

VALIDAÇÃO DO MÉTODO DE VOLUMES FINITOS PARA A TRANSFERÊNCIA DE CALOR RADIATIVA EM CAVIDADES COMPLEXAS

Gleyzer Martins (UFU) Email: gmartins@ufu.br
Enio Pedone Bandarra (UFU) Email: bandarra@ufu.br
Oscar Saul Hernandez Mendoza (UFU) Email: oscarshm5@gmail.com

Resumo: A transferência de calor em cavidades complexas apresenta-se como um desafio principalmente pelos efeitos geométricos das superfícies, entretanto o método de volumes finitos destaca-se neste contexto pela facilidade de implementação e pelos resultados acurados apresentados. Neste trabalho propõe-se validar o método de volumes finitos para a transferência de calor radiativa para cavidades cilíndricas e complexas baseados em resultados da literatura. O código desenvolvido foi baseado no método de volumes finitos para geometrias com simetria axial utilizando meios absorvedores e emissores. Os resultados demonstram que o código desenvolvido conseguiu representar o comportamento da transferência de calor com erros satisfatórios.

Palavras-chave: Efeitos Geométricos, Método de Volumes Finitos, Coeficientes de Absorção.

FINITE VOLUME METHOD VALIDATION FOR RADIATION HEAT TRANSFER IN COMPLEX CAVITIES

Abstract: The heat transfer in complex cavities presents a challenge mainly due to the surfaces geometric effects, however the finite volume method stands out in this context for the ease of implementation and the accurate results. This paper proposes to validate the finite volumes method for radiative heat transfer to cylindrical and complex cavities based on literature benchmarking results. The developed code was based on the finite volume method for geometries with axial symmetry using absorber and emitter medium. The results demonstrate that the developed code was able to represent the radiative heat transfer behavior with satisfactory errors.

Keywords: Geometric Effects, Finite Volume Method, Absorption Coefficients

1. Introdução

A transferência de calor radiativa em superfícies cilíndricas é um conhecimento consolidado na literatura, como apresentado por Kim e Baek (2005), Silva (2005), Maurente (2008) e Carvalho e Farias (1998). As análises de cavidades complexas na literatura apresentam metodologias como: método das ordenadas discretas, Chai (1994) e Chai e Rath (2006), método de volumes finitos, Byun et al (2004) e Kim (2008), método de transferência discreta, Talukdar (2006), método de Monte Carlo, Baek et al (2000) e até mesmo o método da zona, Coelho et al (1998), em superfícies com obstáculo.

A implementação da transferência de calor radiativa em cavidades complexas pode aproximar os resultados acadêmicos dos problemas técnicos industriais de fornos e de geradores de vapor. As superfícies corrugadas das fornalhas de geradores de vapor flamotubular se apresentam como um desafio para a simulação da transferência de calor nestas fornalhas, uma vez que a implementação pode aprimorar a eficiência energética destes equipamentos além de possibilitar a determinação da temperatura nas superfícies de transferência de calor para garantir a segurança e a integridade estrutural das fornalhas.

Neste trabalho foi proposto a validação do método de volumes finitos de transferência

de calor para geometrias axissimétrica, detalhado por Kim (2008). O código desenvolvido foi aplicado em cavidades cilíndricas e complexas empregando diferentes geometrias conforme estabelecido por Kim e Baek (2005) e Kim e Baek (1998). O método empregado para superfícies cilíndricas também foi aplicado para fornalhas com o perfil de temperatura variável como definido por Centeno (2008) utilizando o modelo de somas ponderadas de gases cinza para modelar o efeito do meio participante.

2. Método de Volumes Finitos

O método de volumes finitos se caracteriza pelo desmembramento dos elementos geométricos da parte de cálculo radiativo, o que confere ao método uma excelente flexibilidade e capacidade de adequação a diferentes geometrias. O método para geometrias simétricas axiais foi detalhadamente descrito por Kim (2008) para coordenadas cilíndricas, aplicado a diferentes problemas com geometrias complexas como apresentado por Kim e Baek (1998) e Kim e Baek (2005). Autores como Tian e Chiu (2005) e Bem Salah et al (2004) desenvolveram respectivamente metodologias similares considerando coordenadas cartesianas e cilíndricas, diferenciando na forma de tratamento do termo da derivada azimutal da intensidade de radiação na equação de transferência radiativa.

O método de volumes finitos é baseado na integração volumétrica e direcional da equação de transferência radiativa que para coordenadas cilíndricas é dada por:

$$\int_{\Delta\Omega} \int_{\Delta v} \frac{dI}{dS} dv d\Omega = \int_{\Delta\Omega} \int_{\Delta v} \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial}{\partial r} (r \cdot \mu \cdot I) dv d\Omega + \int_{\Delta\Omega} \int_{\Delta v} \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial}{\partial \phi} (\eta \cdot I) dv d\Omega + \int_{\Delta\Omega} \int_{\Delta v} \frac{\partial}{\partial z} (\xi \cdot I) dv d\Omega =$$

$$= \int_{\Delta\Omega} \int_{\Delta v} \left\{ \kappa(\mathbf{r}) I_b(\mathbf{r}) - [\kappa(\mathbf{r}) + \sigma_s(\mathbf{r})] I(\mathbf{r}, \hat{\mathbf{s}}) + \frac{\sigma_s(\mathbf{r})}{4\pi} \int_{\Omega_i=0}^{4\pi} I(\mathbf{r}, \hat{\mathbf{s}}_i) \Phi(\mathbf{r}, \hat{\mathbf{s}}, \hat{\mathbf{s}}_i) d\Omega_i \right\} dv d\Omega \quad (1)$$

De maneira que μ , η e ξ representam os cossenos diretores da intensidade de radiação I de posição \mathbf{r} e direção $\hat{\mathbf{s}}$. Sendo que I_b é a intensidade de radiação do corpo negro e as propriedades radiativas dos meios participantes são dadas pelos coeficientes de absorção κ e de espalhamento do meio σ_s . As integrais de volume e de direção são discretizadas em elementos de volume da malha dv e elementos de ângulo sólido $d\Omega$. Considerando que a intensidade de radiação é constante ao longo de cada face do elemento de volume e de ângulo sólido. De maneira similar assumindo que para a integral de volume os valores são constantes e iguais a um valor no ponto p e aplicando o teorema de divergência, a equação torna-se:

$$\sum_k I_{ki} A_{ki} (\mathbf{s}_i \cdot \mathbf{n}_k) = \beta_p \cdot (S_{pi} - I_{pi}) V \cdot \Omega_i \quad (2)$$

Em que $(\mathbf{s}_i \cdot \mathbf{n}_k)$ representa o produto escalar entre a direção da intensidade de radiação e o vetor normal a face do volume p , β é o coeficiente de extinção e o termo S_{pi} representa função fonte radiativa, dada por:

$$S_{pi} = (1 - \omega_p) I_b + \frac{\omega_p}{4 \cdot \pi} \sum_{j=1}^n I_{pj} \bar{\Phi}_{ij} \quad (3)$$

De maneira que ω_p representa o albedo de espalhamento, sendo que a irradiação do corpo negro é dada por I_b e a função de fase de espalhamento média por $\bar{\Phi}_{ij}$.

O produto escalar da intensidade de radiação pelo vetor normal a área da face do volume são definidos pela integração dos elementos a esquerda da equação de

transferência radiativa Eq.(1), sendo discretizados conforme a Fig. 1 e as funções de peso $D_k^{m,n}$ dadas pela integral de cada umas das faces, como se segue:

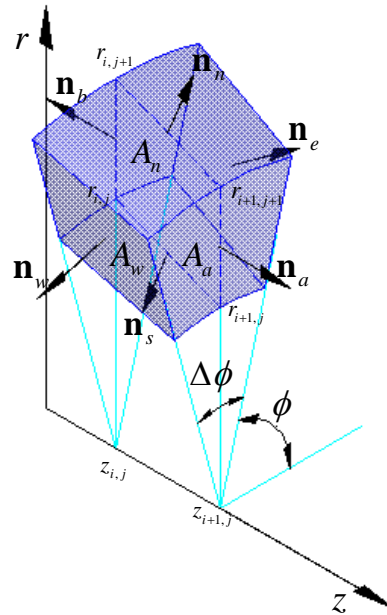


Figura 1 – Elemento de Volume analisado

Para as faces norte e sul, tem-se:

$$D_n^{m,n} = -D_s^{m,n} = \left[\frac{1}{2} \left(\theta^{m+\frac{1}{2}} - \theta^{m-\frac{1}{2}} \right) - \frac{1}{4} \left(\sin \left(2\theta^{m+\frac{1}{2}} \right) - \sin \left(2\theta^{m-\frac{1}{2}} \right) \right) \right] \left(\sin \phi^{n+\frac{1}{2}} - \sin \phi^{n-\frac{1}{2}} \right) \quad (4-a)$$

Para as faces acima e abaixo,tem-se:

$$D_a^{m,n} = -D_b^{m,n} = \left[\sin^2 \theta^{m+\frac{1}{2}} - \sin^2 \theta^{m-\frac{1}{2}} \right] \left(\phi^{n+\frac{1}{2}} - \phi^{n-\frac{1}{2}} \right) \quad (4-b)$$

Para as faces leste e oeste:

$$D_l^{m,n+\frac{1}{2}} = - \left[\frac{1}{2} \left(\theta^{m+\frac{1}{2}} - \theta^{m-\frac{1}{2}} \right) - \frac{1}{4} \left(\sin \left(2\theta^{m+\frac{1}{2}} \right) - \sin \left(2\theta^{m-\frac{1}{2}} \right) \right) \right] \left(\cos \phi^n - \cos \phi^{n+1} \right) \quad (4-c)$$

$$D_o^{m,n-\frac{1}{2}} = \left[\frac{1}{2} \left(\theta^{m+\frac{1}{2}} - \theta^{m-\frac{1}{2}} \right) - \frac{1}{4} \left(\sin \left(2\theta^{m+\frac{1}{2}} \right) - \sin \left(2\theta^{m-\frac{1}{2}} \right) \right) \right] \left(\cos \phi^{n+1} - \cos \phi^n \right) \quad (4-d)$$

Substituindo na equação de transferência radiativa discretizada, tem-se:

$$\Delta A_n D_n^{m,n} \cdot I_n^{m,n} + \Delta A_s D_s^{m,n} \cdot I_s^{m,n} + \Delta A_a D_a^{m,n} \cdot I_a^{m,n} + \Delta A_b D_b^{m,n} \cdot I_b^{m,n} + \Delta A_l D_l^{m,n+\frac{1}{2}} \cdot I_l^{m,n+\frac{1}{2}} + \Delta A_o D_o^{m,n-\frac{1}{2}} \cdot I_o^{m,n-\frac{1}{2}} = \beta_p \cdot S_{pi} \cdot V \cdot \Omega_i - \beta_p \cdot I_{pi}^{m,n} \cdot V \cdot \Omega_i \quad (5)$$

Em que ΔA_n , ΔA_s , ΔA_a , ΔA_b , ΔA_l e ΔA_o representam respectivamente os elementos de área nas faces do volume norte, sul, acima, abaixo, leste e oeste. Assim como $I_n^{m,n}$, $I_s^{m,n}$, $I_a^{m,n}$, $I_b^{m,n}$, $I_l^{m,n}$ e $I_o^{m,n}$ as intensidades de radiação nas respectivas faces, por sua vez a intensidade de radiação no centro do volume é dada por I_{pi} .

Observa-se que existe uma defasagem entre as intensidades de radiação a leste e a oeste, de maneira a manter a simetria e que o número de incógnitas é maior que o número de equações, sendo assim aplicando o esquema de simples degrau para assegurar a intensidade positiva, tem-se:

$$a_p^{m,n} \cdot I_p^{m,n} = \sum_{k=n,s,a,b} a_k^{m,n} \cdot I_k^{m,n} + b_p^{m,n} \quad (6)$$

Em que:

$$a_p^{m,n} = \sum_{k=n,s,a,b} \max(\Delta A_k \cdot D_k^{m,n}, 0) + \beta_p \cdot V \cdot \Omega + \Delta A_l \cdot D_l^{m,n+1/2} \quad (6-a)$$

$$a_k^{m,n} = \max(-\Delta A_k \cdot D_k^{m,n}, 0) \quad (6-b)$$

$$b_p^{m,n} = \beta_p \cdot S_p \cdot V \cdot \Omega - \Delta A_o D_o^{m,n-1/2} \cdot I_o^{m,n-1/2} \quad (6-c)$$

$$S_p = (1 - \omega_p) I_{bp} + \frac{\omega_p}{4 \cdot \pi} \sum_{j=1}^n I_{pj} \bar{\Phi}_{ij} \quad (6-d)$$

O termo de espalhamento não foi considerado neste trabalho e as condições de contorno são dadas na forma discretizada pela equação:

$$I_{q0} = \varepsilon_q I_{bq} + (1 - \varepsilon_q) \cdot \frac{\sum_{i,in} I_{qi} |\mathbf{s}_i \cdot \mathbf{n}_q|}{\sum_{i,out} \mathbf{s}_i \cdot \mathbf{n}_q} \quad (7)$$

Em que a designação in e out representam as intensidades entrando e saindo da superfície da fornalha. O processo iterativo para determinação do campo de intensidades em cada direção é realizado até que se atinja o critério de convergência:

$$erro = \max \left(\left| \frac{I_p^{m,n} \Big|_{atual} - I_p^{m,n} \Big|_{anterior}}{I_p^{m,n} \Big|_{anterior}} \right| \right) \leq 1.0 \cdot 10^{-6} \quad (8)$$

Com o campo de intensidade de radiação determina-se o fluxo de calor radiativo nas paredes, como se segue:

$$q = \varepsilon_q \left(I_{bq} \sum_{i,out} \mathbf{s}_i \cdot \mathbf{n}_q - \sum_{i,in} I_{qi} |\mathbf{s}_i \cdot \mathbf{n}_q| \right) \quad (9)$$

3. Resultados e Discussões

Para a validação dos resultados da transferência de calor utilizando o método de volumes finitos empregou-se três análises, uma utilizando uma fornalha radial de raio unitário e comprimento de 2m, considerando um meio absorvedor e emissor sem espalhamento à temperatura de 100K com três diferentes coeficientes de absorção 0.1, 1.0 e 5.0 m⁻¹ para paredes negras e frias, outra fazendo uma análise de um bocal seno-senoidal com meio absorvedor e emissor nas mesmas condições e finalmente uma fornalha de uma câmara de combustão cilíndrica para o escoamento em combustão,

conforme estabelecido por Silva (2005), com meio homogêneo absorvedor e emissor sem espalhamento com composição de 10% de CO₂ e 20% de H₂O. Inicialmente será analisada a superfície cilíndrica na qual para possibilitar a modelagem da superfície cilíndrica empregou-se uma spline, os resultados do fluxo de calor adimensional obtidos pelas metodologias do método da zona e de volumes finitos foram comparados com os obtidos Kim e Baek (2005) e estão mostrados na Fig. 2.

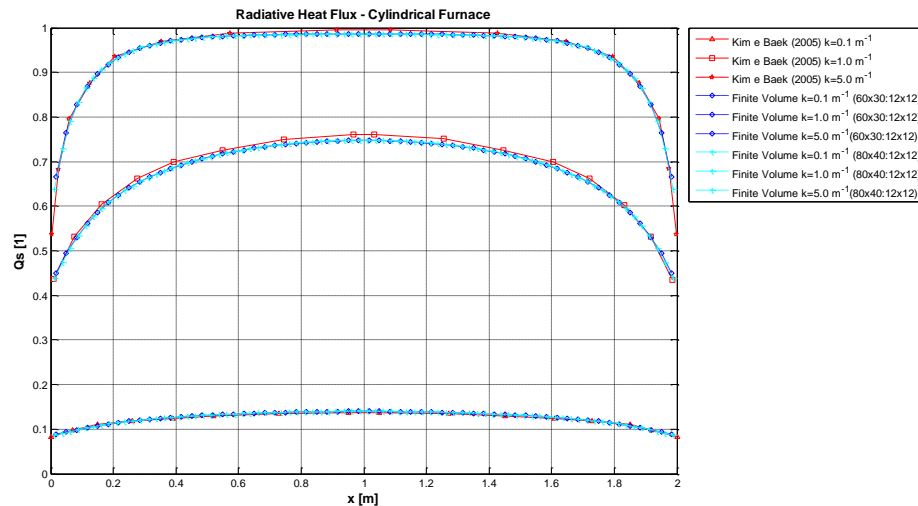


Figura 2 - Transferência de calor radiativa na parede cilíndrica da fornalha radial para os três coeficientes de absorção 0.1, 1.0 e 5.0 m⁻¹.

A figura 2 mostra que o código proposto foi capaz de representar a transferência de calor na parede cilíndrica com erros menores que 1% para o método de volumes finitos indiferente do coeficiente de absorção analisado, em conformidade com erros obtidos por Kim (2008).

Adicionalmente, avaliou-se o bocal sino-senoidal de comprimento de $z_c=4m$, considerando um meio absorvedor e emissor à temperatura de 100K com três diferentes coeficientes de absorção 0.1, 1.0 e 5.0 m⁻¹ para paredes negras e frias. Para possibilitar a modelagem da superfície cilíndrica empregou-se a interpolação por spline com os pontos do raio dados pela Eq. (10), os resultados obtidos pelas metodologias de volumes finitos estão comparados com os obtidos Kim e Baek (1998) e estão mostrados na Fig. 3.

$$\frac{r}{z_c} = \frac{1}{4} \cdot \left[1 + \text{sen} \left(\frac{\pi \cdot z}{2 \cdot z_c} \right) \right] \tag{10}$$

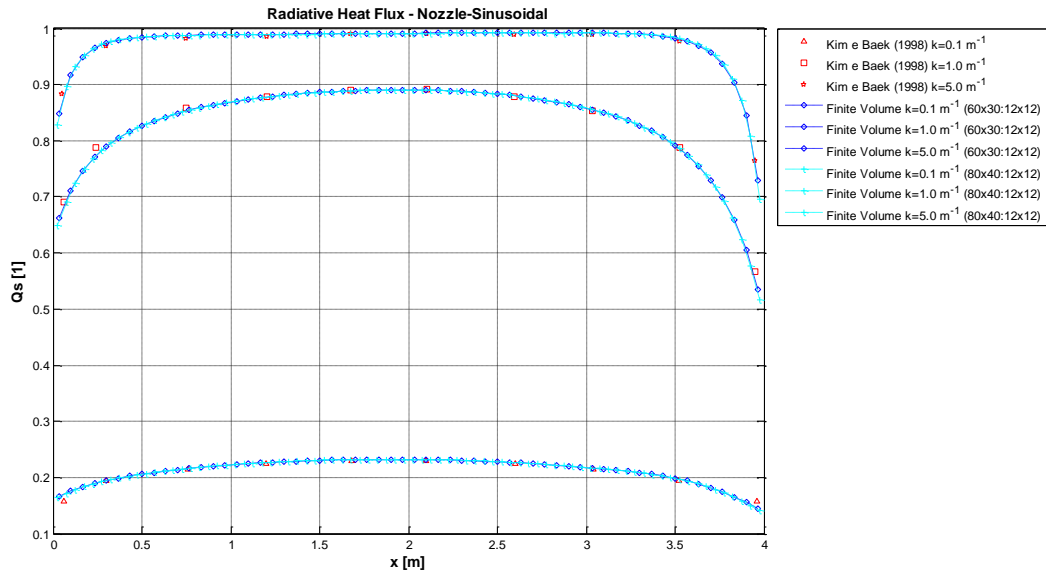


Figura 3 - Transferência de calor radiativa na parede cilíndrica da fornalha radial para três coeficientes de absorção 0.1, 1.0 e 5.0 m^{-1} .

A figura 3 mostra que foi possível representar a transferência de calor radiativa adimensional ao longo do bocal senoidal para os diferentes coeficientes de absorção dos gases, principalmente na porção central do bocal com erros menores que 1% para o método de volumes finitos.

Foi realizada também a verificação dos resultados do programa desenvolvido para uma câmara de combustão cilíndrica com 1,7 m de comprimento e 0,5m de diâmetro modelada por Silva (2005) e Centeno (2014), conforme mostrado na figura 4, empregando a técnica de dinâmica dos fluidos computacional de volumes finitos, com a modelagem da turbulência das equações médias de Reynolds transiente $k-\epsilon$ e o modelo de combustão Eddy Breakyup-Arrheniu.

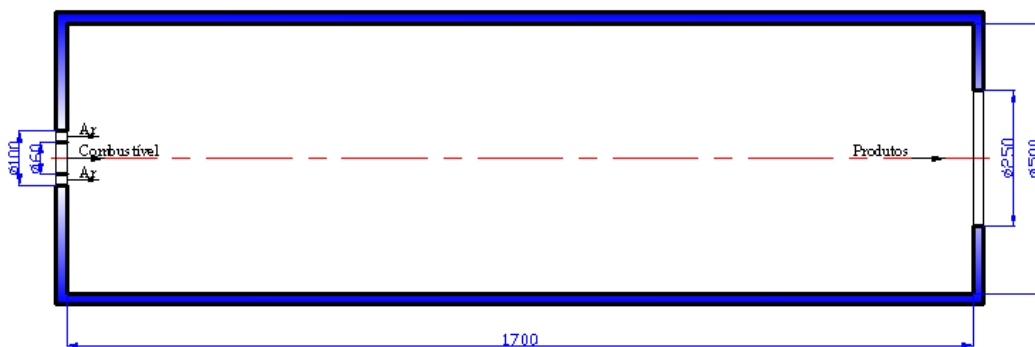


Figura 4 - Fornalha cilíndrica com queimador concêntrico.

Fonte: Adaptado de Silva (2005).

Os resultados da modelagem realizada por Centeno (2014) para o perfil de temperatura estão mostrados na figura 5.

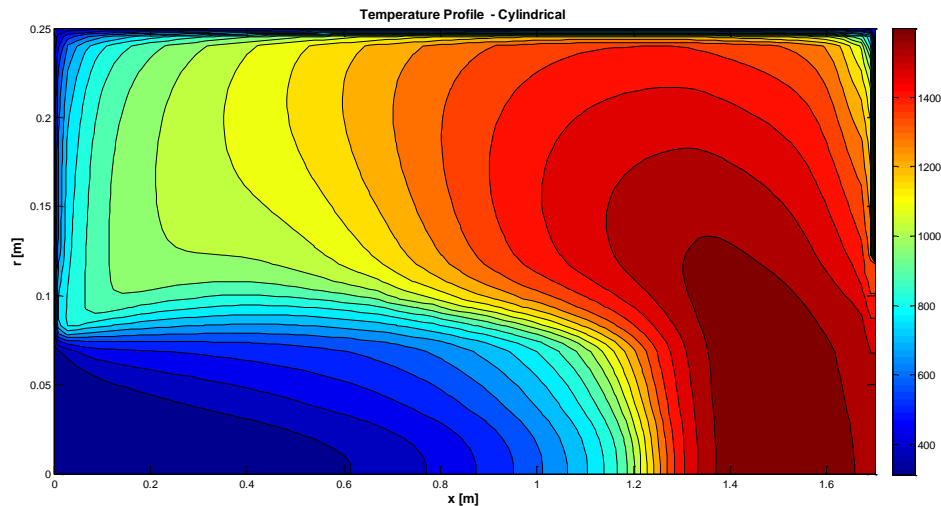


Figura 5 - Perfil de Temperatura.
 Fonte: Adaptado de Centeno (2008).

Para determinar o fluxo de calor nas paredes cilíndricas considerou-se o perfil de temperatura do gás da fig. 5, com a temperatura da parede cilíndrica de 393,15K e temperatura de saída de 300K. O meio participante é composto por dois gases o CO₂ com composição de 10% e o vapor de água com composição de 20%, para a modelagem das propriedades radiativas do gás empregou-se o modelo de somas ponderadas de gases cinza com os parâmetros de Smith et al (1982) e parâmetros de Dorigon (2012). Os resultados comparativos do fluxo de calor radiativo nas paredes cilíndricas obtidos pelo método de volumes finitos com os dados obtidos por Silva (2005) estão mostrados na fig. 6.

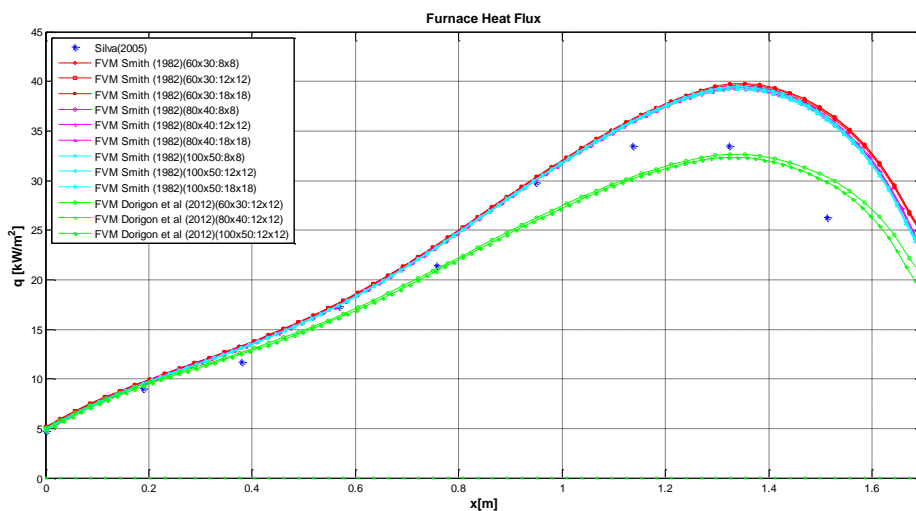


Figura 6 - Fluxo de Calor Radiativo nas paredes da fornalha cilíndrica.

A figura 6 evidencia que o método conseguiu modelar o fluxo de calor radiativo de maneira satisfatória empregando os coeficientes do modelo de somas ponderadas definido por Smith et al (1982) e Dorigon (2012), principalmente para malhas mais refinadas e para a região de temperaturas mais baixas de entrada e de saída, entretanto na região de altas temperaturas os parâmetros do coeficiente Smith et al (1982) superestimou a transferência de calor. Os parâmetros levantados por Dorigon et al (2012) apresentaram resultados bem mais próximos de Silva (2005) conforme destacado

por Centeno (2014) estes parâmetros conseguem representar melhor a transferência de calor na fornalha. No que tange ao refinamento da malha, o método de volumes finitos não apresentou significativa alteração no fluxo de calor radiativo pela variação da discretização angular, entretanto observa-se que a malha mais grosseira (60x30) apresenta diferenças significativa na modelagem.

4. Conclusões

Neste trabalho foi realizada a validação da transferência de calor radiativa em fornalhas cilíndricas e complexas empregando o método de volumes finitos com simetria axial. Os resultados obtidos pela metodologia para o cálculo da transferência de calor radiativa foram satisfatórios, quando comparados com os problemas isotérmicos de referência na literatura, como o exemplo do bocal sino-senoidal.

A simulação da transferência de calor para fornalha cilíndrica com perfil de temperatura variável também foi modelada de forma adequada, demonstrando a influência de diferentes coeficientes do modelo de somas ponderadas de gases cinza.

Agradecimentos

Agradeço ao programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica da Universidade Federal de Uberlândia e a Faculdade de Ciência Integradas do Pontal.

Referências

BAEK, S. W. B., D.Y.; KANG, S.J. *The combined Monte-Carlo and Finite-volume method for radiation in a two-dimensional irregular geometry.* International Journal of Heat and Mass Transfer, v. 43, p. 2337-2344, 2000 2000.

BEN SALAH, M. A., F.; SLIMI, K.; BEN NASRALLAH, S. *Numerical resolution of the radiative transfer equation in a cylindrical enclosure with the finite-volume method.* International Journal of Heat and Mass Transfer, v. 47(2004), p. 9, 2004 2004.

BYUN, D. L. C. B., S.W., . *Radiative heat transfer in discretely heated irregular geometry with an absorbing, emitting, and anisotropically scattering medium using combined Monte-Carlo and finite volume method.* International Journal of Heat and Mass Transfer v. 47, p. 4195–4203, 2004 2004.

CARVALHO, M. G. F., T. L. . *Modelling of Heat Transfer in Radiating and Combusting Systems.* Trans IChemE, v. 76, 1998.

CENTENO, F., R.,. *Modelagem da Radiação Térmica em Chamas Turbulentas da Combustão de Metano em Ar.* SUL, P. D. P.-G. E. E. M. D. U. F. D. R. G. D. Porto Alegre: 204 p. 2014.

CHAI, J. C. *Treatment of Irregular Geometries Using a Cartesian Coordinates Finite-Volume Radiation Heat Transfer Procedure.* Numerical Heat Transfer Journal April 1994 1994.

CHAI, J. C., RATH, P. *Discrete-Ordinates and Finite-Volume Methods for Radiation Heat Transfer.* Treatment of Thermal Radiation in Heat Transfer Problems, p. 15, 2006 2006.

COELHO, P. J. G., J. M. ; CARVALHO, M. G.; TRIVIC, D. N. . *Modelling of radiative heat transfer in enclosures with obstacles* Heat Mass Transfer, v. 41, p. 745-156, 1998.

DORIGON, L., J.,. *Determinação dos Coeficientes para o Modelo da Soma-Ponderada-dos-Gases-Cinza a Partir do Banco de Dados HITEMP 2010.* 2012. Dissertação (Mestrado). Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica da Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre.

KIM, M. Y., BAEK, S. W. . *Modeling of Radiative Heat Transfer in An Axisymmetric Cylindrical Enclosure With Participating Medium.* Journal of Quantitative Spectroscopy & Radiative Transfer, v. 90,

p. 12, 2005 2005.

KIM, M. Y., BAEK, S.W. *Radiative Heat Transfer in a Body-Fitted Axisymmetric Cylindrical Enclosure.* Journal of Thermophysics and Heat Transfer, v. 12, p. 4, 2005 1998.

KIM, Y. M. *Assessment of the axisymmetric radiative heat transfer in a cylindrical enclosure with the finite volume method.* International Journal of Heat and Mass Transfer, v. 51 (2008), p. 5144–5153, 2008 2008.

MAURENTE A.; VIELMO, H. A. F., F.H.R. . *Comparison of the standard weighted-sum-of-gray-gases with the absorption-line blackbody distribution function for the computation of radiative heat transfer in H₂O/CO₂ mixtures.* Journal of Quantitative Spectroscopy & Radiative Transfer, v. 109, p. 1758–1770, 2008.

NUNES, E. M. M., V.; NARAGHI, M. H.N. *Radiative transfer in arbitrarily-shaped axisymmetric enclosures with anisotropic scattering media.* International Journal of Heat and Mass Transfer v. 43, p. 3275-3285, 2000 2000.

SILVA, C. V. *Simulação Numérica da Combustão Turbulenta de Gás Natural em Câmara Cilíndrica.* 2005. 244 (Doutorado). Escola de Engenharia da Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre.

SMITH, T. F., SHEN, Z.F., FRIEDMAN, J.N. *Evaluation of Coefficients for The Weighted Sum of Gray Gases Model.* Heat Transfer, 1982.

TALUKDAR, P. *Discrete transfer method with the concept of blocked-off region for irregular geometries.* Journal of Quantitative Spectroscopy & Radiative Transfer v. 98, p. 238–248, 2006 2006.

TIAN, W. C., W.,K.,S. *A Two-Dimensional Scheme for Axisymmetric Radiative Heat Transfer Using The Finite-Volume Method.* Numerical Heat Transfer, Part B: Fundamentals: An International Journal of Computation and Methodology, v. 47, p. 199–211, 2005 2005. ISSN 1040-7790 print=1521-0626 online.