

OTIMIZAÇÃO DIMENSIONAL, GEOMÉTRICA E TOPOLÓGICA DE TRELIÇAS: VALIDAÇÃO EXPERIMENTAL POR MEIO DE ESTRUTURAS DE PALITOS DE PICOLÉ

Joel Marcos Ozimboski (Universidade de Passo Fundo) E-mail: 144171@upf.br
Gabriela Belé Guarnieri (Universidade de Passo Fundo) Email: 153021@upf.br
Guilherme Fleith de Medeiros (Universidade de Passo Fundo) Email: guifleith@upf.br
Moacir Kripka (Universidade de Passo Fundo) Email: mkripka@upf.br

Resumo: Estruturas treliçadas têm um vasto campo de aplicações na engenharia. Sua flexibilidade de forma e dimensões, resistência elevada, peso próprio relativamente reduzido se comparado com outros modelos estruturais, são alguns dos fatores que possibilitam sua utilização em grande escala (STOLPE, 2015). Por serem estruturas bastante suscetíveis a diferentes configurações, técnicas de otimização surgem como uma ferramenta auxiliar ao projetista, trazendo parâmetros para o pré-dimensionamento dessas estruturas e proporcionando um projeto mais econômico e eficiente. O presente trabalho traz um estudo referente à otimização de treliças, voltado para a redução do peso dessas estruturas, utilizando diferentes estratégias de otimização. Com o objetivo de validar os estudos numéricos, modelos reduzidos constituídos por palitos picolé e cola para madeira foram construídos e submetidos às cargas de projeto. Os ensaios realizados evidenciam a efetividade do dimensionamento otimizado.

Palavras-chave: Estruturas, otimização, palitos de picolé, topológica, geométrica, dimensional.

OPTIMIZATION OF DIMENSIONS, GEOMETRY AND TOPOLOGY OF TRUSSES: EXPERIMENTAL EVALUATION THROUGH POPSICLE STICKS STRUCTURES

Abstract: Truss structures have a wide field of applications in engineering. Its flexibility of shape and dimensions, high resistance and relatively low self weight compared to other structural models are the factors that allow its use on a large scale. Given the possibility of several possible configurations, optimization techniques can be successfully applied as an auxiliary tool to the designer, bringing parameters to the pre-dimensioning of these structures and providing a more economical and efficient design. The present work presents a study on the optimization of trusses, aimed at reducing the weight of these structures, using different optimization strategies. In order to validate the numerical studies, reduced models consisting of popsicle sticks and wood glue were constructed and submitted to design loads. The tests performed show the effectiveness of the optimized design.

Keywords: Structures, optimization, popsicle sticks, topology, geometry, dimensions.

1. INTRODUÇÃO

Treliças possuem uma aplicabilidade muito ampla em problemas de engenharia. São formadas, basicamente, por barras interligadas entre si por meio de nós articulados. Quando o carregamento é aplicado apenas nesses nós, os elementos da treliça são submetidos a esforços normais de tração ou compressão. Com sua grande liberdade de diferentes formas e configurações estaticamente possíveis para vencer um vão ou suportar um determinado carregamento, surge um grande desafio ao projetista no que diz respeito à solução ótima de projeto. Nesse contexto, é viável a utilização de ferramentas de otimização baseadas em processos iterativos, visto que a grande gama de soluções factíveis inviabiliza o método da tentativa e erro, uma metodologia pouco eficiente na busca de soluções mais racionalizadas.

1.1. Otimização de estruturas

Conforme definição de Oliveira e Falcón (2013), existem três tipos de otimização que mais se destacam em treliças: dimensional, geométrica e topológica. Na otimização dimensional são tomadas as dimensões de um elemento como variáveis, como por exemplo, as

áreas das seções transversais dos elementos, as quais podem ser variáveis contínuas ou discretas (por exemplo, selecionadas de uma lista pré-definida de perfis). A otimização topológica busca a melhor distribuição de material dentro do domínio de projeto. Por último e não menos importante, a otimização geométrica, que é aquela em que a forma da estrutura é tomada como variável. É comum e mais eficiente empregar mais de um tipo de otimização de forma simultânea.

De um modo geral, um problema de otimização pode ser descrito por:

$$\text{minimizar ou maximizar} \quad f(x_i) \quad i = 1, n, \quad (2.1)$$

$$\text{sujeito a} \quad g_j(x_i) \leq 0 \quad j = 1, m, \quad (2.2)$$

$$h_k(x_i) = 0 \quad k = 1, l \quad (2.3)$$

$$x_i^l \leq x_i \leq x_i^u \quad (2.4)$$

onde f designa a função objetivo e $X = (x_1, x_2, \dots, x_n)^T$ consiste no vetor das variáveis de projeto. As demais funções são restrições do problema (respectivamente, restrições de desigualdade g , de igualdade h e restrições laterais ou canalizadas, com limite inferior l e limite superior u). Dentre todos os projetos, procura-se aquele de menor custo, porém todo sistema deve ser projetado e fabricado para uma quantidade de recursos limitada ou para certas condições que garantam sua utilidade (MASSERA, 2006).

2. FERRAMENTAS COMPUTACIONAIS

Neste trabalho são apresentados alguns casos de otimização, onde o objetivo é a redução do peso próprio da estrutura tomando-se como referência uma configuração idealizada sem emprego de técnicas de otimização. Para a realização do estudo foram utilizadas duas ferramentas computacionais, sendo que uma permite tanto a otimização dimensional como geométrica, e outra a otimização topológica.

2.1 Software de Otimização Cometa

É um *software* de otimização de treliças planas. Tal ferramenta é baseada na técnica de otimização heurística *Simulated Annealing*. Inicialmente proposto por KIRPATRICK et al. (1983), o *Simulated Annealing* é um método de otimização que funciona de forma análoga ao processo termodinâmico de recozimento dos metais. Se mostra bastante eficiente pela capacidade de escape de mínimos locais. Um maior detalhamento do software, bem como sua aplicabilidade específica em treliças, pode ser encontrado em (KRIPKA, 2004) e (KRIPKA e DREHMER, 2005).

Na implementação do sistema, o problema de otimização foi formulado da seguinte forma:

$$\text{Minimizar} \quad f(A, y) = W = \sum_{i=1}^n \rho A_i L_i \quad (2.1.1)$$

$$\text{sujeito a} \quad \sigma_i \leq \sigma_a \quad (2.1.2)$$

$$u_i \leq u_a \quad (2.1.3)$$

$$A \in S = \{a_1, a_2, \dots, a_m\} \quad (2.1.4)$$

$$y' \leq y_i \leq y^u \quad (2.1.5)$$

A função objetivo W , representa o peso total da treliça, onde a mesma é função da área da seção transversal (A) dos elementos e das coordenadas dos nós (y). Na mesma equação, ρ é o peso específico do material e L o respectivo comprimento dos n elementos que formam a treliça. A inequação (2.1.2) implica a restrição de tensão, onde a tensão atuante no i -ésimo elemento (σ_i) deve ser menor ou igual a tensão admissível (σ_a). Para a escolha das seções transversais têm-se que, a seção A escolhida para o elemento deve pertencer ao conjunto pré-determinado de perfis (equação (2.1.4)). Por último, a inequação (2.1.5) impõe limites para as coordenadas dos nós.

2.2. Software BESO 2D

Criado por pesquisadores da RMIT University, da Austrália, o BESO 2D (Bi-direcional Evolutionary Structural Optimisation) é uma ferramenta de otimização evolucionária, voltada para a otimização topológica de elementos contínuos (chapas). Inicialmente, define-se uma malha de elementos finitos que circunscreva todo domínio de projeto e suas condições de contorno. O método em detalhes, juntamente com o *software* utilizado, pode ser encontrado em (HUANG e XIE, 2010) e (ZUO, 2010). Em um processo iterativo, a redução da massa da estrutura se dá a partir da análise de tensões atuantes na estrutura, controlada pela inequação (2.2.1), onde σ_e^{vm} são as tensões principais de Von Mises do elemento “e”, e $\sigma_{m\acute{a}x}^{vm}$ são as tensões máximas da estrutura em determinada iteração. RR é um fator denominado como razão de rejeição, aplicado para controlar o processo de remoção ($0,0 \leq RR \leq 1,0$). Em cada iteração, os elementos que satisfazem a equação (2.2.1) são retirados da estrutura.

$$\sigma_e^{vm} < RR\sigma_{m\acute{a}x}^{vm} \quad (2.2.1)$$

$$RR_{i+1} = RR_i + ER \quad i = 1,2,3... \quad (2.2.2)$$

Quando não há mais elementos que atendam a inequação (2.2.1), o processo de otimização segue mediante a adição de uma razão de evolução (RE) à razão de rejeição (RR). Assim, um novo ciclo de análise se inicia até que não haja mais elementos que atendam o critério de remoção com a nova RR. A RR será atualizada pela equação (2.2.2) até a obtenção de uma configuração otimizada. De uma forma geral e mais simplificada, pode-se dizer que, durante o processo de otimização, os elementos que pouco contribuem para a estabilidade do conjunto estrutural são removidos de forma gradual e sistemática.

3. OTIMIZAÇÃO APLICADA AO DIMENSIONAMENTO DE GUINDASTES DE PALITOS DE PICOLÉ

Com o objetivo de testar e comprovar experimentalmente a economia e eficiência proporcionadas pelo emprego de técnicas de otimização, optou-se pela construção de um modelo treliçado composto unicamente por palitos de picolé e cola para madeira. A opção por esse tipo de modelo se deu tomando-se como referência competições voltadas ao ensino de engenharia ocorridas na própria Universidade de Passo Fundo. Desde o ano de 2016, o curso de Engenharia Civil promove a Competição de Guindastes de Palitos de Picolé, tendo como referência uma atividade semelhante ocorrida na Universidade Federal do ABC. No Brasil, até onde se sabe, pouco se desenvolveram atividades semelhantes envolvendo o mesmo tipo de material, o que é bom sob o ponto de vista de escassez de referências disponíveis. Dessa maneira, os alunos participantes tendem a idealizar e construir o próprio modelo, e não reproduzir projetos prontos encontrados na internet, por exemplo. Nesse contexto, a aplicação

das técnicas de otimização a esse problema se torna interessante, pois não há uma geometria consagrada como a de melhor desempenho. O objetivo geral da competição da UPF é construir um guindaste que resista a um determinado carregamento, obedecendo certos limites dimensionais e que tenha o menor peso próprio (BERNARDI, et al, 2016). As dimensões limites adotadas na edição de 2017 da competição estão esquematizadas na Figura 1.

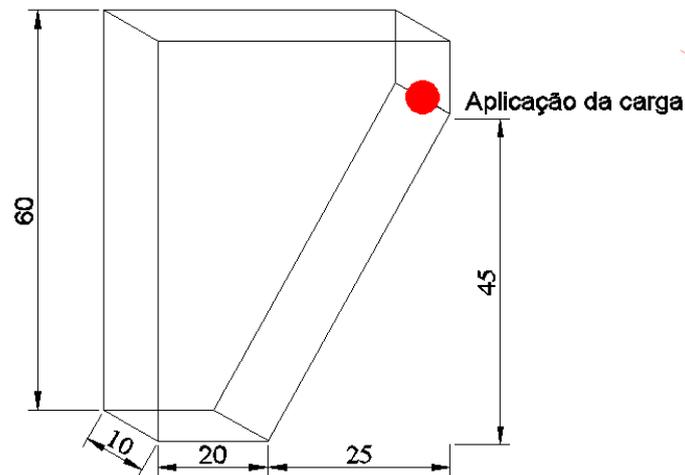


Figura 1: Dimensões limites para o modelo (Competição de Guindastes de Palito de Picolé da UPF – dimensões em centímetros)

As propriedades do material (madeira), foram obtidas através de ensaios de laboratório realizados na Universidade de Passo Fundo, cujo resultados estão relacionados na Tabela 1. A resistência de projeto assumida foi a de valor médio.

Tabela 1: Dados obtidos nos ensaios de caracterização do material (Competição de Guindastes de Palito de Picolé da UPF)

Propriedade	Valor médio		Unidade
	1 palito	2 palitos	
Resistência a tração	888,31	2123,93	N
Resistência a compressão	49,72	415,72	N
Peso específico	0,61		(g/cm ³)

Os palitos de referência possuem dimensões médias de: 115mm de comprimento, 2mm de largura e 10mm de espessura. Indiretamente, através da fórmula de Euler (Equação 3), obtém-se o módulo de elasticidade (E) do material. Para os dados do ensaio, tem-se E igual a 10219 MPa. A tensão admissível média obtida através ensaios foi de 32 MPa. Ambos os valores foram utilizados na caracterização mecânica dos materiais nas análises efetuadas nesse trabalho.

$$P_{cr} = \frac{\pi^2 E I}{L_e^2} \quad (3)$$

Onde: P_{cr} = Carga crítica de flambagem;
 E = Módulo de elasticidade ou módulo de Young;
 I = Inércia da seção transversal;
 L_e = Comprimento de flambagem.

Quanto às seções transversais, considerou-se nas análises a possibilidade de as mesmas serem constituídas pela união de um, dois ou três palitos (denominadas por seção 1, seção 2 e seção 3, respectivamente). As propriedades geométricas para os três diferentes grupos de seções estão relacionadas na Tabela 2.

Tabela 2: Propriedades das seções transversais adotada nas análises

Identificação da seção	Área (mm ²)	Inércia (mm ⁴)
Seção 1	22,5	9,58
Seção 2	48	92,61
Seção 3	67,5	256,29

Apesar de as estruturas finais comporem modelos espaciais, para o dimensionamento foram consideradas simplificada como bidimensionais (estruturas planas).

4. SIMULAÇÕES NUMÉRICAS

4.1. Caso 1

A proposta desse caso é otimizar uma estrutura inicial (Figura 2), denominada aqui como Protótipo 1, desenvolvida por tentativa e erro. O Protótipo 1 foi construído de tal forma que respeitasse os limites dimensionais apresentados esquematicamente na Figura 1, e que suportasse uma carga mínima de 164 N no ponto de aplicação da carga. Para o projeto simplificado da estrutura em duas dimensões foi considerada a metade do carregamento (82 N) para cada treliça. O dimensionamento foi feito através dos esforços obtidos pelo software Ftool. Tal projeto se deu a partir de geometria definida empiricamente. A massa total da treliça bidimensional foi de 74,83 gramas.

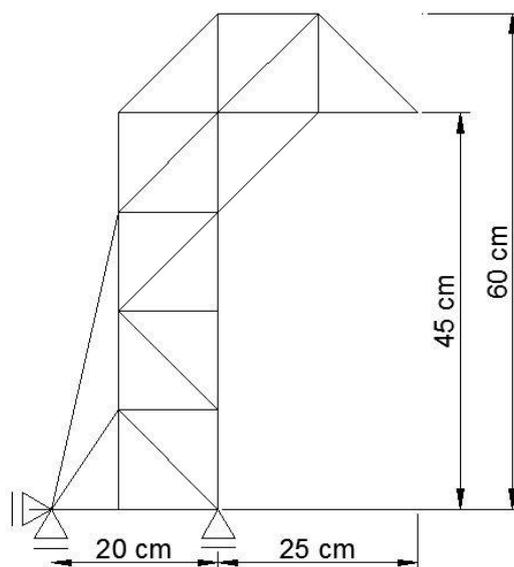


Figura 2: Estrutura de referência (Protótipo 1)

Para otimização do Protótipo 1 foi utilizado o software de otimização descrito no item 2.1. Em uma primeira etapa foram empregadas apenas as seções transversais como variáveis de projeto, retiradas da Tabela 2. A Figura 2(a) mostra o Protótipo 1 com as seções otimizadas. Posteriormente foram inseridas também as coordenadas dos nós como variáveis, resultando

numa estrutura de diferente geometria e de menor peso próprio. Durante a otimização geométrica alguns nós se aproximaram a ponto de formarem um único nó. Nesse caso, no processo de otimização dimensional e de forma, há a necessidade de eliminar os elementos que conectam esses nós, e eliminar o nó a ser colapsado (SILVA, 2015). A treliça otimizada é mostrada na Figura 2(b). A cor vermelha representa os elementos de Seção 1 (um palito) e a cor verde os de Seção 2 (dois palitos).

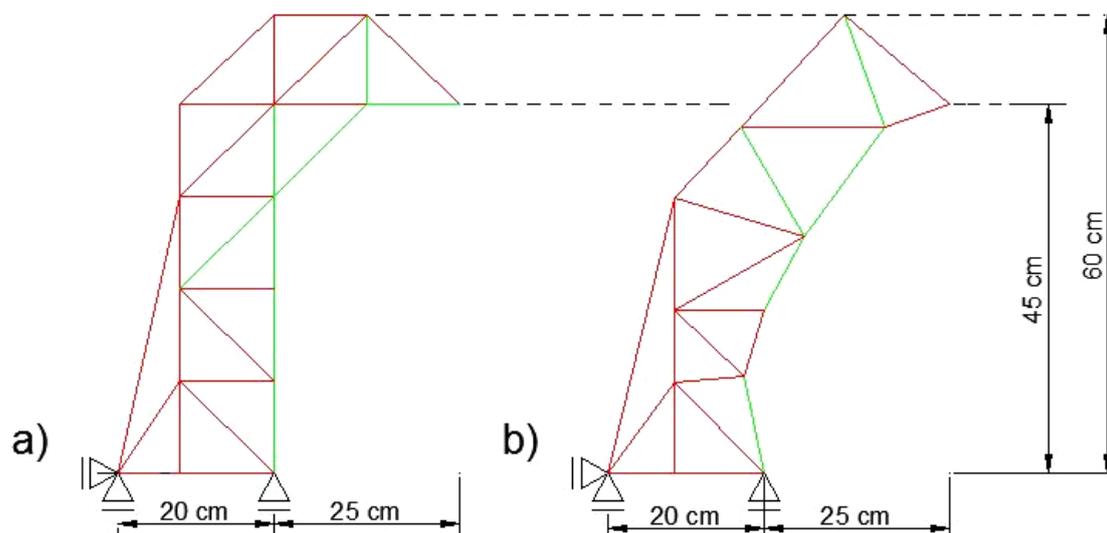


Figura 3: Resultados das simulações: (a) Otimização de seções (Simulação 1); (b) Otimização geométrica (Simulação 2)

4.2. Caso 2

Na tentativa de idealizar uma estrutura ainda mais eficiente, buscou-se uma ferramenta de otimização adicional. A partir de pesquisa bibliográfica, percebeu-se a existência de vários estudos recentes na área de otimização topológica (OT). Em diversos casos, a otimização via métodos computacionais evolucionários se mostra bastante eficiente. Por este motivo, optou-se pela utilização do software BESO 2D. Inicialmente, partindo dos limites dimensionais da Figura 2, foram criados dois domínios de projeto, visto que o modelo resultante muito depende do ponto de partida e das considerações feitas pelo projetista ao longo do processo. O domínio de projeto é discretizado numa malha de elementos finitos, representadas pelas cores mais claras da Figura 4(a) e Figura 5(a). A otimização topológica se dá a partir da análise de tensões atuantes em cada elemento finito da malha. Os elementos com tensões relativamente pequenas são excluídos. A cada nova iteração, a tensão relativa passível de retirada recebe um acréscimo, restando ao final apenas os elementos mais solicitados, indicando o “caminho” de tensões que o carregamento gera na estrutura até o meio exterior (apoios). A quantidade de material a ser mantido e/ou retirado é definida pelo operador. O modelo final da otimização topológica é representado pelas cores mais escuras da Figura 4(a) e Figura 5(a).

Para idealização de um modelo de estrutura treliçada através da solução via otimização topológica, foram necessárias algumas considerações. Na OT, o elemento de chapa é simplificado como bidimensional. Como elementos esbeltos sujeitos à compressão estão suscetíveis a flambagem, diminuir o comprimento de tais elementos com travamentos passa a ser uma boa alternativa. As Figuras 4(b) e 5(b) mostram as treliças simplificadas geradas pelos autores. Observa-se que a otimização topológica fornece uma ideia

da configuração ótima. No entanto, necessita da interferência do projetista para gerar uma estrutura com grau mínimo de exequibilidade.

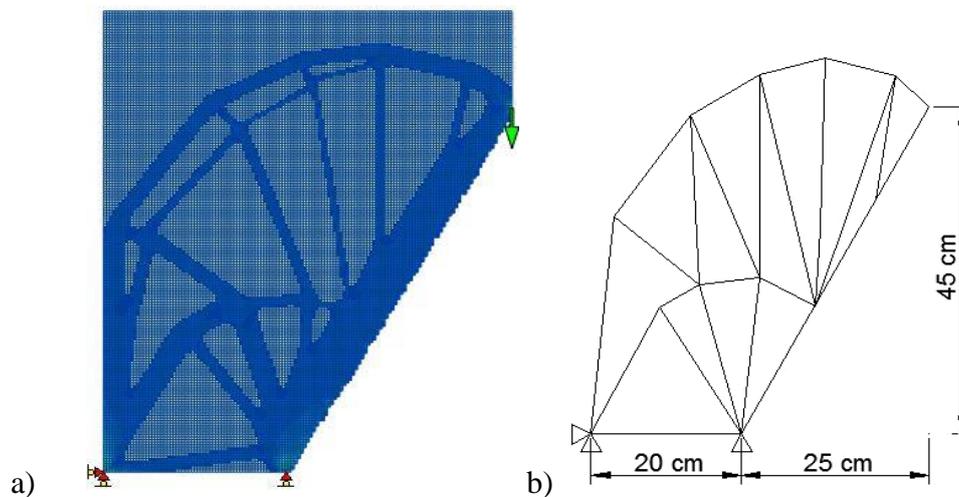


Figura 4: Resultados da simulação para o domínio de projeto 1: (a) Otimização topológica; (b) Treliça idealizada a partir da otimização topológica

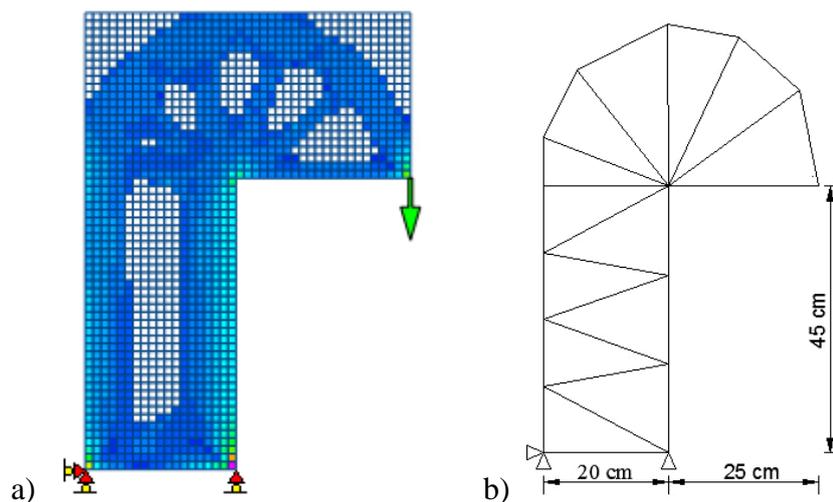


Figura 5: Resultados da simulação para domínio de projeto 2: a) Otimização topológica; b) Treliça idealizada a partir da otimização topológica

Para o dimensionamento das treliças foi utilizado novamente o software de otimização Cometa. As coordenadas dos nós e as seções transversais dos elementos também foram tomadas como variáveis. Neste caso, foram mantidos apenas os limites dimensionais do ponto de aplicação da carga (balanço de 25cm e altura de 45cm). As Figuras 6(a) e 6(b) mostram as estruturas obtidas através da otimização geométrica e de seções a partir das treliças idealizadas através da solução da OT. A análise efetuada a partir do modelo gerado para o domínio de projeto 1 é designada como Simulação 3, enquanto que a análise para o modelo do domínio de projeto 2 é tida como Simulação 4.

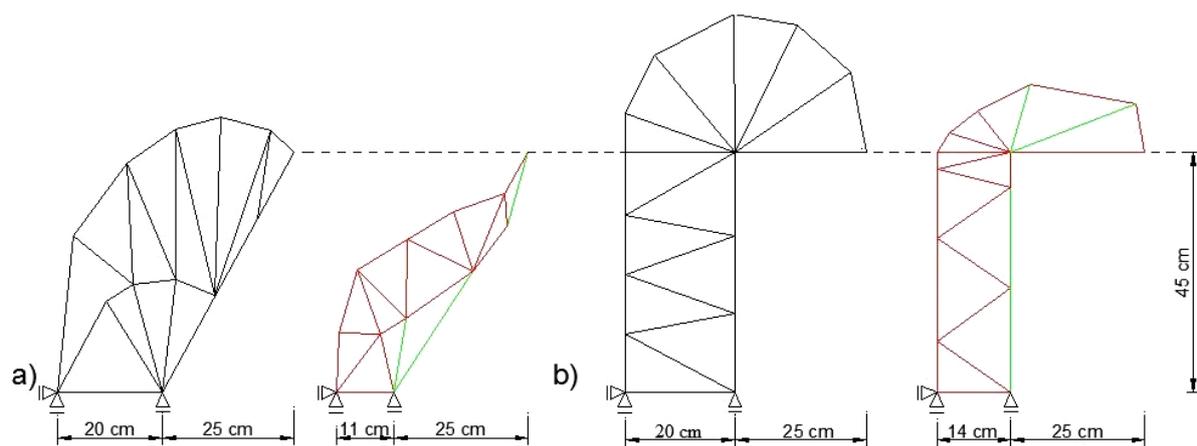


Figura 6: Resultados da otimização dimensional e geométrica a partir das treliças da OT: a) Simulação 3; b) Simulação 4

Através das simulações efetuadas pode-se observar que, conforme cresce o número de variáveis envolvidas no problema, mais promissores são os resultados. A primeira simulação, apesar de possuir apenas as seções transversais dos elementos como variáveis de projeto e ser de solução relativamente simples, já gera significativa redução de material. A simulação que proporcionou a solução mais racionalizada foi a 3ª, conforme mostra a Tabela 3, a qual combinou as otimizações topológica, geométrica e dimensional. O comparativo de redução é relativo ao modelo de referência (Protótipo 1), idealizado por tentativa e erro.

Tabela 3: Resultados das simulações numéricas

Simulação	Peso final (gramas)	Redução (%)
Protótipo 1	74,83	-
1ª	70,25	6,12
2ª	59,18	20,91
3ª	47,33	36,75
4ª	61,77	17,45

5. VALIDAÇÃO EXPERIMENTAL

Para comprovação experimental, optou-se pela construção do Protótipo 1, que é a estrutura de referência idealizada a partir de tentativa e erro, e a treliça gerada na 2ª simulação, doravante designadas por Modelo 1 e Modelo 2, respectivamente, conforme modelos apresentados nas Figuras 7(a) e 7(b). Apesar da estrutura gerada na 3ª simulação apresentar o menor consumo de material, foram escolhidas as treliças de maior facilidade de execução. Para compor a estrutura espacial, foram unidas duas treliças idênticas dimensionadas como bidimensionais por meio de contraventamentos. A Figura 8 mostra as estruturas construídas e a Figura 9 os respectivos ensaios de carga. Os ensaios são realizados pela aplicação de cargas de anilhas no suporte, totalizando os 16,4 kgf (164 N) de projeto. Os apoios são simulados pela fixação da estrutura à base por meio de sargentos.

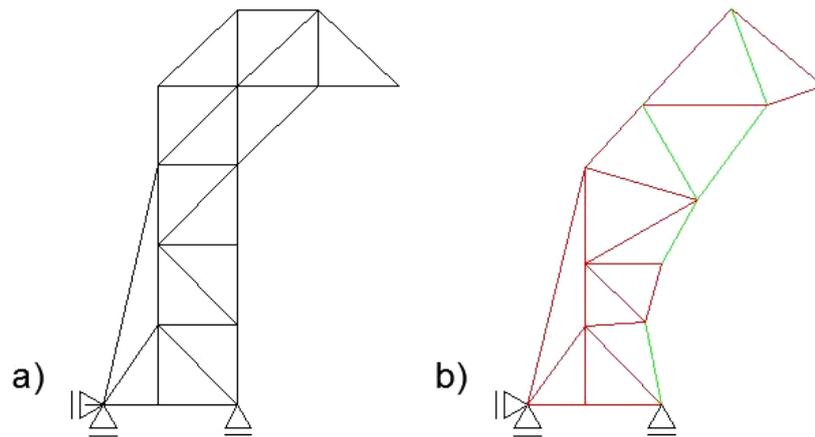


Figura 7: Geometria dos modelos construídos: a) Modelo 1; b) Modelo 2

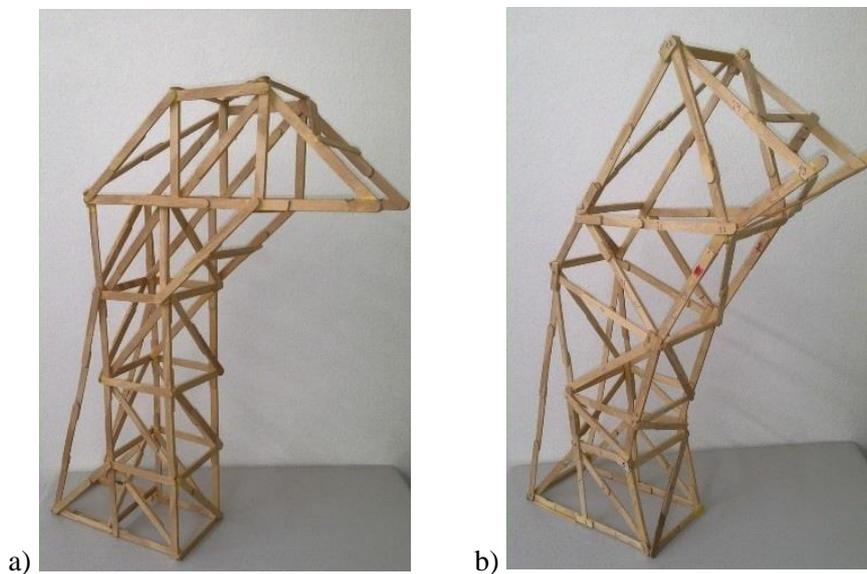


Figura 8: Modelos construídos: a) Modelo 1; b) Modelo 2

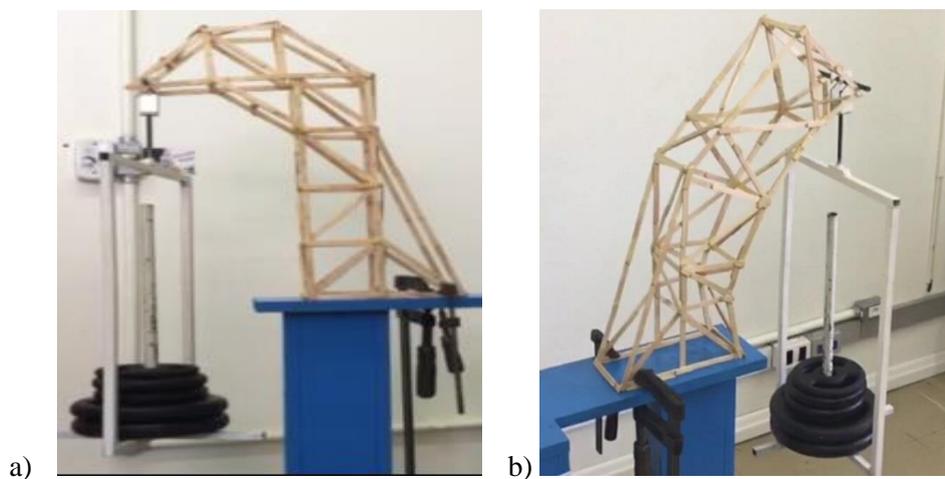


Figura 9: Ensaios: a) Modelo 1; b) Modelo 2

A partir da Tabela 4 percebe-se que ambas as estruturas resistiram ao carregamento de projeto, sendo que para o Modelo 2 a relação carga/peso próprio é cerca de 26,5% superior. Destaca-se também que o carregamento de projeto não ocasionou ruptura em nenhum ponto das estruturas no momento do ensaio.

Tabela 4: Resultados obtidos pelos ensaios

Modelo	Carga do ensaio (N)	Peso próprio (N)	Relação carga/peso próprio
1	164	0,7483	219,16
2	164	0,5918	277,12
	Diferença (%)	20,91	26,45

6. CONCLUSÕES

O presente trabalho objetivou a redução do peso próprio de treliças através de técnicas de otimização. Com essa finalidade, foram efetuadas análises e simulações numéricas em softwares de otimização, visando a obtenção de soluções mais racionalizadas (soluções ótimas). Percebeu-se que, desde a primeira simulação, já foi possível obter certa economia de material. No entanto, quanto maior o número de variáveis de projeto, melhor é o resultado obtido. Isso se dá pelo crescimento acentuado do número de combinações possíveis e, conseqüentemente, da complexidade do problema. De modo geral, os resultados obtidos comprovam grande economia com a aplicação de métodos de otimização. Por último, destaca-se que ambas as estruturas construídas resistiram ao carregamento de projeto, evidenciando que a otimização da estrutura se deu sem perda de resistência.

AGRADECIMENTOS

Os autores agradecem a Universidade de Passo Fundo e a Fundação de Amparo a Pesquisa do Estado do Rio Grande do Sul (FAPERGS) pelo apoio financeiro na forma de bolsas de iniciação científica.

REFERÊNCIAS

AVILA, J. J. Projeto: Guindastes de palitos de madeira. Disponível em: <http://professor.ufabc.edu.br/~juan.avila/MecSol/Projeto%20Guindaste.pdf>. Acesso em 06 mar. 2017.

BERNARDI, B. K; et al. *Competição de guindastes de palitos de picolé no curso de engenharia civil da UPF*. In: III SEMANA DO CONHECIMENTO. 2016. Passo Fundo. **Anais eletrônicos...** Disponível em: <<http://semanadoconhecimento.upf.br/download/anais-2016/engenharias/Daniel-Kartabil-Bernardi-Competicao-de.pdf>>. Acesso em 06 mar. 2017.

HUANG, X.; XIE, Y. M. *Evolutionary Topology Optimization of Continuum Structures: Methods and Applications*. UK: John Wiley and Sons Ltd, 2010.

KIRKPATRICK, S.; GELATT, C. D.; VECCHI M.P. *Optimization by Simulated Annealing*. Science, v. 220, n. 4598, p. 671-680, 1983.

KRIPKA, M. *Discrete optimization of trusses by simulated annealing*. Journal of the Brazilian Society of Mechanical Sciences and Engineering, v. 26, n. 2, p. 170-173, 2004.

KRIPKA, M. & DREHMER, G.A. *Determinação da geometria e configuração ótimas em treliças metálicas de banzos paralelos*. In: CHAMBERLAIN, Z.M., KRIPKA, M. *Construção metálica: estudos e pesquisas recentes*. Passo Fundo: UPF Editora, 2005. p. 100-119.

KRIPKA, M. et al. *Guindaste de palitos: atividade didática construída por (e para) alunos da Engenharia Civil*. In: XXXVI CONGRESSO NACIONAL DE MATEMÁTICA APLICADA E COMPUTACIONAL. 2016. Gramado. **Resumos...** São Carlos: Proceeding Series of the Brazilian Society of Computational and Applied Mathematics, vol. 5, N. 1, 2017. Disponível em: <<https://proceedings.sbmac.org.br/sbmac/article/view/1491/1503>>. Acesso em 08 mar. 2017.

MASSERA, J. M. A. *Uma Nova Técnica para Otimização de Estruturas de Grande Porte* [Rio de Janeiro] 2006 XI, 80 p. 29,7 cm (COPPE/UFRJ, M.Sc., Engenharia Mecânica, 2006).

OLIVEIRA, S. R. C. de; FALCÓN, G. A. S. *Otimização geométrica de treliças planas utilizadas em coberturas metálicas*. 2013. DOI: 10.5935/1809-2667.20130021.

SILVA, F. E. de C. *Otimização dimensional, de forma e topológica de estruturas treliçadas utilizando um algoritmo híbrido*. 2015. 142p. Dissertação (Mestrado em Engenharia Mecânica, área de concentração Fenômenos de Transporte e Mecânica dos Sólidos) – Universidade Federal do Paraná, Curitiba.

STOLPE, M. *Truss optimization with discrete design variables: a critical review*. Structural and Multidisciplinary Optimization, 2015. 53(2): 349-374. DOI: 10.1007/s00158-015-1333-x.

ZUO, Z. H. *BESO2D Manual: Getting Started with BESO2D*. Disponível em <https://www.rmit.edu.au/research/research-institutes-centres-and-groups/researchcentres/centre-for-innovative-structures-and-materials/software>. Acesso em: 10 de março de 2017.