de Reynolds é uma medida que reflete a relação entre as forças de inércia (cinéticas) e as forças viscosas (atrito), desenvolvidas quando um fluido escoar sob um estado de tensão. Este número diferencia os regimes de escoamento laminar, transiente e turbulento.

$$\left\{ \begin{array}{l} Re < 2000 \rightarrow \text{Escoamento Laminar} \\ 2000 < Re < 2400 \rightarrow \text{Escoamento de transição} \\ Re > 2400 \rightarrow \text{Escoamento Turbulento} \end{array} \right.$$

A simulação de fenômenos de escoamentos em meios porosos é difícil devido a complexa natureza da geometria e topologia de seu espaço e da heterogeneidade na composição química de suas paredes internas. Um caminho alternativo é estudar o escoamento em meios porosos na escala macroscópica, ou seja, na escala de observação (Bird, et al., 2004).

O presente estudo tem como objetivo desenvolver e validar uma nova abordagem de modelagem para o escoamento incompressível não darciano em meios porosos nãoconsolidados que se origina da manipulação da equação de Forchheimer. A partir desta, um termo denominado fator de condutividade molecular foi gerado e notou-se a relação de paralelismo deste com a permeabilidade, resultando em uma nova propriedade denominada permeabilidade equivalente global. A fim de validar a nova abordagem, um aparato experimental e um programa computacional foram desenvolvidos e implementados de forma a estudar esta nova abordagem e caracterizar escoamento de água em meios porosos não consolidados sob condições darcianas e/ou não-darcianas. Por outro lado, foi implementado o clássico modelo de Kozeny-Carman com o objetivo de caracterizar um meio poroso com empacotamento bifásico, cujos dados experimentais estão disponíveis na literatura, e analisar a relação entre a porosidade, permeabilidade e tortuosidade.

2. MATERIAIS E MÉTODOS

A fim de estudar o escoamento de água em um meio poroso não consolidado sob condições darcianas e não-darcianas, foi construído um aparato experimental denominado permeâmetro.

O permeâmetro é um aparato experimental que induz o escoamento de água em um meio poroso com o uso de uma bomba. Através da variação do gradiente de pressão imposta ao fluido pela coluna d'água acima do meio poroso e do fluxo de água através deste, gera-se um gráfico da vazão em função da pressão que, trata-se de uma equação linear cujo um dos componentes do coeficiente angular é a permeabilidade.

2.1 MÉTODOS

2.1.1- EMPACOTAMENTO DO LEITO

A fim de simular os meios porosos foram gerados dois conjuntos de leitos distintos; no primeiro geraram-se randomicamente leitos monofásicos composto por esferas de vidro de 3 mm (Fig. 1) e no segundo geraram-se randomicamente leitos compostos por areia de granulometria 1-2 mm (Fig.2).



Figura 1 - leito composto por esferas de vidro de 3 mm



Figura 2 - leito composto por areia de granulometria entre 1 e 2 mm.

Visando definir a porosidade para os dois tipos de leitos inseriu-se randomicamente o volume pré-determinado, respectivamente, em duas provetas distintas e preencheram-se cuidadosamente ambos os leitos com água até atingir o limite superior deste. Para o leito de esferas de vidro, a água foi drenada e inserida em outra proveta. Uma vez conhecidas todas as variáveis de volume, calculou-se a porosidade.

Para o leito de areia foi necessário o conhecimento da tortuosidade, que é uma propriedade macroscópica (τ) definida como a razão entre o comprimento do caminho tortuoso percorrido pelo fluido (L_T) e o comprimento do meio poroso ou leito (L).

2.1.2- EXPERIMENTO

Para iniciar-se o experimento foi necessário inserir água no reservatório até um nível supostamente ideal, a fim de evitar cavitação. Posteriormente abriu-se a válvula 1 e ligou-se a bomba, iniciando o fluxo de água por parte da linha. Ao abrir a válvula 2 iniciou-se o escoamento de água através do leito. Com isso, aguardou-se por alguns minutos para estabilização da linha e do leito. A figura 3 exemplifica o diagrama de funcionamento do aparato.

A pressão determinante para escoamento do fluido no leito era oriunda da altura H da coluna d'água acima do leito, sendo esta gerada pela resistência do meio poroso ao escoamento, resultando no acúmulo de água acima do leito. O permeâmetro é aberto para a atmosfera sofrendo influência desta.

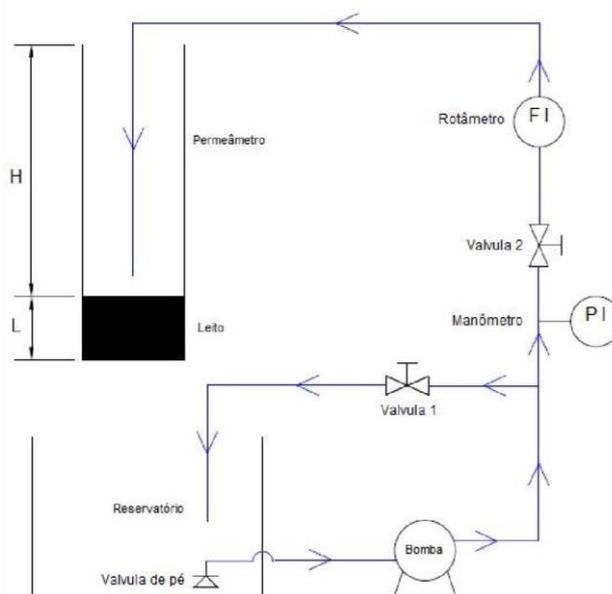


Figura 3 – Diagrama de funcionamento do permeâmetro.

Através do controle da válvula 2 variou-se a coluna d'água acima do leito e uma vez alcançado a altura desejada e estabilizado o sistema, mediu-se o H com uma régua e cronometrou-se o volume de água que escoou através do leito por um determinado período de tempo com o auxílio de uma balde, posicionado na saída do permeâmetro. Posteriormente, com o uso de provetas obteve-se o volume recolhido no balde. De posse destes dados calculou-se a vazão (Q).

Para o cálculo da permeabilidade durante os experimentos variou-se a altura sempre iniciando do ponto $H = 0,5\text{cm}$, conseqüentemente, foram obtidas as mesmas faixas de pressão em todos os experimentos. Para cada faixa de pressão calculava-se a respectiva vazão. Além disso, como mencionado no subitem anterior, em ambos os tipos de leitos foi realizada a variação do leito (L), sendo os procedimentos realizados da mesma forma em todos. Em todos os experimentos realizaram-se três medições para a mesma altura H .

Para a realização do experimento foram definidas três diferentes alturas para o leito de esferas de vidro de 3mm (40cm, 26cm e 13cm) e para areia de 1 a 2 mm foram realizados experimentos em duas alturas diferentes (23cm e 10cm)

Durante o processo de recolhimento do fluido, foi verificada por meio de um termômetro a temperatura do mesmo. De posse desta, determinou-se a viscosidade do fluido através da interpolação simples da tabela de propriedade da água de FOX et al. 2006.

3. RESULTADOS E DISCUSSÃO

Para o presente estudo foi utilizado um modelo numérico distinto para caracterização de situação do escoamento de fluido em meios porosos.

O modelo numérico aplicado tem como finalidade simular o escoamento darciano e não-darciano de água em meios porosos não consolidados, baseando-se na nova formulação da equação de Forchheimer e em dados experimentais obtidos através do experimento com o permeâmetro. Para isto foi aplicado o método de regressão linear a fim de obter-se gráfico de Vazão x Pressão característico do escoamento de água em meios porosos.

Segue os resultados a partir dos experimentos realizados com esferas de vidro de 3 mm e com a areia de granulometria entre 1 e 2 mm.

3.1 LEITO DE ESFERAS DE VIDRO

Conforme descrito no capítulo anterior, foram realizados três experimentos com as esferas de vidro com alturas da coluna d'água variadas (40cm, 26cm e 13cm).

O primeiro passo foi calcular a porosidade das esferas e o valor obtido foi de 0,38 ou 38%.

No experimento foram obtidos, através de medições e cálculos, os dados básicos para a compreensão e modelagem do mesmo. Para cada tipo de meio poroso foram empacotados três leitos com comprimentos (L) distintos. O numero de Reynolds (N_{Rd}) foi calculado para meios porosos. Nas tabelas abaixo são apresentados as médias dos dados obtidos para os respectivos leitos e o desvio padrão de vazão (Q).

Tabela 1 - Valores médios para o leito de esferas com $L = 40\text{ cm}$

Experimento 1					
N^c	$\Delta P\text{ Pa}$	$v_{med}\text{ m/s}$	N_{Rd}	$Q\text{ (m}^3\text{/s)}$	σ
1	490,5	$4,49 \times 10^{-2}$	228	$2,55 \times 10^{-5}$	0
2	981	$5,24 \times 10^{-2}$	265	$2,98 \times 10^{-5}$	$3,54 \times 10^{-7}$

3	1471,5	$5,86 \times 10^{-2}$	297	$3,33 \times 10^{-5}$	$3,51 \times 10^{-7}$
4	1962	$6,65 \times 10^{-2}$	337	$3,78 \times 10^{-5}$	$3,54 \times 10^{-7}$
5	2452,5	$7,44 \times 10^{-2}$	377	$4,23 \times 10^{-5}$	$3,57 \times 10^{-7}$
6	2943	$8,21 \times 10^{-2}$	416	$4,66 \times 10^{-5}$	$5,30 \times 10^{-7}$

Os dados apresentados na tabela acima compreendem ao experimento 1 realizado com o leito de altura $L = 40$ cm. O experimento, como descrito anteriormente, foi realizado três vezes e tomaram-se todos os dados para os mesmos seis pontos de medidas. A quantidade de pontos de medida foi razoavelmente menor que nos demais experimentos devido ao maior comprimento de leito empregado, reduzindo a altura de coluna d'água máxima.

Analisando os valores de N_{Rd} apresentados na tabela verificou-se que os dados experimentais obtidos encontram-se segregados em 2 regimes distintos de escoamento. O regime de escoamento dos pontos 1 à 3 é denominada laminar não-estável. Os pontos 4 à 6 são classificadas como regime turbulento. Além disso, como $N_{Rd} > 10$ o escoamento é denominado não-darciano.

O desvio padrão (σ) calculado para cada ponto de medida do experimento é apresentado na tabela 1. Os valores obtidos demonstram que há variabilidade mínima nos dados obtidos, ou seja, que todos os pontos são iguais à média.

Tabela 2 - Valores médios para o leito de esferas com $L = 26$ cm

Experimento 2					
N^c	ΔP Pa	m/s v_{med}	N_{Rd}	Q (m^3/s)	σ
1	490,5	$6,75 \times 10^{-2}$	342	$3,83 \times 10^{-5}$	$3,82 \times 10^{-6}$
2	981	$7,75 \times 10^{-2}$	393	$4,40 \times 10^{-5}$	$4,09 \times 10^{-6}$
3	1471,5	$9,25 \times 10^{-2}$	468	$5,25 \times 10^{-5}$	$2,50 \times 10^{-6}$
4	1962	$1,01 \times 10^{-1}$	513	$5,75 \times 10^{-5}$	$2,29 \times 10^{-6}$
5	2452,5	$1,13 \times 10^{-1}$	572	$6,42 \times 10^{-5}$	$1,53 \times 10^{-6}$
6	2943	$1,24 \times 10^{-1}$	628	$7,03 \times 10^{-5}$	$2,02 \times 10^{-6}$
7	3433,5	$1,37 \times 10^{-1}$	692	$7,77 \times 10^{-5}$	$2,57 \times 10^{-6}$
8	3924	$1,51 \times 10^{-1}$	766	$8,58 \times 10^{-5}$	$3,33 \times 10^{-6}$
9	4414,5	$1,61 \times 10^{-1}$	813	$9,12 \times 10^{-5}$	$3,55 \times 10^{-6}$

Os dados apresentados na tabela acima compreendem ao experimento 2 realizado com o leito de altura $L = 26$ cm. Para este experimento foram tomados todos os dados para os mesmos 9 pontos de medidas.

Analisando os valores de N_{Rd} apresentados na tabela acima, verificou-se que os dados experimentais obtidos encontram-se no regime de escoamento turbulento e não-darciano.

O desvio padrão calculado para cada ponto de medida do experimento, demonstra que há variabilidade mínima nos dados obtidos.

Tabela 3 - Valores médios para o leito de esferas com $L = 13$ cm

Experimento 3					
N^c	ΔP Pa	m/s v_{med}	N_{Rd}	Q (m^3/s)	σ
1	490,5	$1,38 \times 10^{-1}$	699	$7,83 \times 10^{-5}$	$7,64 \times 10^{-7}$
2	981	$1,68 \times 10^{-1}$	850	$9,53 \times 10^{-5}$	$7,64 \times 10^{-7}$
3	1471,5	$1,99 \times 10^{-1}$	1008	$1,13 \times 10^{-4}$	$1,32 \times 10^{-7}$
4	1962	$2,23 \times 10^{-1}$	1131	$1,27 \times 10^{-4}$	$5,77 \times 10^{-7}$
5	2452,5	$2,45 \times 10^{-1}$	1243	$1,39 \times 10^{-4}$	$5,77 \times 10^{-7}$
6	2943	$2,68 \times 10^{-1}$	1359	$1,52 \times 10^{-4}$	$2,89 \times 10^{-7}$
7	3433,5	$2,87 \times 10^{-1}$	1456	$1,63 \times 10^{-4}$	$2,89 \times 10^{-7}$
8	3924	$3,05 \times 10^{-1}$	1545	$1,73 \times 10^{-4}$	$5,77 \times 10^{-7}$
9	4414,5	$3,25 \times 10^{-1}$	1649	$1,85 \times 10^{-4}$	$2,89 \times 10^{-7}$
10	4905	$3,42 \times 10^{-1}$	1734	$1,94 \times 10^{-4}$	$7,64 \times 10^{-7}$
11	5395,5	$3,63 \times 10^{-1}$	1838	$2,06 \times 10^{-4}$	$1,00 \times 10^{-7}$
12	5886	$3,78 \times 10^{-1}$	1914	$2,15 \times 10^{-4}$	$1,00 \times 10^{-7}$

Na tabela 3 são apresentados os dados do experimento 3 realizado com o leito de altura $L = 13$ cm. Para este experimento foram tomados todos os dados para os mesmos 12 pontos de medidas.

Analisando os valores de R_D pode-se classificar o regime de escoamento apresentado em todas as medidas como turbulento e não-darciano.

O desvio padrão calculado para cada ponto de medida do experimento, demonstra que há variabilidade mínima nos dados obtidos.

Conforme citado anteriormente, desenvolveu-se um programa computacional baseado nos modelos e métodos para o estudo do escoamento darciano e não darciano de água através de meios porosos não-consolidados.

Para a execução do algoritmo a quantidade de dados experimentais variou de acordo com a quantidade de pontos (Q, P) fornecidos por cada experimento. Nestes foram tomados de 6 a 14 pontos de medida.

As constantes empregadas no algoritmo foram a viscosidade (μ), área do tubo de acrílico (A) e altura do leito (L). Para a obtenção do valor da viscosidade, mediu-se a temperatura da água, sendo $T = 21^\circ C$ para todos experimentos. A partir desta obteve-se $\mu = 9,55 \times 10^{-4}$. Para a obtenção do valor de A , mediu-se com um paquímetro o diâmetro interno da tubulação de acrílico (permeâmetro) e calculou-se a área de seção transversal desta, sendo $A = 1,49 \times 10^{-3}$. O valor de L , como foi variado de acordo com o experimento, será informado em cada um destes.

As equações obtidas pela modelagem computacional do experimento e os dados experimentais foram inseridos na planilha MS Excel para a apresentação dos resultados de forma gráfica. Nas figuras dos gráficos de dispersão de cada experimento são apresentados os dados experimentais, as retas de ajuste dos dados com suas respectivas equações e o coeficiente de determinação para cada reta de ajuste empregado. Posteriormente são apresentados os demais resultados obtidos.

O diagrama de dispersão médio de Q do leito composto por esferas de vidro com $L = 40$ cm apresentado na figura 4, sendo os valores representados pelo símbolo descrito na legenda, foi gerado a partir dos valores de Q e P apresentados na tabela 1.

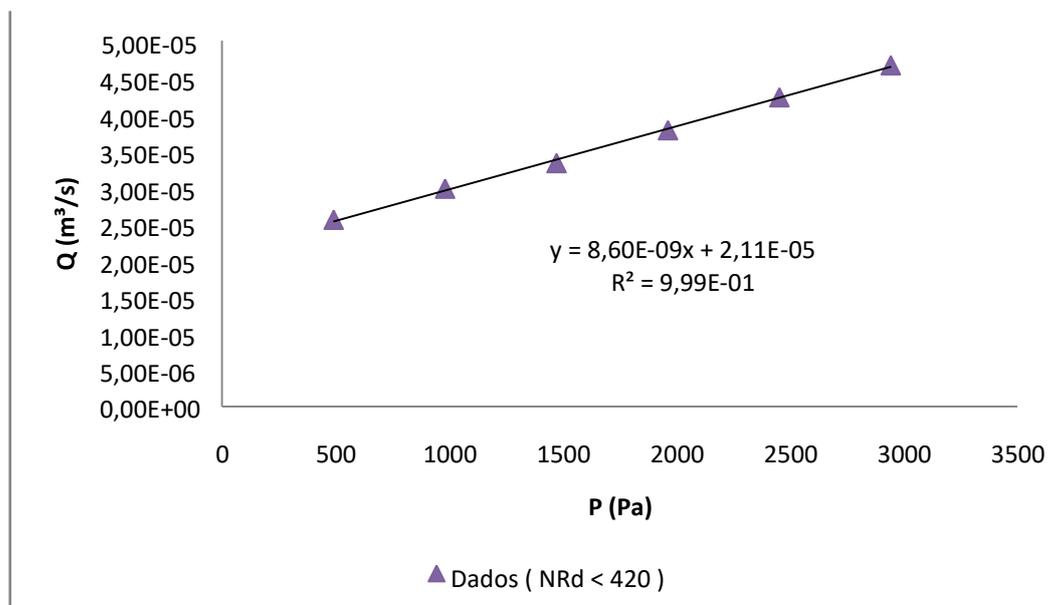


Figura 4 - Diagrama de dispersão médio do leito composto por esferas de vidro com $L = 40$ cm.

Como relatado anteriormente, os dados medidos para este experimento estão em dois regimes de escoamento distintos e, conforme a maioria dos pesquisadores, classificada como escoamento não-darciano. No entanto, o escoamento comporta-se linearmente do primeiro ao último ponto de medida, o que implica na constância da permeabilidade. Com isso, supõe-se que este experimento esteja englobado em uma região ainda sujeita ao comportamento darciano ou em uma região sujeita ao escoamento não-darciano caracterizado pela nova formulação da equação de Forchheimer, sendo constantes a permeabilidade equivalente global e fator de condutividade molecular.

Segundo Darcy, para o escoamento de um fluido ser classificado como darciano, este deve ser caracterizado por uma equação linear, como a equação 1. Na equação característica da reta o coeficiente linear não é nulo, divergindo-se da equação de Darcy, no entanto, isto pode ser explicada fisicamente. No permeâmetro, o sentido do fluxo da

água através do meio poroso por ser vertical gera o ΔP residual no interior do leito devido a atuação da gravidade, com isso, há fluxo de água mesmo quando $H = 0$. Porém, se o sentido fosse horizontal o coeficiente linear seria nulo. Esta observação é válida para todos os experimentos apresentados nesta dissertação.

O diagrama de dispersão médio de Q do leito com $L = 26$ cm apresentado na figura 5 foi gerado a partir dos valores de Q e P apresentados na tabela 2.

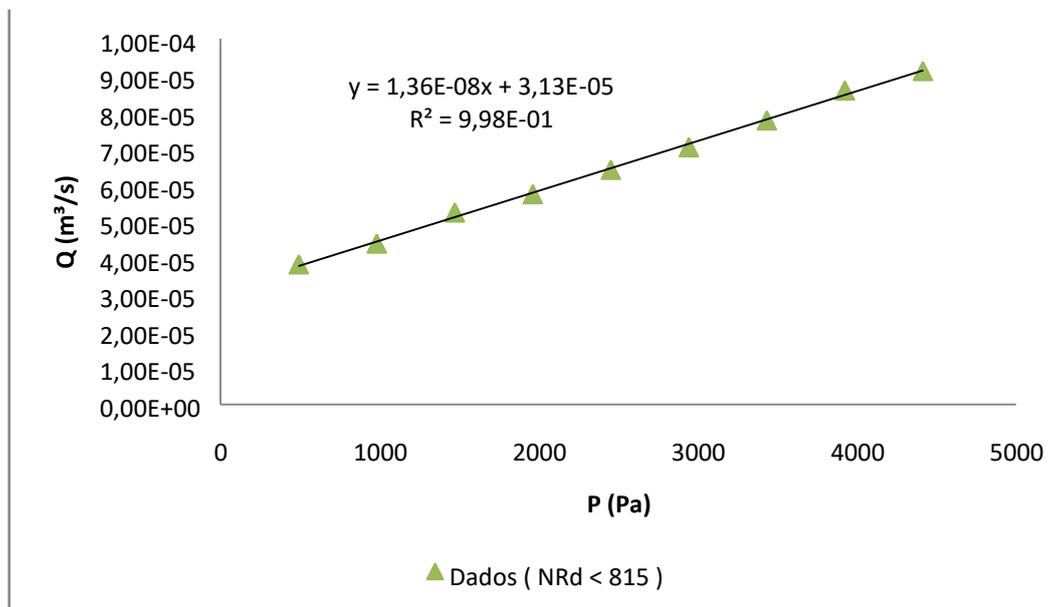


Figura 5 - Diagrama de dispersão médio do leito de esferas de vidro com $L = 26$ cm.

Os dados deste experimento, como descrito no tópico anterior, estão contidos no regime turbulento e não-darciano, no entanto, a linearidade descrita por Darcy persiste.

O diagrama de dispersão médio de Q do leito com $L = 13$ cm apresentado na figura 6 foi gerado a partir dos valores de Q e P apresentados na tabela 3.

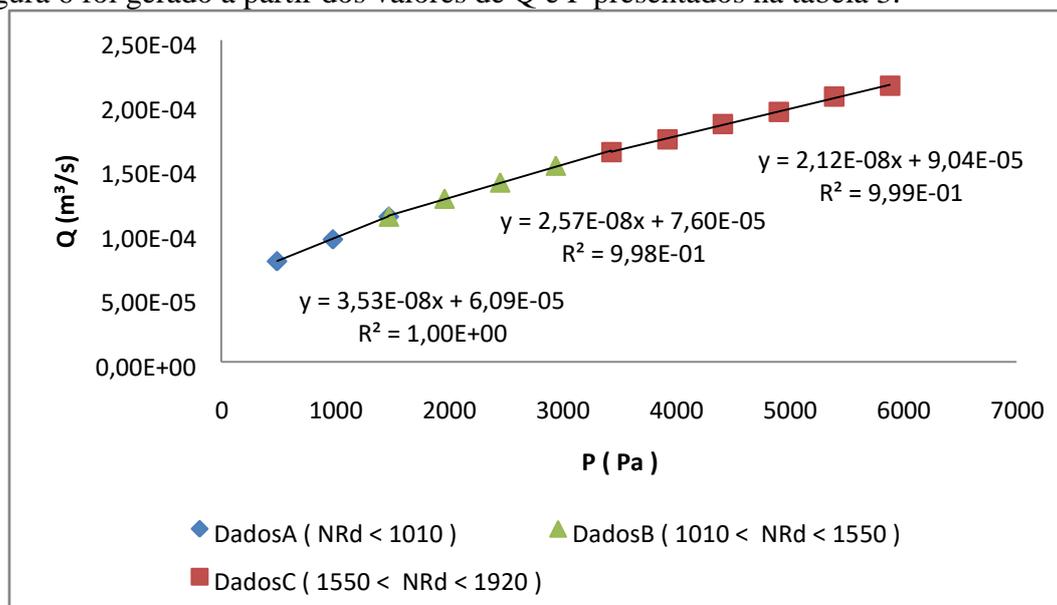


Figura 6 - Diagrama de dispersão médio do leito de esferas de vidro com $L = 13$ cm.

Este experimento enquadra-se em faixa de Reynolds classificada como regime de escoamento turbulento e não-darciano. Analisando a figura 6 e a tabela 3, identificou-se a existência de três regiões, sendo cada uma destas caracterizada por uma equação linear. Além disso, comparando as três equações verificou-se a diminuição coeficiente angular na medida do aumento do número de Reynolds. Esta diminuição demonstra que a resistência do meio poroso ao escoamento de água aumentou apesar da permeabilidade ser uma propriedade constante, o que pode ser explicado pela diminuição considerável da condutividade molecular e, conseqüentemente, da permeabilidade equivalente global a fim de caracterizar o experimento acima foram elaboradas duas hipóteses.

A permeabilidade global equivalente apresentada na equação 4 é o resultado da relação de paralelismo entre a permeabilidade e a condutividade molecular. Comparando a equação 4 (não-darciana) à equação 1 (darciana) observou-se que na equação 1 $K=K_{eq}$, ou seja, os efeitos e fenômenos presentes no escoamento não-darciano são desprezíveis para o escoamento darciano porque na zona darciana a equação é praticamente linear. Portanto, a propriedade de condutividade molecular é desconsiderada, sendo $\delta \sim 1$.

$$Q = \frac{k_{eq} A \Delta P}{\mu L} \quad (4)$$

Na primeira hipótese, de acordo com a nova formulação da equação de Forchheimer, supõe-se que a região que engloba a equação 1 da figura 6 esteja sujeita ao comportamento darciano, onde $\delta \ll 1$, e demais regiões estejam sujeitas ao escoamento não-darciano, cujo $\delta \ll 1$. Na segunda hipótese supõe-se que todas as regiões estejam sujeitas ao escoamento não-darciano, ou seja, o fator de condutividade molecular e a permeabilidade equivalente global tendem a diminuir com o aumento do número de Reynolds.

A partir das duas hipóteses foram calculadas as variáveis das equações 1 e 4 para as suas respectivas regiões. Para o cálculo da condutividade molecular da região 1 era necessário conhecer a permeabilidade real do leito, ou seja, conhecer a equação característica no regime darciano, no entanto, como não tem-se certeza dos tipos de escoamento caracterizados no experimento, considerou-se darciana a primeira região deste, o que possibilitou a realização dos cálculos. Estas são apresentadas na tabela abaixo (Tab. 4).

Tabela 4 - Diferentes regimes de escoamento.

Região	k	δ'	k_{eq}'	R_D
1	$2,49 \times 10^{-9}$	~ 1	$2,49 \times 10^{-9}$	$R_D < 1010$
2	$2,49 \times 10^{-9}$	$1,49 \times 10^{-8}$	$2,13 \times 10^{-9}$	$1010 < R_D < 1550$
3	$2,49 \times 10^{-9}$	$6,00 \times 10^{-9}$	$1,76 \times 10^{-9}$	$1550 < R_D < 1920$

Analisando a tabela acima nota-se que com o aumento de R_D ocorre diminuição de δ' , conseqüentemente, diminuição de k_{eq}' , demonstrando a relação de paralelismo entre k e δ' .

Comparando os experimentos 1, 2 e 3 observou-se que a permeabilidade dos leitos, apesar da variação de L, era praticamente constante. A pequena diferença entre os valores encontrados pode ser atribuída à propriedade de tortuosidade dos leitos, uma vez que o empacotamento destes é feita de forma randômica, o que os caracteriza como nãoconsolidados. Então, de acordo com os dados experimentais e com a modelagem

computacional para $215 < R_D < 1010$ a caracterização do escoamento através deste tipo de meio poroso é definida por uma equação linear. Como os experimentos não atingiram uma faixa de Reynolds inferior a 215, as duas hipóteses descritas acima são novamente consideradas, apesar de a literatura informar que o ponto crítico do escoamento darciano é $N_{Re} = 10$.

Com o aumento de N_{Re} , ou seja, com o aumento da velocidade de escoamento do fluido, ao fator de condutividade molecular e , conseqüentemente, a permeabilidade equivalente global diminuiram. Contudo, de acordo com os resultados experimentais acima, supõe-se a existência de faixas de Reynolds caracterizadas por uma equação linear onde estas variáveis mantem-se constantes mesmo com o aumento do número de Reynolds, ocorrendo a diminuição destas na transição entre as faixas distintas. Esse comportamento sugere uma relação de paralelismo entre K e δ' .

3.2 LEITO DE AREIA

Conforme descrito no capítulo anterior, foram realizados três experimentos com as esferas de vidro com alturas da coluna d'água variadas (23cm e 10cm).

O primeiro passo foi calcular a porosidade da areia, o valor obtido foi de 0,43 ou 43%.

Nesse experimento foram obtidos, através de medições e cálculos, os dados básicos para a compreensão e modelagem do mesmo. Para cada tipo de meio poroso foram empacotados três leitos com comprimentos (L) distintos. O número de Reynolds (N_{Rd}) foi calculado para meios porosos. Nas tabelas abaixo são apresentadas as médias dos dados obtidos para os respectivos leitos e o desvio padrão de vazão (Q).

Tabela 5 - Valores médios para o leito de esferas com $L = 23 \text{ cm}$

Experimento 4					
N'	$\Delta P \text{ Pa}$	m/s v_{med}	N_{Rd}	$Q (m^3/s)$	σ
1	1766	$2,71 \times 10^{-2}$	75	$1,74 \times 10^{-5}$	$7,40 \times 10^{-7}$
2	2158	$3,31 \times 10^{-2}$	91	$2,13 \times 10^{-5}$	$2,24 \times 10^{-7}$
3	2649	$3,65 \times 10^{-2}$	100	$2,34 \times 10^{-5}$	$3,26 \times 10^{-7}$
4	3139	$4,31 \times 10^{-2}$	119	$2,77 \times 10^{-5}$	$1,62 \times 10^{-7}$
5	3630	$4,97 \times 10^{-2}$	137	$3,19 \times 10^{-5}$	$1,44 \times 10^{-7}$
6	4120	$5,55 \times 10^{-2}$	153	$3,57 \times 10^{-5}$	$5,92 \times 10^{-7}$
7	4611	$6,07 \times 10^{-2}$	167	$3,90 \times 10^{-5}$	$2,57 \times 10^{-7}$

Os dados apresentados na tabela 5 são referentes ao experimento 4 realizado com o leito composto por areia de granulometria 1-2 mm, sendo $L = 23 \text{ cm}$. O experimento, como descrito anteriormente, foi realizado três vezes e tomaram-se todos os dados para os mesmos 7 pontos de medidas. A quantidade de pontos de medidas deste foi menor do que o experimento apresentado na tabela 2, no qual $L = 26 \text{ cm}$, devido a maior resistência deste para o fluxo de água, ocasionando rápida formação de coluna d'água mesmo empregando vazões relativamente baixas, dificultando o controle do experimento. Com isso, as medições foram realizada sem $H \geq 18 \text{ cm}$; faixa em que se conseguiu estabilizar e controlar a altura da coluna d'água.

Analisando os valores de R_D apresentados na tabela acima verificou-se que os dados experimentais obtidos encontram-se segregados em 2 regimes distintos de escoamento. O regime de escoamento dos pontos 1 à 5 é denominada inercial laminar. Os pontos 6 e 7 são classificados como regime laminar não-estável. Além disso, como $R_D > 10$ o escoamento é denominado não-darciano.

O desvio padrão calculado para cada ponto de medida do experimento, demonstra que há variabilidade mínima nos dados obtidos.

Tabela 6 - Valores médios para o leito de esferas com $L = 10 \text{ cm}$

Experimento 5					
N°	$\Delta P \text{ Pa}$	m/s v_{med}	R_D	$Q (m^3/s)$	σ
1	490,5	$3,38 \times 10^{-2}$	93	$2,17 \times 10^{-5}$	$1,92 \times 10^{-7}$
2	981	$4,76 \times 10^{-2}$	131	$3,06 \times 10^{-5}$	$7,53 \times 10^{-8}$
3	1471,5	$6,37 \times 10^{-2}$	175	$4,09 \times 10^{-5}$	$8,37 \times 10^{-7}$
4	1962	$7,33 \times 10^{-2}$	202	$4,71 \times 10^{-5}$	$1,57 \times 10^{-7}$
5	2452,5	$8,31 \times 10^{-2}$	229	$5,34 \times 10^{-5}$	$3,61 \times 10^{-7}$
6	2943	$8,96 \times 10^{-2}$	247	$5,76 \times 10^{-5}$	$9,86 \times 10^{-7}$
7	3433,5	$1,01 \times 10^{-1}$	280	$6,52 \times 10^{-5}$	$4,93 \times 10^{-7}$
8	3924	$1,08 \times 10^{-1}$	299	$6,96 \times 10^{-5}$	$7,06 \times 10^{-7}$
9	4414,5	$1,16 \times 10^{-1}$	321	$7,47 \times 10^{-5}$	$5,79 \times 10^{-7}$
10	4905	$1,23 \times 10^{-1}$	339	$7,89 \times 10^{-5}$	$9,96 \times 10^{-7}$
11	5395,5	$1,32 \times 10^{-1}$	363	$8,46 \times 10^{-5}$	$6,95 \times 10^{-7}$
12	5886	$1,38 \times 10^{-1}$	379	$8,85 \times 10^{-5}$	$7,24 \times 10^{-7}$

Os dados apresentados na tabela 6 referem-se ao experimento 5 realizado com o leito composto por areia de granulometria 1-2 mm, sendo $L = 10 \text{ cm}$. O experimento foi realizado três vezes e tomaram-se todos os dados para os mesmos 12 pontos de medidas.

Analisando os valores de R_D apresentados na tabela acima verificou-se que os dados experimentais obtidos encontram-se segregados em 3 regimes distintos de escoamento. O regime de escoamento dos pontos 1 e 2 é denominada inercial laminar. Os pontos 3 à 8 são classificados como regime laminar não-estável. Os pontos 9 à 12 são classificados como regime turbulento. Além disso, todos os pontos experimentais são classificados como escoamento não-darciano.

O desvio padrão calculado para cada ponto de medida do experimento, demonstra que há variabilidade mínima nos dados obtidos.

As equações obtidas pela modelagem computacional do experimento e os dados experimentais foram inseridos na planilha MS Excel para a apresentação dos resultados de forma gráfica. Nas figuras dos gráficos de dispersão de cada experimento são apresentados os dados experimentais, as retas de ajuste dos dados com suas respectivas equações e o coeficiente de determinação para cada reta de ajuste empregado.

Posteriormente são apresentados os demais resultados obtidos.

O diagrama de dispersão médio de Q do leito composto por areia com $L = 23$ cm

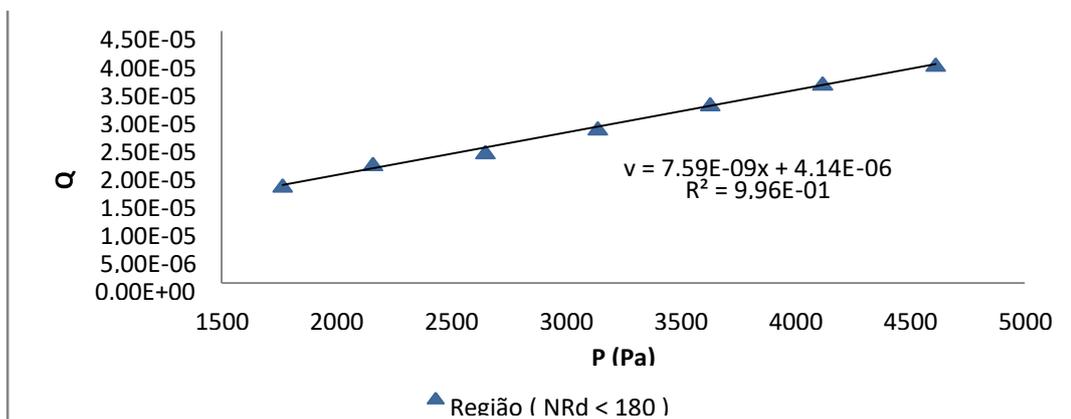


Figura 7 - Diagrama de dispersão médio do leito de areia com $L = 23$

apresentado na figura 7, sendo os valores representados pelo símbolo descrito na legenda, foi gerado a partir dos valores de Q e P apresentados na tabela 5.

Os dados medidos para este experimento estão contidos em dois regimes distintos de escoamento laminar não-darciano. No entanto, o escoamento comporta-se linearmente do primeiro ao último ponto de medida, o que implica na constância da permeabilidade. Com isso, supõe-se que este experimento esteja englobado em uma região ainda sujeita ao comportamento darciano ou em uma região sujeita ao escoamento não-darciano, o que torna constante a permeabilidade equivalente global e o fator de condutividade molecular.

O diagrama de dispersão médio de Q do leito composto por areia com $L = 10$ cm apresentado na figura 8, sendo os valores representados pelo símbolo descrito na legenda, foi gerado a partir dos valores de Q e P apresentados na tabela 6.

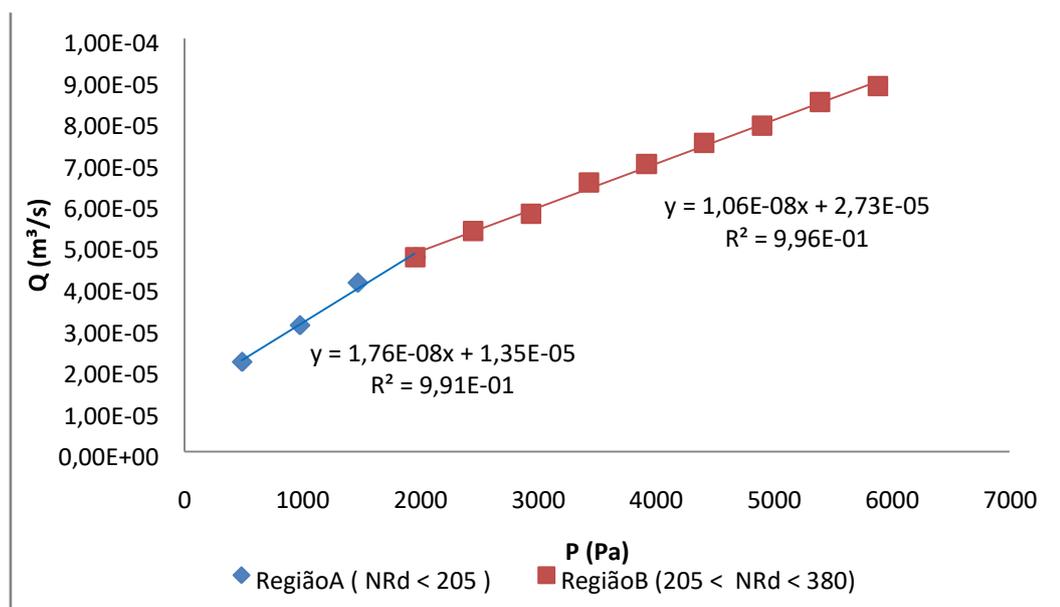


Figura 8 - Diagrama de dispersão médio do leito de areia com $L = 10\text{ cm}$

Neste experimento, como descrito no tópico anterior, estão presentes os dois regimes de escoamento laminar como o regime turbulento, sendo todos classificados como não-darciano. A primeira região está contida praticamente no regime inercial laminar e a segunda região apresenta dados no regime lamina não-estável ou no regime turbulento. Além disso, comparando as duas equações verificou-se a diminuição coeficiente angular na medida do aumento do número de Reynolds. Esta diminuição demonstra que a resistência do meio poroso ao escoamento de água aumentou apesar da permeabilidade ser uma propriedade constante, o que pode ser explicado pela diminuição considerável da condutividade molecular e, conseqüentemente, da permeabilidade equivalente global. A fim de caracterizar o experimento acima foram elaboradas duas hipóteses.

Na primeira hipótese, de acordo com a nova formulação da equação de Forchheimer, supõe-se que a região 1 esteja sujeita ao comportamento darciano, onde $\delta \sim 1$, e a região 2 esteja sujeita ao escoamento não-darciano, cujo $\delta \ll 1$. Na segunda hipótese supõe-se que ambas as regiões estejam sujeitas ao escoamento não-darciano, ou seja, a condutividade molecular e a permeabilidade equivalente global tendem a diminuir com o aumento do número de Reynolds.

A partir das duas hipóteses foram calculadas as variáveis das equações 1 e 4 para as suas respectivas regiões. A mesma consideração aplicada nos cálculos da tabela 4 foi utilizada para os cálculos deste experimento. Estas são apresentadas na tabela abaixo (Tab. 7).

Tabela 7 – Diferentes regimes de escoamento não darciano.

Região	k	δ	k_{eq}	R_D
1	$1,12 \times 10^{-9}$	~ 1	$1,12 \times 10^{-9}$	$R_D \leq 205$
2	$1,12 \times 10^{-9}$	$1,7 \times 10^{-9}$	$6,77 \times 10^{-10}$	$205 < R_D < 380$

Analisando a tabela acima nota-se que com o aumento de R_D ocorre diminuição de δ e, conseqüentemente, diminuição de k_{eq} , demonstrando a relação de paralelismo entre K e δ .

Comparando os experimentos 1 e 2 observou-se que a permeabilidade dos leitos, apesar da variação de L , era a mesma. A pequena diferença entre os valores encontrados pode ser atribuída à propriedade de tortuosidade dos leitos, uma vez que o empacotamento destes é feita de forma randômica, o que os caracteriza como nãoconsolidados. Então, de acordo com os dados experimentais e com a modelagem computacional para $75 < R_D < 175$ a caracterização do escoamento através deste tipo de meio poroso é definida por uma equação linear. Como os experimentos não atingiram uma faixa de Reynolds inferior a 90, as duas hipóteses descritas acima são novamente consideradas, apesar de a literatura informar que o ponto crítico do escoamento darciano é $N_{Re} = 10$.

Com o aumento de N_{Re} , ou seja, com o aumento da velocidade de escoamento do fluido, a condutividade molecular e , conseqüentemente, a permeabilidade equivalente global diminuíram. Contudo, de acordo com os resultados experimentais acima, supõe-se a existência de faixas de Reynolds caracterizadas por uma equação linear onde estas variáveis mantem-se constantes mesmo com o aumento do número de Reynolds, ocorrendo a diminuição destas na transição entre faixas distintas. Esse comportamento sugere uma relação de paralelismo entre k e δ .

4. CONCLUSÕES

No presente trabalho, foi verificada uma nova concepção e formulação da equação de Forchheimer que pode ser empregada tanto para escoamento darciano quanto não-darciano. Os resultados experimentais obtidos, com o uso do aparato experimental, foram modelados em um código computacional para caracterizar o escoamento de água em meios porosos, obtendo-se resultados computacionais muito próximos dos dados experimentais. Os resultados de ambos os tipos de leitos demonstraram que a relação de proporcionalidade de k , que é condição básica para os escoamento de um fluido ser caracterizado como darciano, persiste em uma faixa de número de Reynolds maior do que a apresentada na literatura.

A partir das equações características de cada experimento, obtidas por meio do método de regressão linear, foi aplicada a nova formulação da equação de Forchheimer. A nova concepção da existência de uma propriedade denominada condutividade molecular, que atua em paralelo com a permeabilidade e que tal relação é englobada em outra propriedade denominada permeabilidade global equivalente, foi estudada e testada. Além disso, os resultados demonstram que a relação de proporcionalidade de k presente no regime darciano, onde o fator de condutividade molecular tende ao infinito, ou seja, máxima, é mantida no regime não-darciano, ainda que a condutividade molecular diminua com o aumento da velocidade superficial, ou seja, ocorra o aumento das forças inerciais e surgimento de outros fenômenos de escoamento, agregado ao tipo e complexidade estrutural do meio poroso, resultando na diminuição sucessiva do coeficiente angular da reta característica do gráfico de k do experimento, gerando regiões caracterizadas por equações lineares com distintos coeficientes angulares. Devido à coerência dos resultados e análises apresentadas, a nova técnica para caracterização do escoamento de fluidos darciano e não-darciano em meios porosos não consolidados foi validada.

Na ultima etapa deste trabalho, foi aplicado o modelo de Kozeny-Carman, visando iniciar os estudos de modelos para meios porosos com múltiplas distribuições e tamanhos de partículas.

Tal modelo foi validado comparando o ajuste dos resultados numéricos com os resultados experimentais obtidos por Dias et al, apesar de demonstrar-se pouco eficaz quanto ao percentual de obtenção dos ótimos para os parâmetros.

Portanto, em vista dos resultados obtidos neste trabalho, ambos os modelos de permeabilidade foram validados na caracterização do escoamento de meios porosos não consolidados, sendo o primeiro deste uma técnica pioneira. código computacional não era primordial para o trabalho, supõe-se que este pode ser eficaz uma vez que configurado apropriadamente.

Portanto, em vista dos resultados obtidos neste trabalho, ambos os modelos de permeabilidade foram validados na caracterização do escoamento de meios porosos não consolidados, sendo o primeiro deste uma técnica pioneira.

REFERÊNCIAS

BEAR, J. *Dynamics of fluids in porous media*. New York: Editora American Elsevier, 1972.

BIRD, R. B.; STEWAR, W. E.; LIGHTFOOT, E. N. *Fenômenos de transporte*. 2.ed. Rio de Janeiro: LTC, 2004. 840 p.

CARMAN, P. C. Fluid flow through granular beds. Trans. Inst. Chem. Eng., v. 15, p. 150-167, 1937.

CHILTON, T. H.; COLBURN, A. P. *Pressure drop in packed tubes*, Ind Engng. Chem. p. 913-919, 1931.

DARCY, H. *Les fontaines publiques de la ville de dijon*. Paris: Dalmont, 1856.

DIAS, R.P.; FERNANDES, C.S.; TEIXEIRA, J.A.; MOTA, M.; YELSHIN, A. *Permeability and effective thermal conductivity of bisized porous media*, Journal of Hydrology, v. 349, p. 470-474, 2008.

DULLIEN, F. A. L. *Porous Media: Fluid Transport and Pore Structure*. New York: Academic, 197.

FIROOZABADI, A.; KATZ, D. *An analysis of high-velocity gas flow through porous media*. In: SPE-AIME, 52., 1979, Denver. Annual Fall Technical Conference. Denver, 1979. p 9-12.

FORCHHEIMER, P. *Wasserbewegung durch boden*, Zeit. Ver. Deutsch. v. 45, p. 1781-1788, 1901.

FOX, R. W; MCDONALD, A. T.; PRITCHARD, P. J. *Introdução à mecânica dos fluidos*. Rio de Janeiro: LTC, 2006. 688 p.

GEERTSMA, J. *Estimating the coefficient of inertial resistance in fluid flow through porous media*, Soc. Petrol. Eng. J. p. 445-450, outubro. 1974.

KOZENY, J. *Ueber kapillare leitung des wassers in bonden*. Stizungsber Akad Wiss Wien, v. 136, p. 271-306, 1927.

SCHEIDEGGER, A. E. *The Physics Of Flow Through Porous Media. 3.ed. Toronto: University of Toronto Pres, 1974. 255p.*

TEK, M. R. *Development of a generalized Darcy equation, Trans. AIME. v. 210, p. 376-377, 1957.*

YU, A.B.; STANDISH, N. *An analytical-parametric theory of the random packing of particles. Powder Technol. v. 55, p. 171–186, 1988.*