

ESTRATIFICAÇÃO DE SOLO MULTICAMADA ATRAVÉS DA FUNÇÃO KERNEL E DO ALGORITMO GENÉTICO

Arthur Melo Pereira. E-mail: arthurmelo35@yahoo.com.br
Antônio Cesar Baleeiro Alves. E-mail: abaleeiro@gmail.com
Romário Pereira Marinho. E-mail: eng.romario.ufg@gmail.com

Resumo: Obter a resistividade das camadas do solo e as suas espessuras a partir de medições constitui uma etapa essencial do projeto de sistemas de aterramento, uma vez que estes dados fornecem uma orientação valiosa para o engenheiro. A literatura apresenta métodos que resultam em estratificações imprecisas. Com o intuito de implementar um algoritmo robusto para calcular os parâmetros de solos horizontais multicamadas utilizando os dados de medição coletados através do arranjo de Wenner, este artigo utiliza o Algoritmo Genético e duas aproximações: a função kernel com o método de Prony e a outra para a resistividade aparente. O método não utiliza séries infinitas e nem resolve integrais impróprias, mostrando-se preciso e robusto. Estratificação do solo com duas, três, quatro e cinco camadas são obtidas a partir dos dados publicados, a fim de validar o método proposto.

Palavras-chave: Resistividade, Parâmetros de Solo Multicamada, Regressão através do Método de Prony, Otimização, Algoritmo Genético.

STRATIFICATION OF MULTILAYER SOIL THROUGH THE KERNEL FUNCTION AND GENETIC ALGORITHM

Abstract: Obtaining the resistivity of the soil layers and their thicknesses from measurements constitutes an essential stage of grounding systems projects, since these data provide valuable guidance to the engineer. The literature presents methods that may result in inaccurate stratification. In order to implement a robust algorithm to calculate the parameters of horizontal multilayer soils using measurement data collected with the Wenner array, this article uses Genetic Algorithm and two approaches: a kernel function with the Prony's method and the other for the apparent resistivity. The method does not use infinite series and neither solves improper integrals, it shows accurate and robust. Soil stratification with two, three, four and five layers are obtained from published data in order to validate the proposed method.

Keywords: Resistivity, Multilayer Soil Parameter, Regression through Prony's Method, Optimization, Genetic Algorithm.

1. INTRODUÇÃO

Aterramentos em instalações elétricas têm, a princípio, as funções de referência da tensão e redução de riscos do choque elétrico (MAMEDE FILHO, 2010) e (KINDERMANN; CAMPAGNOLO, 2011). Além disso, os aterramentos são também importantes para reduzir tensões de modo comum (MAMEDE FILHO, 2000), assegurar a operação correta da proteção contra sobrecargas, curtos-circuitos e falhas de isolamento, assim como também a proteção contra surtos (MAMEDE FILHO, 2010). É inquestionável a influência do aterramento do neutro e do condutor de retorno nos fenômenos de qualidade da energia elétrica, conforme (MAMEDE FILHO, 2010). Em instalações elétricas, as formas recomendadas para uma ou outra instalação são referidas como esquemas de aterramento, sendo que em baixa tensão os esquemas são designados por combinações de letras: TN e suas variantes TN-S, TN-C, TN-C-S, TT e IT (KINDERMANN; CAMPAGNOLO, 2011). Ainda assim, esquemas de aterramentos adequados para proteção das pessoas e operação de disjuntores nem sempre são os mais indicados do ponto de vista da qualidade da energia elétrica. Cabe ao projetista encontrar a solução de compromisso.

No entanto, para executar um bom projeto de aterramento é necessário conhecer o solo, em especial, sua resistividade elétrica, designada pelo símbolo ρ . Para tal, é necessário efetuar

medições no local do projeto a fim de conhecer o comportamento da resistividade do solo desde as camadas superficiais até as mais profundas. A partir de medições, por meio de métodos numéricos computacionais robustos obtém-se o modelo estruturado em camadas horizontais do solo medido. Esse processo é denominado estratificação (VISACRO FILHO, 2002).

A estratificação é uma etapa essencial em projetos de malhas de aterramento de subestações de energia elétrica, porque permite ao projetista conhecer a resistividade por camada e a respectiva espessura. Conhecer a estrutura do solo estratificado em camadas propicia informações valiosas ao projetista para, por exemplo, podendo indicar a adoção de hastes verticais longas na malha pelo simples fato da estratificação apresentar resistividades reduzidas nas camadas profundas. Além disso, no dimensionamento de malhas, as resistividades das camadas são dados essenciais, seja para calcular os critérios de segurança seja para calcular as máximas tensões de toque e de passo quando o aterramento estiver sob injeção de corrente de curta duração (curto-circuito) ou de longa duração (correntes de desequilíbrio ou correntes harmônicas triplas) (MAMEDE FILHO, 2010), (KINDERMANN; CAMPAGNOLO, 2011), (VISACRO FILHO, 2002) e (DIAS, 2007).

Contudo, a estratificação nem sempre é uma tarefa fácil para o projetista, especialmente nos casos em que as resistividades aparentes (*i.e.*, os valores medidos no campo) exibem grande variação em função dos espaçamentos ou apresentam valores muito elevados, ou quando o solo possui muitas camadas. Métodos tradicionalmente utilizados por projetistas, como os métodos gráficos, quais sejam o simplificado para solos de duas camadas (MAMEDE FILHO, 2010), o de Pirson (KINDERMANN; CAMPAGNOLO, 2011) e o método das curvas padrão e auxiliar (ABNT, 2012), são imprecisos por iniciarem os cálculos estimando a resistividade da primeira camada a partir dos dados coletados em campo. Este passo inicial confere natureza subjetiva aos métodos, além do que, ao se basearem em famílias de curvas, podem apresentar resultados com erros grosseiros. Em alguns casos, os métodos gráficos e até mesmo métodos programados em aplicativos comerciais são imprecisos ou não convergem para a solução. Essas dificuldades às vezes levam à estratificação imprecisa.

Este artigo, ao abordar o tema estratificação e propor um método numérico robusto de solução para a estratificação do solo em multicamadas horizontais, tem por objetivo trazer uma contribuição à solução desse complexo problema da engenharia e tornar acessível a programadores um algoritmo passo a passo. A metodologia se baseia na solução do problema inverso que advém da formulação do potencial escalar elétrico em um ponto no solo através da função *kernel* recursiva e de sua correlação com os parâmetros da estratificação de um solo de N camadas, que são as $2N - 1$ incógnitas: $(\rho_1, h_1), (\rho_2, h_2), \dots, (\rho_{N-1}, h_{N-1})$ e (ρ_N, ∞) . Em cada par ordenado anterior, o primeiro elemento é a resistividade da camada em $\Omega.m$ e, o segundo, a espessura em m.

Na modelagem convencional dos efeitos de uma fonte pontual de corrente em solos multicamadas, as funções de Green que decorrem da equação de Laplace têm a forma de integrais impróprias e a expressão do potencial em um ponto específico contém séries infinitas resultantes da aplicação do clássico método das imagens (HE; ZENG; ZHANG, 2013). O cálculo das integrais e das séries são gargalos que limitam a precisão e a eficiência (HE; ZENG; ZHANG, 2013). Desde os anos 1980, o método das imagens complexas (CHOW; YANG; HOWARD, 1989) vem se tornando a principal técnica para calcular as funções de Green da fonte pontual de corrente (HE; ZENG; ZHANG, 2013).

Este trabalho baseia-se no método das imagens complexas e na proposição de uma série finita de exponenciais complexas para representar a função *kernel*, como estabelecido em (HE;

ZENG; ZHANG, 2013) e (ZHANG *et al.*, 2005). A cada iteração do Algoritmo Genético (que corresponde a gerações), (BAZARAA; SHERALI; SHETTY, 1993) e (FLETCHER, 2000) para os valores correntes das incógnitas ρ_i e h_i são estimados os coeficientes complexos da função *kernel* através do método de Prony (HAMMING, 1973) e (ZHANG *et al.*, 2005). A função assim estimada é utilizada para calcular as resistividades aparentes com o uso de uma expressão aproximada, as quais são utilizadas na definição e cálculo da função objetivo (somatória dos desvios quadráticos relativos entre as resistividades medidas e calculadas). O método tem a eficácia e a eficiência comprovadas pela execução de dados publicados na literatura para duas, três, quatro e cinco camadas. A restrição do número de camadas da estratificação depende da quantidade de dados de resistividades medidas, ou seja, o número de espaçamentos.

2. REVISÃO

São encontradas na literatura várias técnicas de estratificação do solo, sendo que as mais eficazes são aquelas que utilizam métodos numéricos computacionais. Nesta categoria estão técnicas mais simples cuja aplicação se restringe a solos com duas camadas, como (IEEE, 1983), (DAWALIBI; BLATTNER, 1984) e (ALAMO, 1993), e outras mais sofisticadas sem restrições quanto ao número de camadas, como em (ZHANG *et al.*, 2005), (KANG *et al.*, 2010, 2012 e 2014) e (CALIXTO *et al.*, 2009). As últimas citadas são referências que trabalham com um método quasi-Newton e o algoritmo de Sunde para estimar a função característica ou *kernel*. Os autores mostram também resultados oriundos do método das imagens complexas, mas não apresentam o algoritmo. Outra categoria de métodos empregados para solucionar o problema da estratificação corresponde aos que utilizam inteligência computacional, como algoritmos genéticos e *particle swarm* (HE *et al.*, 2013).

O método proposto neste artigo é baseado em (ZHANG *et al.*, 2005) e (HE *et al.*, 2013) com alterações em relação algoritmo de otimização, onde utiliza-se o Algoritmo Genético, apresentando resultados de melhor qualidade que os publicados, além de bom desempenho computacional.

3. FUNDAMENTOS DA METODOLOGIA PROPOSTA

A seguir são apresentados e discutidos os principais aspectos que fundamentam a metodologia.

3.1 Medição da resistividade do solo pelo método de Wenner

O método de Wenner é o mais aplicado nas medições em campo para obtenção das resistividades aparentes do solo. Consiste da utilização de um instrumento que contém uma fonte alternada de baixa frequência, um voltímetro e um amperímetro, que são componentes internos e invisíveis ao usuário. O instrumento possui 4 (ou 5) terminais onde as hastes sonda são interligadas. Para cada medição, as hastes são enterradas no solo superficialmente (aprofundadas de 0,2 a 0,3m), (KINDERMANN; CAMPAGNOLO, 2011), alinhadas e espaçadas igualmente, sendo que as duas internas capturam a diferença de potencial produzida pela corrente injetada por uma das hastes externas e também pela corrente de retorno na outra haste externa. A razão entre a diferença de potencial (ΔV) e a corrente injetada (I) tem dimensão de resistência e está relacionada à resistividade do solo na profundidade igual ao espaçamento. Diversos espaçamentos a_j , com $j=1,2,\dots, M$, são empregados durante a medição até o limite que o usuário julgar apropriado. Após as medições, é possível assinalar num sistema cartesiano as M coordenadas da forma $(a_j, \rho^m(a_j))$. Esses pontos mostram como se comporta a resistividade do solo à medida que a profundidade aumenta. A Figura 1 ilustra o arranjo de Wenner para um dado espaçamento em um solo de N camadas.

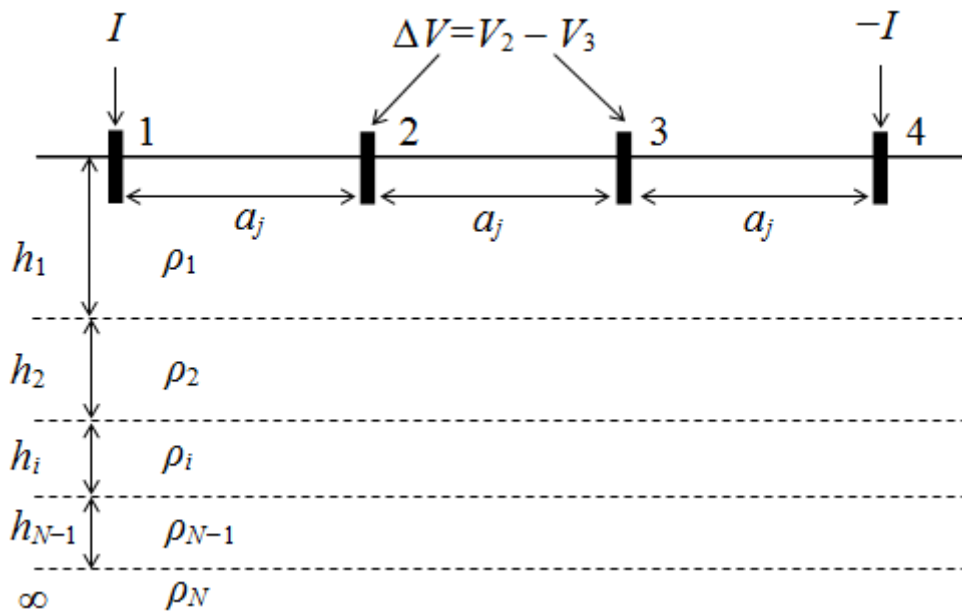


Figura 1 – Disposição das hastes sonda para um espaçamento a_j .

A relação da resistividade aparente no espaçamento a_j com as medidas de tensão e corrente é expressa por (1) (KINDERMANN; CAMPAGNOLO, 2011) e (HE *et al.*, 2013).

$$\rho^m(a_j) = 2\pi \cdot a_j \left(\frac{V_2 - V_3}{I} \right) \tag{1}$$

Os potenciais V_2 e V_3 em (1) variam com o espaçamento e (1) é válida desde que a profundidade de penetração das hastes seja no máximo 10% do espaçamento em questão (ABNT, 2012).

3.2 Potencial elétrico no solo e resistividade aparente

Uma fonte pontual de corrente situada na camada 1 (vide Figura 1) muito próxima da superfície do solo produzirá potenciais em pontos das camadas 1 a N . É o caso da injeção de corrente através da haste sonda 1 da Figura 1, a qual se supõe que esteja localizada na superfície do solo. A equação do potencial V , denominada equação de Laplace, pode ser escrita em coordenadas cilíndricas conforme (2) (KANG *et al.*, 2014).

$$\frac{\partial^2 V}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial V}{\partial r} + \frac{\partial^2 V}{\partial z^2} = 0 \tag{2}$$

A coordenada z é medida no sentido longitudinal da haste e arbitrada positiva à medida que se penetra no solo, tal que $z = 0$ na superfície. Para solo homogêneo com resistividade igual a ρ_1 , em qualquer ponto do solo exceto no ponto de injeção, a solução de (2) tem a forma dada em (3) (TAKAHASHI; KAWASE, 1990).

$$V_0(r, z) = \frac{\rho_1 I}{2\pi} \int_0^\infty e^{-z\lambda} J_0(\lambda r) d\lambda \tag{3}$$

Nessa equação, ρ_1 , I e J_0 são, respectivamente, a resistividade do solo, a corrente injetada e a função de Bessel de primeira espécie de ordem zero. A variável r define a posição

do ponto considerado a partir do local de injeção da corrente, e λ é a variável de integração. Destaca-se em (3) a integral de Lipschitz cujo resultado dado em seguida será útil nesta seção (ZHANG *et al.*, 2005), (KANG *et al.*, 2014) e (HE *et al.*, 2013):

$$\int_0^\infty e^{-z\lambda} J_0(\lambda r) d\lambda = 1/\sqrt{z^2 + r^2}.$$

Em solos multicamadas há que se considerar a influência das camadas 2, 3,..., N sobre o potencial. Sendo assim, considerando o potencial na superfície do solo ($z = 0$), tem-se a seguinte expressão para $V_N(r)$ para solos de N camadas (TAKAHASHI; KAWASE, 1990).

$$V_N(r) = \frac{\rho_1 I}{2\pi r} [1 + F_N(r)] \tag{4}$$

Onde $F_N(r) = r \int_0^\infty f(\lambda) J_0(\lambda r) d\lambda$ e $f(\lambda)$ é a função *kernel*. Dado que $z = 0$, r designa posições apenas na superfície do solo.

Antes de prosseguir com o desenvolvimento, é definida a função *kernel*, conforme mostrada em (5) (ZHANG *et al.*, 2005).

$$f(\lambda) = \alpha_1(\lambda) - 1 \tag{5}$$

$$\alpha_1(\lambda) = 1 + \frac{2K_1(\lambda)e^{-2\lambda h_1}}{1 - K_1(\lambda)e^{-2\lambda h_1}}, \quad K_1(\lambda) = \frac{\rho_2\alpha_2(\lambda) - \rho_1}{\rho_2\alpha_2(\lambda) + \rho_1},$$

$$\alpha_2(\lambda) = 1 + \frac{2K_2(\lambda)e^{-2\lambda h_2}}{1 - K_2(\lambda)e^{-2\lambda h_2}}, \quad K_2(\lambda) = \frac{\rho_3\alpha_3(\lambda) - \rho_2}{\rho_3\alpha_3(\lambda) + \rho_2},$$

...

$$\alpha_{N-1}(\lambda) = 1 + \frac{2K_{N-1}(\lambda)e^{-2\lambda h_{N-1}}}{1 - K_{N-1}(\lambda)e^{-2\lambda h_{N-1}}}, \quad K_{N-1}(\lambda) = \frac{\rho_N - \rho_{N-1}}{\rho_N + \rho_{N-1}}$$

A função *kernel* é recursiva, de modo que, se forem conhecidos os parâmetros característicos das camadas do solo, ela será calculada através de operações *backward*, isto é, iniciando nas expressões da camada N até alcançar a 1.

Reportando-se ao método de Wenner e à Figura 1, com o auxílio de (4) e o uso da função $F_N(r)$, os potenciais nos pontos 2 e 3 referentes às hastes sondas de tensão são obtidos levando-se em conta a influência das correntes I e $-I$. Uma vez escrita a diferença de potencial, com base na relação (1) obtém-se a resistividade aparente para um solo com qualquer número de camadas horizontais, designada por $\rho^c(a_j)$ (TAKAHASHI; KAWASE, 1990).

$$\rho^c(a_j) = \rho_1 [1 + 2F_N(a_j) - F_N(2a_j)] \tag{6}$$

É interessante notar que a expressão (6), a despeito de sua natureza generalizada, não tem solução trivial. A princípio, sua solução requer que sejam resolvidas integrais impróprias em que aparece a função *kernel*, a qual só será precisamente representada se for conhecida a estrutura do solo. Neste ponto vale esclarecer o termo ‘problema inverso’. Estimar parâmetros do solo, que é o objetivo geral da estratificação, consiste em solucionar o problema direto e o problema inverso. O problema direto calcula as resistividades aparentes assumindo conhecidos os parâmetros do solo, $\rho_1, \rho_2, \dots, \rho_N$, e h_1, h_2, \dots, h_{N-1} . No inverso, os parâmetros são calculados

a partir de correntes e tensões medidas em hastes sonda localizadas na superfície do solo (KANG *et al.*, 2012). O primeiro caso significa resolver por substituição a equação (6). Para o problema inverso, a partir de medições são estimados os parâmetros para os quais as resistividades aparentes calculadas mais se aproximam dos valores coletados na medição. Portanto, supondo que os valores obtidos da expressão (1) a partir de trabalho em campo sejam pontos que interligados formariam uma poligonal, designada de curva experimental, o problema inverso consiste em calcular os parâmetros ótimos do solo tais que os valores obtidos da expressão (6) (curva teórica) minimizem o desvio entre $\rho^m(a_j)$ e $\rho^c(a_j)$.

3.3 Aproximações da função kernel e resistividade aparente

Determinar aproximações contínuas para representar a função *kernel* e a resistividade aparente é crucial, assim o objetivo nesta seção é propor aproximações adequadas para representar a função *kernel* e a resistividade aparente, respectivamente, definidas em (5) e (6).

Quanto à função *kernel*, $f(\lambda)$, ela é contínua e suave e tem comportamento assintótico a zero com o aumento de λ similar ao de exponenciais amortecidas. Em (ZHANG *et al.*, 2005) é sugerido representá-la por uma soma finita de exponenciais complexas, sendo que a_t e b_t são números complexos.

$$f(\lambda) \approx \sum_{t=1}^n b_t e^{a_t \lambda} \quad (7)$$

n é o dobro do número de camadas, isto é, $n = 2N$ (ZHANG *et al.*, 2005).

Durante o processo de otimização, na iteração k , de posse dos valores ρ_i^k e h_i^k , parâmetros da *iésima* camada, calcula-se a função *kernel* com a aplicação de (5) e, através de regressão não linear resolvida com o método de Prony (HAMMING, 1973), os coeficientes a_t e b_t de (7) são determinados.

Quanto à resistividade aparente, $\rho^c(a_j)$, a aproximação é obtida usando a definição de $F_N(r)$ dada em (4), as expressões (6) e (7) e a integral de Lipschitz citada na seção 3.2. A aproximação para a resistividade aparente tem a forma dada por (8).

$$\rho^c(a_j) \approx \rho_1 \left\{ 1 + 2a_j \sum_{t=1}^n b_t \left[\frac{1}{\sqrt{a_t^2 + a_j^2}} - \frac{1}{\sqrt{a_t^2 + 4a_j^2}} \right] \right\} \quad (8)$$

4. DETERMINAÇÃO DOS PARÂMETROS DO SOLO COM O ALGORITMO GENÉTICO

A função objetivo é a soma dos desvios quadráticos relativos entre as M resistividades aparentes medidas e as resistividades aparentes calculadas com (8). Simbolizada pela letra ψ (*psi*), a função a ser minimizada é mostrada em (9).

$$\min \psi(\rho_1, \rho_2, \dots, \rho_N, h_1, h_2, \dots, h_{N-1}) = \min \sum_{j=1}^M \left(\frac{\rho^m(a_j) - \rho^c(a_j)}{\rho^m(a_j)} \right)^2 \quad (9)$$

As variáveis de decisão do problema (9) são ρ_1, ρ_2, Λ e ρ_N e h_1, h_2, Λ e h_{N-1} , todas positivas. Este problema caracteriza-se como um modelo de Programação Não Linear (PNL) (BAZARRA; SHERALI; SHETTY, 1993) e (FLETCHER, 2000), a qual oferece diversos algoritmos que podem ser utilizados para se obter a solução ótima de (9). O método empregado

para a busca desta solução ótima será o Algoritmo Genético (AG), método este que é comumente utilizado em problemas de otimização, para maximizar ou minimizar uma função. Neste caso o AG irá obter as variáveis de decisão do problema (parâmetros do solo) que minimizem (9).

O Algoritmo Genético consiste em uma técnica heurística de otimização global, ou seja, o algoritmo não possui a garantia de que a melhor resposta possível ao problema será encontrada, ou que caso encontrada, nem sempre conseguirá repetir o feito, entretanto, na maioria das vezes o mesmo atinge soluções satisfatórias (LINDEN, 2012).

Este método é inspirado no processo biológico da evolução natural, descrito por Charles Darwin (DARWIN, 2004), constituindo uma tentativa de simular este processo no computador. A seguir são apresentadas as principais características do Algoritmo Genético, dentre elas algumas que o tornam robusto a solução do problema tratado neste trabalho.

- Populações de indivíduos são criadas e submetidas aos operadores genéticos (seleção, recombinação e mutação), em analogia aos processos naturais;
- A qualidade de um indivíduo para a solução de um problema é medida através da sua avaliação, que é determinada por uma função de avaliação (CARVALHO; BRAGA; LUDERMIR, 2003);
- Ao encontrar um indivíduo que é instantaneamente uma boa resposta para um determinado problema, o Algoritmo Genético não para de procurar indivíduos cada vez melhores para a solução do problema em questão (LINDEN, 2012);
- Constitui-se de técnicas probabilísticas e não determinísticas, portanto, mantendo-se a sua população inicial e seu conjunto de parâmetros inalterados, pode-se encontrar soluções diferentes cada vez que é executado;
- Diferenciam-se de esquemas puramente aleatórios por constituir uma busca que utiliza informações pertinentes ao problema e não trabalham com caminhadas aleatórias pelo espaço de soluções, como é o método *Random Walks* (LINDEN, 2012);
- Não utiliza de derivadas, característica esta que evita que a solução fique facilmente retida em pontos ótimos locais (CARVALHO; BRAGA; LUDERMIR, 2003).

4.1 Estrutura do Algoritmo Genético implementado

Nesta seção serão descritas às características do Algoritmo Genético implementado para a realização do processo de otimização, que visa à determinação dos parâmetros do solo estratificado. As especificações do AG a serem discutidas são:

- O processo de execução;
- Os parâmetros utilizados (os valores adotados, a forma de representação do problema, os operadores característicos do AG);
- Critério de parada.

E por fim será exposto o pseudocódigo do Algoritmo Genético desenvolvido, com todas as características discutidas.

4.1.1 Processo de Execução

De forma genérica o processo de execução de um Algoritmo Genético pode ser descrito nos seguintes passos (LINDEN, 2012) e (CARVALHO; BRAGA; LUDERMIR, 2003):

1º passo: Inicializa-se a população de cromossomos (indivíduos), esta será a população inicial que contém os indivíduos candidatos à solução do problema.

2º passo: Avalia-se cada cromossomo da população, ou seja, verifica-se a aptidão dos indivíduos em serem ou não uma boa solução ao problema.

3º passo: Selecionam-se os pais para gerar novos cromossomos, a grande maioria dos pais selecionados serão aqueles indivíduos que obtiveram boa avaliação.

4º passo: Aplica-se os operadores de recombinação (*crossover*) e mutação a estes pais de forma a gerar os indivíduos da nova geração.

5º passo: Apaga-se os velhos membros da população (pais), entretanto, não se apaga todos, permitindo que o melhor indivíduo da geração anterior permaneça na geração atual, este mecanismo é denominado Elitismo.

6º passo: Avalia-se todos os novos cromossomos gerados (filhos) e insira-os na população.

7º passo: Se o número de gerações determinadas previamente foi alcançado, ou o melhor cromossomo satisfaz os requerimentos do problema, retorne o valor deste cromossomo, pois ele constitui a resposta do problema, caso contrário, volte para o 3º passo.

Agora que foi explicitada à rotina de execução de um AG genérico, descreve-se os parâmetros que foram utilizados para a solução do problema proposto, como por exemplo: a função de avaliação, os operadores genéticos e a forma de representação da população.

4.1.2 Representação Cromossomial

A Representação Cromossomial trata-se de como os indivíduos pertencentes à população serão expressos no AG. Cada pedaço indivisível desta representação é chamado de gene, sendo esta uma analogia com as partes fundamentais que compõem um cromossomo, deste modo o cromossomo é constituído por um conjunto de genes (FERNANDES, 2003).

O Algoritmo Genético desenvolvido realiza a estratificação do solo para quantas camadas forem necessárias, de acordo com as resistividades medidas através do método de Wenner, portanto, o número de variáveis (parâmetros do solo) a serem analisadas depende do número de camadas em que o solo será estratificado. O número de variáveis a serem tratadas pelo algoritmo é dado por $2N-1$, onde N é o número de camadas do solo estratificado, deste modo cada indivíduo contém $2N-1$ características (variáveis), onde cada uma delas representa um gene. A Figura 2 ilustra a representação dos indivíduos para $N = 2, 3$ e 4.

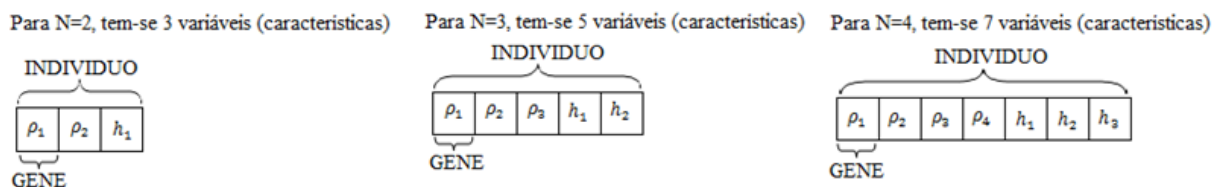


Figura 2 – Representação Cromossomial para $N = 2, 3$ e 4.

4.1.3 Inicialização da população

A inicialização da população foi de caráter aleatório, e mantendo-se o número de indivíduos da população constante a cada geração. O intervalo de criação dos valores de cada variável que determinam a estratificação do solo é obtido da seguinte forma:

- i. Para cada variável é feita uma estimativa inicial, que compreende um único valor, conforme (ZHANG et al., 2005);

- ii. Uma vez feita esta estimativa, o intervalo de criação adotado para cada variável será dado no máximo por mais 50% e menos 50% deste valor inicial, por exemplo, para a resistividade da primeira camada tendo como parâmetro inicial 100 $\Omega.m$, o intervalo máximo de criação será de [50 150] $\Omega.m$.

Dado a sensibilidade do AG com o número de indivíduos contidos na população, a escolha deste número deve ser feita com perícia, pois caso a população seja pequena, não haverá variedade genética suficientemente grande para esta população, e caso a população seja muito grande, o algoritmo terá um tempo de execução demasiadamente longo. Infelizmente não existe uma regra de quantos indivíduos devem ser gerados, este número deve ser adequado ao problema que se está analisando, desta forma a escolha pela criação de 100 indivíduos para o problema tratado se mostrou adequada, fazendo com que a população gerada tivesse uma ampla variedade genética e o tempo de execução do algoritmo fosse satisfatório.

4.1.4 Função de avaliação

A Função de Avaliação é a conexão do algoritmo com o problema real, para o caso em questão a avaliação será baseada na função objetivo (9). Como o intuito é encontrar valores que minimizem (9), a função de avaliação deve ser tomada como sendo o inverso da função do problema real, isto é feito devido ao uso do operador de Seleção de Pais utilizando o método da Roleta Viciada (LINDEN, 2012) e (FERNANDES, 2003), este aspecto poderá ser melhor entendido na próxima seção, quando este operador será explicado, posto isto, a função de avaliação é expressa em (10).

$$f_{avaliação} = \frac{1}{\min \sum_{j=1}^M \left(\frac{\rho^m(a_j) - \rho^c(a_j)}{\rho^m(a_j)} \right)^2} \quad (10)$$

4.1.5 Seleção de Pais

A Seleção de Pais consiste na simulação do processo de seleção natural que atua sobre as espécies biológicas, em que os pais mais capazes geram mais filhos, entretanto também permitindo que os pais menos aptos também possam gerar descendentes. Os pais mais aptos são aqueles que receberam uma boa nota atribuída pela função de avaliação (10), estes indivíduos bem avaliados são naturalmente privilegiados, entretanto não se deve descartar por completo indivíduos com baixa avaliação, ou seja, os mais aptos a solução do problema geram mais filhos, entretanto os menos aptos, também geram filhos, mesmo que em uma proporção menor (CORMEN; LEISERSON, 2002).

Existem diversos métodos presentes na literatura para simular o mecanismo de Seleção de Pais (LINDEN, 2012) e (FERNANDES, 2003), dentre eles destacam-se:

- Método do Torneio;
- Método de Amostragem Estocástica Uniforme;
- Seleção Local;
- Seleção por *Ranking*;
- Seleção Truncada;
- Método da Roleta Viciada.

No Algoritmo Genético desenvolvido, utilizou-se o Método da Roleta Viciada. O método consiste na criação de uma roleta virtual na qual cada cromossomo recebe um pedaço

proporcional a sua avaliação, e a soma de todos os pedaços é 100%, feito isso "roda-se" a roleta e seleciona-se o indivíduo sobre o qual ela parar. Quanto maior for a nota atribuída pela função de avaliação maior será o pedaço da roleta atribuída a este cromossomo, e consequentemente maiores serão as chances de ele ser selecionado.

A título de exemplo monta-se a roleta para o problema sob estudo para apenas quatro indivíduos, utilizando-se das medidas obtidas em (DAWALIBI; BLATTNER, 1984) e dos resultados obtidos pelo AG, tem-se o exposto pela Tabela 1.

Tabela 1 – Funcionamento da Roleta Viciada.

Roleta Viciada Virtual					
Indivíduo	ρ_1 ($\Omega.m$)	ρ_2 ($\Omega.m$)	h_1 (m)	Nota atribuída pela $f_{avaliação}$	Pedaço da Roleta (%)
1	357,13	147,79	2,71	102,04	26,29
2	348,55	143,50	2,90	113,63	29,27
3	352,47	138,04	2,76	57,47	14,80
4	345,96	143,79	2,88	115,00	29,64
TOTAL				388,14	100

Na Figura 3 representa-se graficamente a roleta para o exemplo proposto.

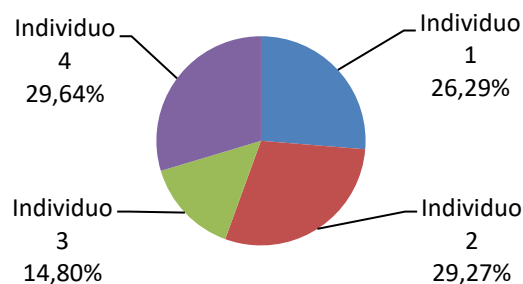


Figura 3 – Esquema representativo da Roleta Viciada.

Através da Tabela 1 e da Figura 3 observe que o indivíduo três é o que possui a menor nota, portanto é o que possui a menor fatia da roleta, e consequentemente terá menores chances de vir a ser selecionado para gerar filhos, ao passo que os outros indivíduos por serem melhores avaliados terão grandes chances de serem pais. Este processo deixa bem claro que os mais aptos a solucionarem o problema geraram mais filhos (e provavelmente produziram melhores respostas a cada geração), e que os menos aptos, terão também chances, entretanto com uma probabilidade reduzida.

Diante deste exemplo percebe-se como é importante a inversão da função objetivo para que a mesma possa ser utilizada como função de avaliação, pois uma vez que se deseja minimizar (9), quanto menor for o resultado da função objetivo melhor é a solução encontrada, entretanto o método da Roleta Viciada trabalha com o princípio de que aqueles indivíduos com as maiores avaliações é que terão a maior chance de produzir filhos e consequentemente gerar melhores soluções, assim ao inverte a função objetivo, os valores reduzidos de (9) que indicam as melhores soluções tornaram-se elevados, de modo que terão maior chance de serem selecionados pelo método da Roleta Viciada.

4.1.6 Operadores de Recombinação (Crossover) e Mutação

A recombinação é o operador responsável por trocar e combinar características dos pais durante o processo de reprodução, permitindo que as próximas gerações herdem essas características. O objetivo do operador é gerar novos indivíduos cada vez mais aptos a solucionar um dado

problema satisfatoriamente. Alguns dos operadores de *crossover* mais estudados são (LINDEN, 2012) e (MITCHELL, 1996):

- *Crossover* de um ponto;
- *Crossover* de dois pontos;
- *Crossover* Uniforme;
- *Crossover* baseado em maioria.

O AG implementado usou o *crossover* de um ponto, e que como regra cada par de pais gera um par de filhos, pois o AG desenvolvido trabalha com uma população de tamanho constante. Salienta-se ainda que o ponto de corte é selecionado aleatoriamente para cada par de indivíduos. Na Figura 4 tem-se a representação de como opera o *crossover* de um ponto para o caso de duas camadas.

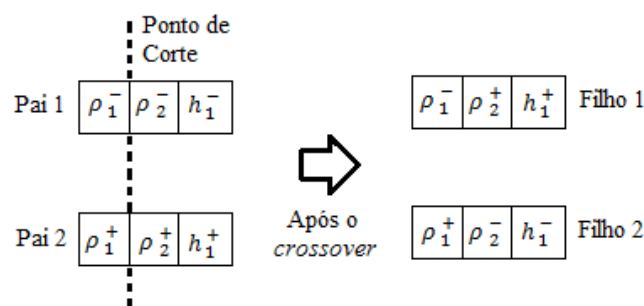


Figura 4 – Esquema do *crossover* de um ponto para $N=2$.

O operador de mutação tem por função realizar modificações nas soluções de forma a evitar a estagnação delas em uma única região do espaço de busca. Com isso é possível explorar o espaço de maneira mais completa e vasta, evitando que o algoritmo fique preso a ótimos locais. Quando um gene sofre uma mutação, a característica representada por ele é alterada aleatoriamente (MITCHELL, 1996).

Aos operadores de *crossover* e mutação são atribuídas probabilidades, que totalizam 100%, tal que estas taxas de probabilidades determinam qual operador será aplicado sobre o indivíduo selecionado. Um Algoritmo Genético robusto trabalha com taxas variáveis para o *crossover* e a mutação, pois no início da execução do AG, é conveniente que ocorra muita reprodução e pouca mutação, uma vez que existe uma grande diversidade genética, entretanto, após um grande número de gerações, perde-se a diversidade genética da população, sendo assim atrativo que o operador de mutação seja escolhido mais vezes que o operador de *crossover*, de tal forma que se possa reinserir a diversidade genética na população.

A técnica utilizada para aplicar as taxas variáveis para os operadores de *crossover* e mutação foi a linear, como pode ser visto na Figura 5. A partir da Figura 5 note que a probabilidade inicial adotada para o *crossover* é de 90% (primeira geração), e que no decorrer das gerações esta taxa vai sendo decrementada linearmente até o valor mínimo de 20% (última geração). Para o operador de mutação a probabilidade inicial é de 10% (primeira geração), e no decorrer das gerações esta taxa vai sendo incrementada linearmente até a taxa máxima de 80% (última geração). Perceba ainda através da Figura 5 que ao longo das gerações a soma destas taxas sempre é 100%.

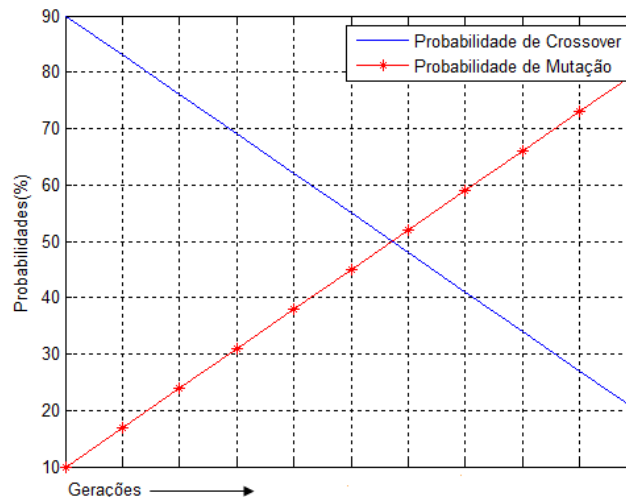


Figura 5 – Taxas dos operadores ao longo das gerações.

4.1.7 Critério de Parada

Como o objetivo do AG em questão é encontrar os parâmetros do solo estratificado que minimizem (9), e não se tem a priori a especificação de um valor ótimo a ser encontrado, afinal não se conhece a melhor estratificação que pode ser obtida, deste modo não se estabelece um critério de parada referente à satisfação de algum requerimento do problema, ou seja, não se estabelece um valor mínimo para a função objetivo a ser obtido. O único critério de parada utilizado foi o do número de gerações, sendo que este número depende do caso que o AG for executar.

4.1.8 Pseudocódigo

Nesta seção explica-se de forma didática os principais passos da implementação proposta, correlacionando as equações e procedimentos do método proposto com as características do Algoritmo Genético desenvolvido, que foram tratadas na seção quatro. Para isto será utilizado um pseudocódigo como mostra a Tabela 2.

Tabela 2 – Pseudocódigo da implementação do AG.

Função ou macro	Comentário
População()	Define a população inicial aleatoriamente
Enquanto o número de gerações pré-determinado não terminar, faça:	
Avaliação()	Atribui notas aos indivíduos da população
Para indivíduo indo de 1 até 100, faça:	Atribuir nota a cada indivíduo, do primeiro até o centésimo
Flambda()	Retorna $f(\lambda)$, K_i e α_i usando (5)
Prony()	Retorna a_i e b_i
Resistividade()	Retorna ρ^c usando (8)
Favalia()	Retorna a nota do indivíduo usando (10)
Fim	
Elite()	Aplica o Elitismo, armazenando o melhor indivíduo da geração, ou seja o de maior avaliação

Seleção()	Define os indivíduos que poderão gerar filhos
RoletaViciada()	Aplica-se a roleta viciada para definir os pais
Para indivíduo indo de 1 até 100, faça:	
Sorteio()	Realiza-se um sorteio para cada indivíduo baseado nas taxas de probabilidade para verificar se o indivíduo será submetido ao operador de <i>crossover</i> ou mutação
Se Sorteio() retornar crossover faça:	
Crossover()	Submete o indivíduo selecionado ao <i>crossover</i>
Senão	
Mutação()	Submete o indivíduo selecionado a mutação
Fim	
Fim	
Sobreposição()	Apaga-se os velhos membros da população, e constitui-se uma nova população com os novos membros gerados, formada pelos filhos e pelo melhor indivíduo da geração anterior
/ Geração = Geração +1	Incrementa o número de gerações
/	
Fim do Enquanto	Quando o número de gerações estabelecido for atingido, termina-se a execução
Resposta()	Expressa na tela os parâmetros do solo estratificado encontrado pelo AG

5. RESULTADOS

Diversos dados da literatura técnica foram simulados, de modo a ratificar a capacidade do Algoritmo Genético em obter os parâmetros do solo estratificado. Para evidenciar que o AG propicia boas estratificações, são feitas comparações dos resultados com o uso de um método do tipo Quasi-Newton, nesse caso o BFGS (ZHANG et al., 2005) e (ALVES, 2016), método este que é amplamente estudado e se qualifica pela sua robustez.

O primeiro estudo de caso refere-se a dados publicados por Dawalibi e Blattner em (DAWALIBI; BLATTNER, 1984) e é bastante discutido na literatura, como em (DIAS, 2007), (ALAMO, 1993) e (HE et al., 2013). O segundo caso trata de uma curva experimental crescente quase linear publicado em (HE et al., 2013). O terceiro caso é o segundo exemplo resolvido por método gráfico que consta do anexo B da NBR7117 (ABNT, 2012), o qual é solucionado para três camadas. A execução desses casos é importante para validar o Algoritmo Genético desenvolvido e o método proposto. Os dados estão mostrados na Tabela 3.

Tabela 3 – Dados de resistividades aparentes medidas.

Caso	Resistividade $\rho^m(a_j)$, (Ωm)	Espaçamento a_j , (m)
I	[320 245 182 162 168 152]	[2,5 5 7,5 10 12,5 15]
II	[102,26 113,07 129,77 147,52 163,95]	[2 4 6 8 10]
III	[680 840 930 690 330]	[2 4 8 16 32]

Na Tabela 4 tem-se o intervalo de criação dos parâmetros do solo para cada caso.

Tabela 4 – Intervalo de criação dos parâmetros.

Caso	Resistividades das camadas(Ωm)	Espessura (m)
I	$\rho_1 = [160\ 480]$; $\rho_2 = [38\ 152]$	$h_1 = [1,25\ 3,75]$
II	$\rho_1 = [70\ 120]$; $\rho_2 = [250\ 350]$	$h_1 = [4,0\ 6,0]$
III	$\rho_1 = [550\ 650]$; $\rho_2 = [1.000,0\ 1.400,0]$; $\rho_3 = [150\ 247,5]$	$h_1 = [1,0\ 3,0]$ $h_2 = [5,0\ 10,0]$

Os parâmetros da estratificação e o valor da função objetivo (ψ) obtido pelo Algoritmo Genético e pelo método Quasi-Newton são expressos nas Tabelas 5, 6 e 7 para os Casos I, II e III, respectivamente.

Tabela 5 – Resultados para o caso I.

Parâmetros	Algoritmo Genético	BFGS
ρ_1 ($\Omega\text{.m}$)	347,12	371,83
ρ_2 ($\Omega\text{.m}$)	143,74	145,04
h_1 (m)	2,88	2,70
ψ (adimensional)	0,0087	0,00753

Tabela 6 – Resultados para o caso II.

Parâmetros	Algoritmo Genético	BFGS
ρ_1 ($\Omega\text{.m}$)	100,00	100,01
ρ_2 ($\Omega\text{.m}$)	298,49	300,01
h_1 (m)	4,98	5,0
ψ (adimensional)	$2,81.10^{-7}$	$5,9.10^{-8}$

Tabela 7 – Resultados para o caso III.

Parâmetros	Algoritmo Genético	BFGS
ρ_1 ($\Omega\text{.m}$)	597,90	592,58
ρ_2 ($\Omega\text{.m}$)	1398,10	1354,60
ρ_3 ($\Omega\text{.m}$)	201,70	199,36
h_1 (m)	2,13	2,04
h_2 (m)	7,20	7,54
ψ (adimensional)	$1,29.10^{-6}$	$2,90.10^{-6}$

No caso I utilizou-se 200 gerações, já para o caso II e III utilizou-se 1000 gerações.

Para visualização do grau de concordância do resultado obtido pelo Algoritmo Genético, os pontos medidos (isto é, $a_j \times \rho^m(a_j)$ medidos com Wenner) e a curva obtida dos cálculos (isto é, $a_j \times \rho^c(a_j)$, onde ρ^c foi calculada com o uso da equação (8)) são confrontados num mesmo sistema de eixos coordenados. A curva foi obtida calculando-se as resistividades aparentes de (6) e tornadas contínuas com o auxílio do computador. Quanto mais próximas dos pontos elas estão mais próximos os parâmetros da estratificação estarão da solução ótima. As Figuras 6, 7 e 8 mostram respectivamente os gráficos para os casos I, II e III.

Analisando os resultados obtidos pelo Algoritmo Genético e pelo BFGS, destaca-se a concordância dos mesmos, sendo que ambos produzem boas estratificações, fato este que pode ser evidenciado pelo caso III, em que mostra como métodos computacionais são muito mais precisos se comparados a métodos gráficos. Em (ABNT, 2012), os resultados são: $\rho_1=340$; $\rho_2=1020$ e $\rho_3=150\ \Omega\text{m}$ e as espessuras $h_1=0,69$ e $h_2=14,31\text{m}$, resultando em $\psi = 0,054$.

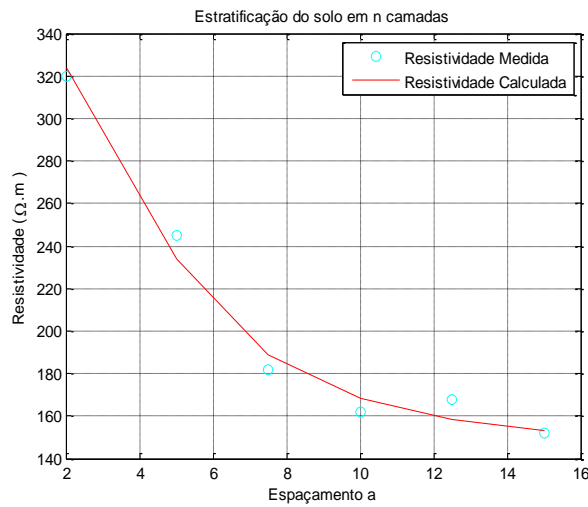


Figura 6 – Pontos medidos e a curva calculada para o caso I.

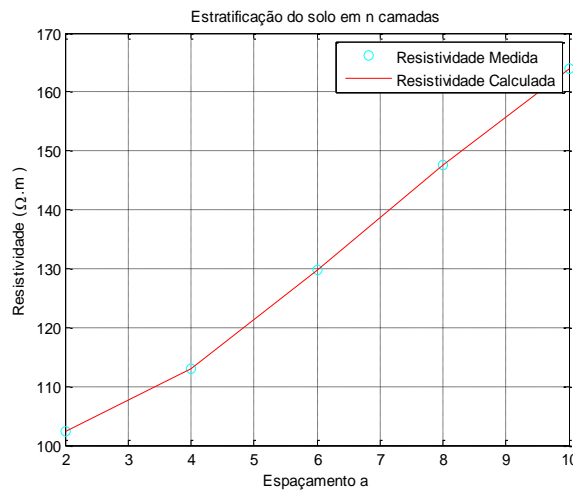


Figura 7 – Pontos medidos e a curva calculada para o caso II.

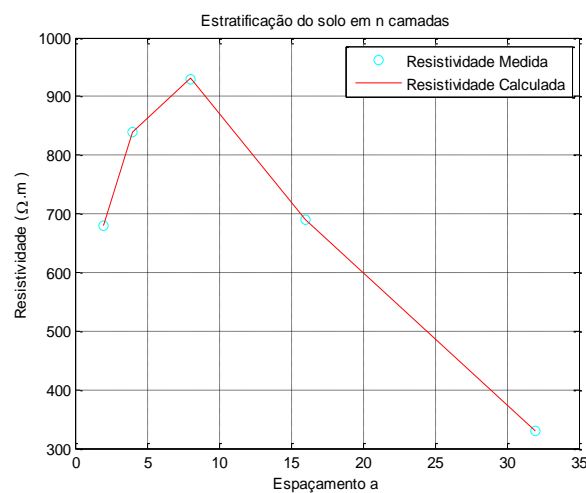


Figura 8 – Pontos medidos e a curva calculada para o caso III.

O caso IV é extraído de (ZHANG *et al.*, 2005) e a estratificação resulta em quatro camadas. Os dados são: $\rho^m(a_j) = [227,30 \ 246,90 \ 286,30 \ 389,70 \ 518,50 \ 649,70 \ 871,90 \ 1045 \ 1224 \ 836,90 \ 585,50 \ 646,50 \ 932]$ e $a_j = [0,31 \ 0,46 \ 0,76 \ 1,53 \ 2,29 \ 3,05 \ 4,58 \ 6,10 \ 15,25 \ 22,88 \ 45,75 \ 76,25 \ 152,20]$. O intervalo de criação das variáveis para este caso encontra-se na Tabela 8, e os resultados da estratificação estão na Tabela 9 e no gráfico da Figura 9. Para este caso utilizou-se 1000 gerações.

Tabela 8 – Intervalo de criação dos parâmetros para o caso IV.

Caso	Resistividades das camadas(Ωm)	Espessura (m)
IV	$\rho_1 = [113,65 \ 340,95]$ $\rho_2 = [1836,0 \ 5508,0]$ $\rho_3 = [97,58 \ 292,74]$ $\rho_4 = [932,23 \ 2796,69]$	$h_1 = [0,16 \ 2,0]$ $h_2 = [2,29 \ 6,87]$ $h_3 = [5,72 \ 17,15]$

Tabela 9 – Resultados para o caso IV.

Parâmetros	Algoritmo Genético	BFGS
ρ_1 ($\Omega.m$)	236,50	234,40
ρ_2 ($\Omega.m$)	3797,20	3028,05
ρ_3 ($\Omega.m$)	178,00	277,59
ρ_4 ($\Omega.m$)	1402,80	1562,13
h_1 (m)	1,22	1,17
h_2 (m)	4,95	5,86
h_3 (m)	16,72	29,31
ψ (adimensional)	0,0190	0,0203

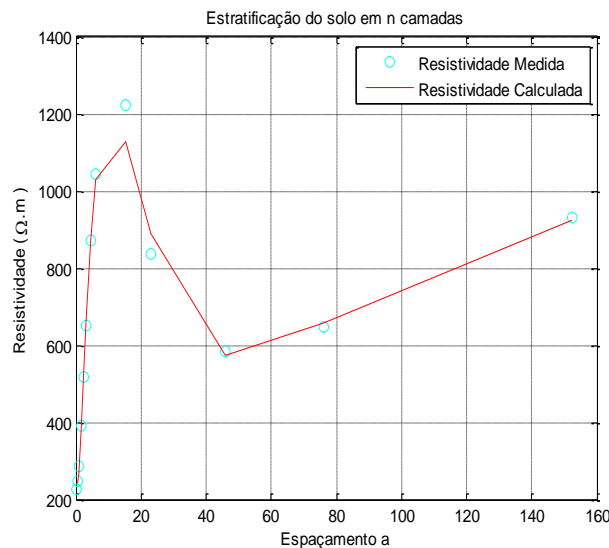


Figura 9 – Pontos medidos e a curva calculada para o caso IV.

O caso V tem seus dados extraídos de (KINDERMANN; CAMPAGNOLO, 2011) e (ABNT, 2012) e é mais complexo que os anteriores, uma vez que a estratificação será realizada em cinco camadas. Os dados são: $\rho^m(a_j) = [11.938 \ 15.770 \ 17.341 \ 11.058 \ 5.026 \ 3.820]$ e $a_j = [1 \ 2 \ 4 \ 8 \ 16 \ 32]$. O intervalo de criação das variáveis para o caso V encontra-se na Tabela 10. Para este caso utilizou-se 1000 gerações.

Tabela 10 – Intervalo de criação dos parâmetros para o caso V.

Caso	Resistividades das camadas(Ωm)	Espessura (m)
V	$\rho_1 = [8.000,0 \ 10.000,0]$ $\rho_2 = [29.000,0 \ 35.000,0]$ $\rho_3 = [5.000,0 \ 8.000,0]$ $\rho_4 = [2.500,0 \ 5.000,0]$	$h_1 = [0,5 \ 1,5]$ $h_2 = [1,0 \ 3,0]$ $h_3 = [0,1 \ 3,0]$ $h_4 = [35,0 \ 45,0]$

	$\rho_5 = [3.000,0 \ 6.000,0]$	
--	--------------------------------	--

Os resultados para cinco camadas estão mostrados na Tabela 11.

Tabela 11. Resultados para o caso V.

Parâmetros	Algoritmo Genético	BFGS
ρ_1 ($\Omega.m$)	9.547,0	9.185,40
ρ_2 ($\Omega.m$)	34.983,0	30.726,84
ρ_3 ($\Omega.m$)	6.274,0	7.891,86
ρ_4 ($\Omega.m$)	3.503,0	3.531,91
ρ_5 ($\Omega.m$)	4.982,0	4.630,84
h_1 (m)	0,95	0,84
h_2 (m)	2,20	2,49
h_3 (m)	0,74	0,72
h_4 (m)	38,81	42,38
ψ (adimensional)	$2,08.10^{-4}$	$5,00.10^{-4}$

A Figura 10 mostra graficamente como as resistividades aparentes calculadas (linha) utilizando o AG e as medidas (pontos) estão próximas.

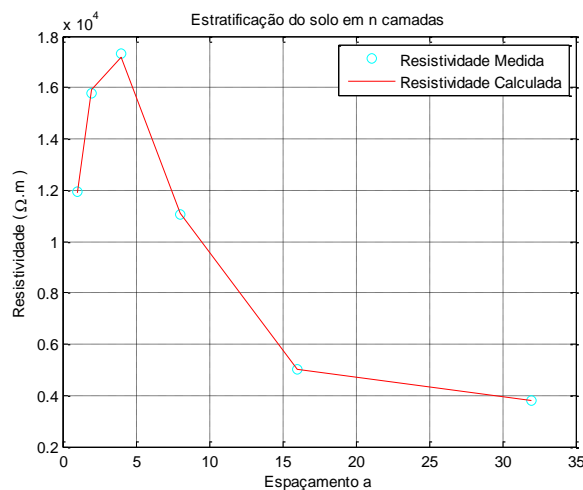


Figura 10 – Pontos medidos e a curva calculada para o caso V.

6. CONCLUSÃO

Este trabalho apresentou nas seções iniciais os fundamentos da medição e da modelagem do solo, além de descrever em detalhes o problema da estratificação, caracterizando-o como um problema de otimização não linear.

A literatura técnica apresenta diversos métodos para a estimação dos parâmetros do solo, sendo que alguns vêm se mostrando eficazes, embora exigentes computacionalmente. Por outro lado, os métodos gráficos, tradicionalmente utilizados por projetistas de sistemas de aterramentos, são exaustivos quando se trata de dados de solos que possuem várias camadas e são muitas vezes imprecisos.

Neste artigo, baseado no método das imagens complexas, apresenta-se uma abordagem eficiente da estimação dos parâmetros de estratificação do solo partindo de dados coletados em medições com o arranjo de Wenner. O núcleo central do método é a proposição de uma função para aproximar a função *kernel* e também uma aproximação para a expressão exata da resistividade aparente.

Resultados de dados de solos extraídos da literatura foram obtidos com o Algoritmo Genético e adicionalmente comparados com o BFGS. Esses resultados mostraram para solos

de duas, três, quatro e cinco camadas que a metodologia proposta pode prover uma estratificação do solo adequada para uso no dimensionamento de aterramentos.

AGRADECIMENTOS

Este trabalho foi parcialmente financiado pela FAPEG, através do Projeto No. 201200555680774, Chamada Pública 005/2012. Os autores agradecem à FAPEG pelo apoio.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ABNT – Associação Brasileira de Normas Técnicas, *NBR 7117, Medição da resistividade e determinação da estratificação do solo*. Rio de Janeiro, 2012.

ALAMO J. L., “A comparison among eight different techniques to achieve an optimum estimation of electrical grounding parameters in two-layered earth”. *IEEE Trans. on Power Delivery*, vol. 8, no. 4, pp. 604- 612, 1993.

ALVES A. C. B., MARINHO R. P., BRIGATO G. A. A., GARCES L. P., “Multilayer Stratification Earth by Kernel Function and Quasi-Newton Method”. *IEEE Latin America Transactions*, vol. 14, no. 1, pp. 225-234, 2016

BAZARAA M. S., SHERALI H. D., SHETTY C. M., *Nonlinear programming: theory and algorithms*. John Wiley & Sons, 2nd ed., New York, 1993.

CALIXTO W. P., MARTINS NETO L., WU M., MACHADO FILHO H. B., “Horizontal stratification of the soil in multi-layer using non-linear optimization”. *Revista Ciências Exatas e Naturais*, vol. 11, no. 1, pp. 67-89, 2009.

CARVALHO A. C. P. L. F., BRAGA A. P., LUDERMIR T.B., *Sistemas Inteligentes - Fundamentos e Aplicações*. Editora Manole, 1ª ed., capítulo 9, São Paulo, 2003.

CHOW Y.L., YANG J.J, HOWARD G.E., “Complex images for electrostatic field computation in multilayer media”. *IEEE Trans on Microwave Theory and Techniques*, vol. 39, no. 7, pp. 1120–1125. 1989.

CORMEN T. H., LEISERSON C. E., *Algoritmos - Teoria e Prática*. Editora Campus, 2ª ed., Rio de Janeiro, 2002.

DARWIN C., *A Origem das Espécies*. Editora Martin Claret, São Paulo, 2004.

DAWALIBI F., BLATTNER C. J., “Earth resistivity measurement interpretation techniques”. *IEEE Trans. on Power Apparatus and Systems*, vol. 103, no.2 pp. 374-382, 1984.

DIAS G. A. D., MARCOS T., ALMAGUIER H. D., COELHA V. L., *Aterramento elétrico impulsivo*, em baixa e altas frequências. Ed. PUC-RS, Porto Alegre, 2007.

FERNANDES A. M. R., *Inteligência Artificial - Noções Gerais*. Editora Visual Books, Florianópolis, 2003.

FLETCHER R., *Practical methods of optimization*. John Wiley & Sons, 2nd ed., New York, 2000.

HAMMING R. W, *Numerical methods for scientists and engineers*. McGraw-Hill, 2nd ed., New York, 1973.

HE J., ZENG R., ZHANG B., *Methodology and technology and for power system grounding*. John Wiley & Sons, New York, 2013.

HE W., ZHANG R., ZHU L., CHEN T., YANG F. SHI Q., “Parameter estimation of horizontal

multilayer earth based on complex image method and improved particle swarm optimization”. *IEEJ Trans. on Electrical and Electronic Engineering*, 8, pp. 456-462, 2013.

IEEE – Institute of Electrical and Electronic Engineers, *ANSI/IEEE Std 81-1983, Guide for measuring earth resistivity, ground impedance, and earth surface potentials of a ground system*. New York, 1983.

KANG M. J., BOO C. J., KIM H. C., ZURADA J., “Nonlinear regression based approach for multilayer soil parameter estimation”. *International Journal of Control and Automation*, vol. 7, no. 2, pp. 65-74, 2014.

KANG M. J., BOO C. J., KIM H. C., ZURADA J., “A kernel function based estimation algorithm for multi-layer soil structure”. *Springer-Verlag Berlin Heidelberg*, D.-S. Huang et al. (Eds.): ICIC 2011, LNBI 6840, pp. 276- 281, 2012.

KANG M. J., BOO C. J., KIM H. C., ZURADA J., “Estimation soil parameters using the kernel function”. Part II. ICCSA 2010, LNBI 6017, pp. 110-118, 2010

KINDERMANN G., CAMPAGNOLO J. M., *Aterramento elétrico*. Labplan/ UFSC, 6^a ed., Florianópolis, 2011.

LINDEN R., *Algoritmos Genéticos*. Editora Ciência Moderna, 3^a ed., Rio de Janeiro, 2012.

MAMEDE FILHO J., *Instalações elétricas industriais*. Editora LTC, 8^a ed., São Paulo, 2010.

MAMEDE FILHO J., *Proteção de equipamentos eletrônicos sensíveis: aterramento*. Ed. Erica, 8^a ed., São Paulo, 2000.

MITCHELL M., *An Introduction to Genetic Algorithms*. Editora MIT Press, 1^a ed., Cambridge, EUA, 1996.

TAKAHASHI T., KAWASE T., “Analysis of apparent resistivity in multi-layer structure”. *IEEE Trans. on Power Delivery*, vol. 5, no. 2, pp. 604- 612, 1990.

VISACRO FILHO S., *Aterramentos elétricos*. Editora Artliber, São Paulo, 2002.

ZHANG B., CUI X., LI L., HE J., “Parameter estimation of horizontal multilayer earth by complex image method”. *IEEE Trans. on Power Delivery*, vol. 20, no. 42, pp. 1394-1401, 2005.