

Título: Algoritmo de Pesquisa Gravitacional

Title: Gravitational Search Algorithm

Luciano Castro Pinto E-mail: luciano.ufpe@gmail.com

Resumo

O Algoritmo de Pesquisa Gravitacional é um algoritmo de otimização global baseado na teoria da gravitação e nas Leis de Newton. O algoritmo já está bem difundido, tendo qualidade de convergência melhor que o algoritmo genético e enxame de partículas em inúmeras aplicações, com várias versões presentes nas literaturas recentes. A análise simples aplicação híbrida do algoritmo (PSO-GSA) associando ao conceito da força gravitação em um sistema de partículas, possui generalidade e confiabilidade já demonstradas. Neste artigo, é proposta uma simulação de otimização do algoritmo híbrido do algoritmo (PSO-GSA), baseado na interação gravitacional de partículas com massas. No algoritmo proposto, as partículas de massas interagem entre si com base na gravidade newtoniana e nas leis do movimento. O algoritmo (PSO-GSA) pode ser comparado teoricamente com outros métodos conhecidos. O resultado obtido confirma o alto desempenho de simulação, na resolução de vários problemas a nível computacional.

Palavras-chave: Simulação; Leis de Newton; Algoritmo (PSO).

Abstract

The Gravitational Research Algorithm is a global optimization algorithm based on the theory of gravitation and Newton's Laws. The algorithm is already widespread, with better convergence quality than the genetic algorithm and cluster of particles in numerous applications, with several versions present in recent literature. The simple analysis of hybrid application of the algorithm (PSO-GSA) associating with the concept of gravitational force in a particle system has generality and reliability already demonstrated. In this article, an optimization simulation of the hybrid algorithm of the algorithm (PSO-GSA) is proposed, based on the gravitational interaction of particles with masses. In the proposed algorithm, the particles of mass interact with each other based on Newtonian gravity and the laws of motion. The algorithm (PSO-GSA) can be compared theoretically with other known methods. The result obtained confirms the high simulation performance, in solving several problems at the computational level.

Keywords: Simulation; Newton's Laws; Algorithm (PSO-GSA).

1 INTRODUÇÃO

Atualmente, os problemas de otimização do mundo real são mais complicados e difícil de descobrir, devido a sua alta complexidade, onde não há informações suficientes para formular matematicamente o problema em nível computacional.

Devido a esses desafios, os métodos heurísticos tradicionais não podem oferecer soluções sofisticadas e, portanto, há muita atração por abordagens inovadoras não exatas de otimização com algoritmos metaheurísticos. Métodos metaheurísticos são estratégias que pesquisam o espaço do problema através de um processo de otimização iterativa que obtém soluções exatas.

Existem duas categorias de algoritmos de otimização metaheurística: i) algoritmos de busca de ponto único; e ii) algoritmos de busca baseados em população. Na abordagem de busca de ponto único, o algoritmo começa com um conjunto de soluções aleatórias iniciais. Na abordagem baseada na população, o algoritmo parte de várias soluções aleatórias iniciais. Em seguida, um algoritmo iterativo é executado para alcançar a solução ideal. Durante as iterações, a população converge progressivamente para melhores soluções usando operadores probabilísticos inspirados na natureza [1].

Nos dias atuais, inúmeras aplicações reais podem ser mapeadas com estes algoritmos. Citamos os mais usados: algoritmo genético (GA), Programação Evolutiva (PE), algoritmo de Evolução Diferencial (em inglês: Differential Evolution - DE), algoritmo da otimização da colônia de formigas (ant colony optimization algorithm- ACO), algoritmo de otimização por enxame de partículas (Particle Swarm Optimization - PSO), Otimização de forrageamento bacteriana (OFB), Colônia Artificial de Abelhas (Artificial Bee Colony – ABC), algoritmo de pesquisa gravitacional (Gravitational Search Algorithm - GSA) e algoritmo sorológico (para descrição e evolução do exame para COVID-19) [2].

Consequentemente, o GSA pode ser considerado uma população de partículas com base e algoritmo de busca metaheurístico baseado em leis físicas. Possui operadores originais de distribuição de massa, cálculo da força atrativa sob ação da gravidade que atua sobre os corpos e movimento usando a Segunda Lei de Newton. Várias versões aprimoradas do GSA foram desenvolvidas após a introdução original ao GSA, como versões de otimização contínua, binária, discreta, multimodal, com um único e vários objetivos. Essas versões são oferecidas para conquistar problemas de otimização com diferentes tipos de funções de várias variáveis em matemática computacional. Além disso, muitas técnicas inovadoras, como operadores especializados, hibridação e algoritmos adaptativos foram sugeridas que levavam a algoritmos mais eficazes em termos de custos computacionais e qualidade da solução.

O GSA foi usado com sucesso em problemas complexos do mundo real; esses problemas são de diversos campos de aplicações (Engenharia, Medicina, Física, Química,

Matemática, Ciência da Computação e etc.). O PSO é composto de partículas representadas por vetores que definem a velocidade atual de cada partícula e de vetores de localização, atualizados segundo sua velocidade atual, seu aprendizado pessoal e o aprendizado adquirido pelo bando. O algoritmo de PSO engloba conceituações simples e pode ser implementado em poucas linhas de programação, requerendo apenas operadores matemáticos simples [3]. Apesar de classificado como evolucionário, o PSO não apresenta a característica de sobrevivência do mais apto ou a utilização de operadores genéticos como o cruzamento e a mutação. MIRJALILI E HASHIM apresentaram uma nova população híbrida baseada no algoritmo de pesquisa gravitacional de enxames de partículas do tipo (PSO-GSA), do qual é proposto com uma combinação do tipo híbrida de PSO e GSA [4]. A ideia principal é integrar a capacidade de exploração no PSO com a capacidade de exploração no GSA para sintetizar a força de ambas as variantes matemáticas com a linguagem computacional. Algumas funções padrão são aplicadas para comparar a variante existente com outras metaheurísticas na evolução da melhor solução possível para o problema no espaço de pesquisa. As soluções numéricas provam que a variante existente possui uma capacidade superior de escapar do ideal local com convergência mais rápida do que outras metaheurísticas [5]. Neste artigo, apresentamos uma simples aplicação híbrida do algoritmo (PSO-GSA) associando ao conceito da força gravitação em um sistema de partículas. Simultaneamente, a força gravitacional causa o movimento de todos os objetos em direção às soluções sub-ótimas.

2 MODELO MATEMÁTICO

A gravidade é uma das quatro interações fundamentais da natureza, juntamente com a força forte, o eletromagnetismo e a força nuclear fraca.

A ideia que diz respeito às regras de gravidade é o fato de que um objeto com massa atrai outro. Uma das teorias mais aceitas é a lei da gravitação universal de Newton na forma vetorial, que diz que “todas as partículas no universo atraem outras com uma força que é diretamente proporcional ao produto das suas massas e inversamente proporcional ao quadrado da distância entre elas” [6], ou seja:

$$\vec{F}(\vec{r}) = - \left(\frac{G \cdot Mm}{\|\vec{r}\|^2} \right) \cdot \frac{\hat{r}}{\|\vec{r}\|} \quad (1)$$

,onde G é constante universal da gravitação, ou seja $G = 6,67408 \cdot 10^{-11} m^3 kg^{-1} s^{-2}$ onde M e m correspondem às massas de duas partículas, e $\frac{\hat{r}}{\|r\|}$ é o vetor radial de posição das duas respectivas massas, G é uma constante gravitacional e $\vec{F}(\hat{r})$ o vetor de magnitude da força gravitacional. O sinal negativo é porque a força gravitacional é do tipo atrativa. A constante gravitacional G é dependente do tempo, e diminui com a idade do universo:

$$G(t) = G(t_0) \cdot \left(\frac{t_0}{t}\right)^\beta \tag{2}$$

com, $\beta < 1$ em que $G(t)$ é o valor da constante gravitacional no tempo t e $G(t_0)$ é o valor da constante gravitacional no momento da criação do universo que está sendo considerado. A segunda lei de Newton diz que quando uma força F é aplicada a uma massa, a sua aceleração a depende somente dessa força e da sua massa M [7]:

$$\vec{a}(t) = \frac{d^2 \vec{r}(t)}{dt^2} = \left(\frac{\vec{F}(r)}{M_i}\right) \tag{3}$$

Com base nas afirmações acima, o Algoritmo de Pesquisa Gravitacional (Gravitational Search Algorithm - GSA), que pode ser definido como segue. Para um conjunto do tipo $X = \{(x_1, x_2, x_3, \dots, x_n)\}$, existe um universo com n massas, de modo que $x_i \in \mathbb{R}^n$. Pode-se definir, em um momento específico t , a força que age sobre a massa i a partir da massa j na dimensão d da seguinte forma [8]:

$$F_{ij}^d(t) = G(t) \frac{M_i(t)m_j(t)}{r_{ij}(t) + \epsilon} \cdot (x_j^d(t) - x_i^d(t)) \tag{4}$$

Em que $r_{ij}(t)$ é a distância euclidiana entre as massas i e j , e ϵ é uma constante pequena. A fim de dar um comportamento estocástico para o GSA, assume a força total que age sobre a massa i em uma dimensão d como uma soma aleatória ponderada das forças exercidas de outros agentes [9]:

$$F_i^d(t) = \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^m (\gamma_j F_{ij}^d(t)) \tag{5}$$

O valor de γ_j denota um número gerado aleatoriamente entre 0 e 1. A aceleração da massa i em tempo t e dimensão d é dada por:

$$\vec{a}_i^d(t) = \frac{d^2 \vec{r}}{dt^2} = \left(\frac{\vec{F}_i^d(t)}{M_i(t)} \right) \quad (6)$$

em que a massa $M_i(t)$ é calculada do seguinte modo:

$$M_i(t) = \left[\frac{q_i(t)}{\left(\sum_{j=1}^m q_j(t) \right)} \right]_{i=1, \dots, n} \quad (7)$$

, onde temos que o valor de $q_i(t)$ é:

$$q_i(t) = \left(\frac{C_i(t) - \omega(t)}{b(t) - \omega(t)} \right) \quad (8)$$

Os termos $\omega(t)$ e $b(t)$ significam, respectivamente, as massas com melhor e pior valor de função objetivo. Portanto, se a qualidade da solução i na iteração t é maior do que a constante C na iteração t , então a massa da partícula i é positiva, e vice-versa. A constante C é determinada pela, seguinte equação:

$$C(t) = C_o \cdot \left[e^{\left(\frac{-t}{T} \right)^\beta} \right] \quad (9)$$

O termo $C_i(t)$ denota o vetor de características da massa i , ou seja, o conjunto de variáveis a serem otimizadas, as quais estão representadas pela massa i . Finalmente, para evitar soluções ótimas locais, somente as k melhores massas, ou seja, aquelas com maiores valores de função objetivo, vão atrair as outras. Seja κ um conjunto dessas massas. O valor de κ é definido como k_o no início do algoritmo e diminui com o tempo. Assim, a Equação 5 é reescrita como:

$$F_i^d(t) = \sum_{\substack{j \in \kappa \\ j \neq i}}^m (\gamma_j F_{ij}^d(t)) \quad (10)$$

A velocidade e a posição de atualização das massas serão das pelas seguintes equações abaixo:

$$v_i^d(t+1) = \gamma_j v_i^d(t) + a_i^d(t) \quad (11)$$

$$x_i^d(t+1) = x_i^d(t) + v_i^d(t+1) \quad (12)$$

3 ANÁLISE HÍBRIDA DO PSO-GSA

A ideia do algoritmo híbrido PSO-GSA, trabalha com a integralização de rotina de otimização de várias funções de referência discretas e contínuas, e se mostrou melhor do que ambos na maioria das funções. Um dos maiores problemas do GSA é a convergência prematura, que é devida ao fato da força da gravidade só atrair partículas umas às outras, e nunca repelir, sendo ainda não estudado este problema. No sistema híbrido PSO-GSA, podemos analisar que a força da gravidade tem uma inversa, chamada de anti-gravidade. Assim, quando uma partícula de massa positiva encontra uma partícula de massa negativa, elas não se atraem, mas, ao contrário, se repelem. O código MATLAB, foi usado com implementação do PSO-GSA usando a função 5, conforme ilustrado na figura 1. O número máximo de iterações = 1000, com resultados para a inicialização aleatória do PSO-GSA, com média de 30 execuções.

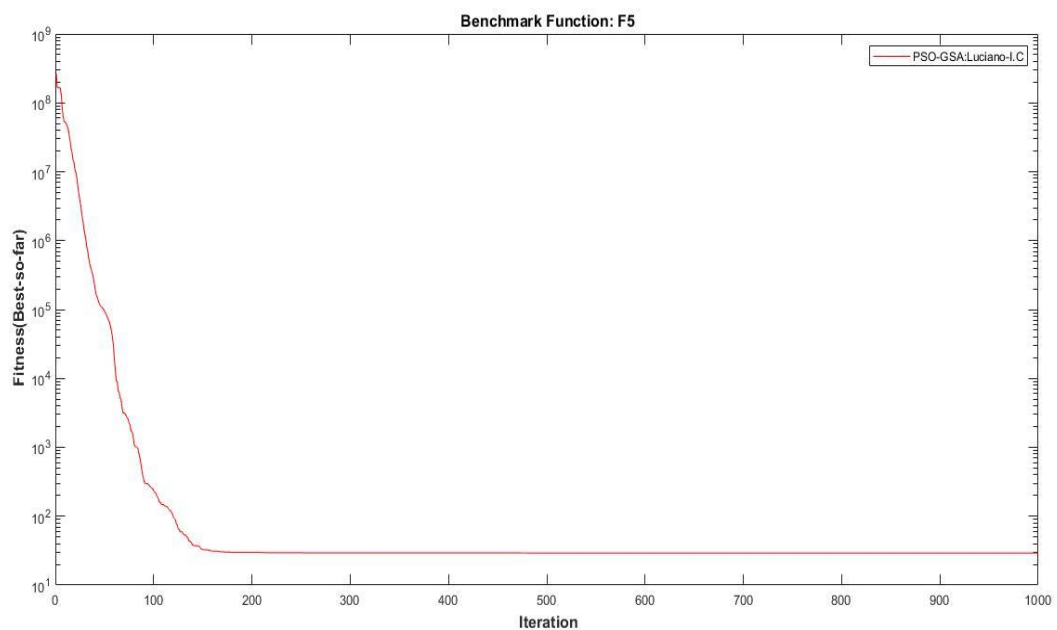


Figura 1. Implementação do PSO-GSA usando a função 5.

Fonte: Autor

O resultado analisado na figura 1, tem uma média de resultados usado o modelo de algoritmo PSO-GSA, onde observamos melhores soluções para a função F5, que converge

rapidamente nas primeiras iterações e pode se ajustar no local ideal para soluções do tipo ótimas.

CONCLUSÕES

Nos últimos anos, vários métodos de otimização heurística foram desenvolvidos. Alguns desses algoritmos são inspirados em comportamentos de enxame na natureza. Neste artigo, a análise simples aplicação híbrida do algoritmo (PSO-GSA) associando ao conceito da força gravitação em um sistema de partícula com na lei da gravidade e na noção de interações de massa.

O Algoritmo de Pesquisa Gravitacional com aplicação híbrida do algoritmo (PSO-GSA) é baseado nas leis da gravidade e da dinâmica de Newton. No PSO-GSA, temos um sistema isolado de massas. A força de atração gravitacional depende das massas dos corpos envolvidos. Quanto maior a massa, maior será a força de atração existente entre eles. O algoritmo já está bem difundido, tendo qualidade de convergência melhor que o algoritmo genético e enxame de partículas em inúmeras aplicações, com várias versões presentes nas literaturas recentes. A força gravitacional é, portanto, uma maneira de transferir informações entre diferentes massas. Notamos também que o modelo de algoritmo PSO-GSA, onde observamos melhores soluções para a função F5, que converge rapidamente nas primeiras iterações e pode se ajustar no local ideal para soluções do tipo ótimas.

AGRADECIMENTOS

O autor deste artigo agradece ao CNPq pelo o suporte financeiro.

REFERÊNCIAS

- [1] XIONG, N.; MOLINA, D.; ORTIZ, M.L.; HERRERA, F. A walk into metaheuristics for engineering optimization: principles, methods and recent trends. *International Journal of Computational Intelligence Systems* 8(4).p.606–636, 2015.
- [2] RASHEDI, E.; RASHEDI, E.; NEZAMABADI-POUR, H. A comprehensive survey on gravitational search algorithm. *Swarm and Evolutionary Computation* 41. p. 141–158, 2018.
- [3] Algoritmos Genéticos e Particle Swarm Optimization e suas aplicações problemas de Guerra Eletrônica. Disponível em: https://www.sige.ita.br/anais/IXSIGE/Artigos/GE_56.pdf. Acesso em: 03 de agost. 2020.
- [4] MIRJALILI, S; HASHIM, S.Z. M. A new hybrid PSOGSA algorithm for function optimization. In: *International Conference on Computer and Information Application (ICCI)*; December 3–5, 2010:374–377; Tianjin, China: IEEE Service Center.
- [5] SINGH, N.; SINGH, S.; SINGH, S. B. A New Hybrid MGBPSO-GSA Variant for Improving Function Optimization Solution in Search Space. *Evolutionary Bioinformatics* 13. p. 1–13, 2017.
- [6] NUSSENZVEIG, H.M. *Curso de Física Básica. Mecânica - Vol.1 , 5a Edição*, Editora Blucher/São Paulo. 2013. 394p.
- [7] DIAS,P.M. C. ; SANTOS, W. M. S.; SOUZA, M. T. M . A Gravitação Universal, um texto para o Ensino Médio. *Revista Brasileira de Ensino de Física* 26 (3). p.257–271,2004.
- [8] PIRES, R. G. *Restauração de Imagens Utilizando Projeções em Conjuntos Convexos e Algoritmos Evolucionistas*. 2014. 59f. Dissertação – (Mestrado) – Universidade Estadual Paulista "Júlio de Mesquita Filho -Instituto de Biociências, Letras e Ciências Exatas-UNESP, São José do Rio Preto-São Paulo.

[9] HARISH G. A hybrid PSO-GA algorithm for constrained optimization problems. Applied Mathematics and Computation 274. p.292–305, 2016.