

# SIMULAÇÃO DE CONTROLADORES DO TIPO PROPORCIONAL E INTEGRAL APLICADOS A UM MODELO DE BIORREATOR NÃO LINEAR

Leidiane Sousa Ferreira (UFOPA) E-mail leidiane.sousaf@gmail.com  
Larissa Arias Figueiredo Braga (UFOPA) E-mail larissa.arias88@gmail.com  
Gilson Fernandes Braga Junior (UFOPA) E-mail: gilson.braga@ufopa.edu.br

**Resumo:** Os biorreatores são sistemas utilizados para converter matérias-primas em produtos, sendo vitais para diferentes processos industriais. Os processos de reação nestes sistemas possuem dinâmica não linear, e podem apresentar comportamento instável dependendo do ponto de operação selecionado. Desta forma, foi realizado um estudo simulado de um sistema de controle de um biorreator contínuo instável, baseado no projeto de um controladores do tipo proporcional e integral (PI). Foi realizada a linearização das equações que descrevem o comportamento do biorreator em torno de um ponto de equilíbrio estável para o projeto pelo método de posicionamento de pólos, e a curva de resposta foi utilizada para projeto pelos métodos de Ziegler-Nichols e Cohen-Coon. As respostas em malha fechada para os três controladores foram obtidas, demonstrando que o projeto pelo método de posicionamento de pólos resultou em um sistema instável em malha fechada, porém os controladores desenvolvidos pelos métodos Ziegler-Nichols e Cohen-Coon foram capazes de controlar o sistema em torno do valor desejado, mantendo seu desempenho para uma variação de 10% no valor dos parâmetros do modelo, e também foram capazes de rejeitar um distúrbio do tipo degrau aplicado à variável manipulada, demonstrando que métodos simples de projeto podem ser aplicados para resolver este problema de controle.

**Palavras-chave:** Biorreatores, Controle PI, Posicionamento de Pólos, Curva de Reação, Linearização.

## SIMULATION OF PROPORTIONAL AND INTEGRAL TYPE CONTROLLERS APPLIED TO A NON LINEAR BIOREACTOR MODEL

**Abstract:** Bioreactors are systems used to convert raw materials into products, being vital to different industrial processes. The reaction processes in these systems present non linear dynamics, and can show unstable behavior depending on the selected operating point. Then, a simulated study was performed of a unstable continuous bioreactor control system, based on the project of controllers of Proportional and Integral (PI) type. The linearization of the equations that describe the bioreactor behavior around a stable equilibrium point was conducted to the design by pole placement method, and the response curve was used to the design by Ziegler-Nichols and Cohen-Coon methods. The closed loop responses for the three controllers were obtained, showing that the pole placement method resulted in a closed loop unstable system, however, the controllers developed by Ziegler-Nichols and Cohen-Coon were able to control the system around the desired value, keeping its performance by varying the model parameters 10% of their values, and also were capable of rejecting a step type disturbance applied at the manipulated variable, demonstrating that simple design methods can be applied to solve this type of control problem.

**Keywords:** Bioreactors, PI Control, Pole Placement, Reaction Curve, Linearization.

### 1. Introdução

Biorreatores consistem em recipientes nos quais são realizados processos químicos, que envolvem organismos ou substâncias bioquimicamente ativas, podendo ser esses processos aeróbicos ou anaeróbicos, servindo para o cultivo de células animais, para produção de proteínas recombinantes (proteínas produzidas artificialmente), hormônios e vacinas virais. (VICENTE, 2008). Outra aplicação para os biorreatores é a aplicação em tratamento de águas residuais com geração de biogás e hidrogênio (MAURINA, 2014).

De acordo com Amaral e Chenedezi (2014) existe uma grande variedade de reatores, e a indústria mostra que existe uma limitação no uso de bactérias recombinantes para a produção de produtos como insulina e hormônios para crescimento humano. O cultivo de células animais vem, portanto, principalmente da necessidade de produção destas substâncias não geradas pelos microrganismos recombinantes, podendo então estas células ser cultivadas nestes sistemas de reação.

Geralmente os biorreatores têm comportamento não linear e podem apresentar comportamento instável, portanto, para controlar este tipo de sistema é fundamental realizar o estudo do seu comportamento para determinar a melhor configuração de controle, e então realizar o projeto e implementação do controlador que satisfaça os requisitos definidos pelo projetista (SATISHKUMAR & CHIDAMBARAM, 1999).

Os controladores do tipo Proporcional e Integral (PI) são amplamente utilizados na indústria, sendo utilizado em sistemas com frequentes alterações de carga, sempre que o controlador proporcional, por si só, não seja capaz de reduzir o erro estacionário a um nível aceitável. Contudo, o sistema deve ter alterações de carga relativamente lentas para evitar oscilações induzidas pela ação integral. A sua popularidade decorre do fato de sua estrutura e seu ajuste serem simples, quando sintonizado adequadamente proporciona bom comportamento servo e regulatório ao processo controlado (LOURENÇO, 1996).

O modelo de biorreator estudado neste artigo apresenta características de não linearidade e instabilidade dependendo da sua faixa de operação, dessa forma, para a aplicação de técnicas de controle baseadas em sistemas lineares, é necessária a linearização para aproximar a descrição adequada à resposta dinâmica do sistema, possibilitando a realização de um projeto com ferramentas mais simples de utilizar que ferramentas não lineares. Por conseguinte, neste artigo investiga-se a utilização de técnicas de projeto de controladores PI através do posicionamento de pólos e pelos métodos baseados na curva de reação de Ziegler-Nichols e Cohen-Coon, avaliando o efeito da variação nos valores dos diferentes parâmetros do modelo e a rejeição de distúrbios.

## 2. Descrição do modelo do biorreator

Um diagrama de fluxo de um biorreator é mostrado na Figura 1, que consiste em um reator tanque contínuo (CSTR) com as seguintes especificações: o reator é selado, o volume, a temperatura e o pH da mistura do reator são constantes e a reação é uniforme. Neste sistema, o crescimento da biomassa ( $X$ ) ocorre a partir do substrato ( $S$ ) no tanque de reação, e para o sistema de controle, pode-se controlar uma destas duas variáveis a partir da manipulação da vazão de entrada ( $F$ ) ou da concentração de substrato na entrada  $S_f$ . Normalmente utiliza-se a taxa de vazão normalizada (taxa de diluição  $D$ ) como alternativa ao fluxo  $F$  como variável manipulada (ZHAO & SKOGESTAD, 1997).

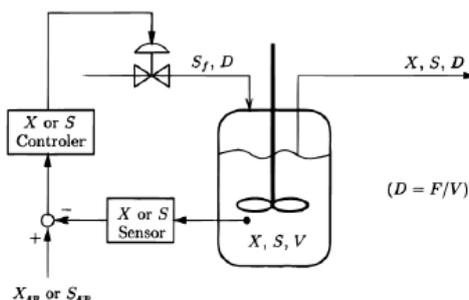


Figura 1 – Diagrama de fluxo de um biorreator contínuo (ZHAO e SKOGESTAD, 1997).

Neste projeto será controlada a concentração de massa celular X do reator variando a taxa de diluição D, e a concentração de substrato na entrada  $S_f$  será considerada como perturbação constante. Esta estrutura para controle é denominada turbidostato (SATSHKUMAR & CHIDAMBARAM, 1999). As equações (1) a (3) representam o biorreator nesta configuração de controle.

$$\frac{dX}{dt} = f(X, S, D) = (\mu - D)X \tag{1}$$

$$\frac{dS}{dt} = g(X, S, D) = (S_f - S)D - \frac{\mu X}{\gamma} \tag{2}$$

$$\mu = \frac{\mu_m S}{k_m + S + k_1 S^2} \tag{3}$$

Os parâmetros do modelo são apresentados na Tabela 1, em que  $\gamma$  é a relação entre a massa de células produzidas e a massa de substrato consumido (g/g),  $\mu$  é o coeficiente de taxa de crescimento específico ( $\mu_m$  sendo o seu valor máximo, em l/h),  $k_m$  é a constante de saturação do substrato (g/l) e  $k_1$  a constante de inibição do substrato (g/l). Os valores nominais destes parâmetros foram definidos de acordo com Satshkumar e Chidambaram (1999).

Tabela 1 – Parâmetros do modelo do biorreator contínuo não-linear.

Parâmetro	Valor	Unidade
$\gamma$	0,4	g/g
$\mu_m$	0,53	l/h
$k_m$	0,12	g/l
$k_1$	0,4545	g/l
D	0,3	l/h
$S_f$	4	g/l

Fonte: Satshkumar e Chidambaram (1999).

O sistema de equações possui três pontos de equilíbrio distintos para X e S (ambos em g/l), a partir da taxa de diluição constante da tabela 1, sendo um deles o par  $X = 0$  e  $S = 4$ , que caracteriza uma condição de *washout*, em que não há produção de biomassa, não sendo utilizado para operação em regime permanente. Outro par  $X = 1,5301$  e  $S = 0,1746$  é um ponto de equilíbrio estável, porém apresenta taxa de reação elevada, que pode levar à inibição do substrato com uma taxa de crescimento específico, sendo também evitado como ponto de operação. Por fim, o ponto de equilíbrio  $X = 0,9951$  e  $S = 1,5122$  é um ponto de equilíbrio instável, porém apresenta os valores em regime permanente desejados para operação do biorreator (ROSATO et. al., 2017).

### 3. Linearização do modelo

O modelo descrito pelas equações (1) a (3), a partir da aplicação de série de Taylor de primeira ordem, pode ser aproximado fazendo-se  $f_0 = f(X_0, S_0, D_0)$ ,  $g_0 = g(X_0, S_0, D_0)$  e a introdução das variáveis de desvio, como por exemplo  $\Delta X = X - X_0$  tem-se:

$$\frac{dX}{dt} = f_0 + \frac{\partial f}{\partial X} |_{X_0, S_0, D_0} \Delta X + \frac{\partial f}{\partial S} |_{X_0, S_0, D_0} \Delta S + \frac{\partial f}{\partial D} |_{X_0, S_0, D_0} \Delta D \tag{4}$$

$$\frac{dS}{dt} = g_0 + \frac{\partial g}{\partial X} |_{X_0, S_0, D_0} \Delta X + \frac{\partial g}{\partial S} |_{X_0, S_0, D_0} \Delta S + \frac{\partial g}{\partial D} |_{X_0, S_0, D_0} \Delta D \tag{5}$$

Considerando o sistema linearizado em torno do ponto de equilíbrio estável  $X_0 = 1,5301g/l$  e  $S_0 = 0,1747g/l$ , com  $D_0 = 0,3l/h$ ,  $f_0 = g_0 = 0$ , tem-se:

$$\frac{\partial f}{\partial X} |_{X_0, S_0, D_0} = \frac{\mu_m S_0}{k_m + S_0 + k_1 S_0^2} - D_0 \quad (6)$$

$$\frac{\partial f}{\partial S} |_{X_0, S_0, D_0} = X_0 \left( \frac{\mu_m (k_m + S_0 + k_1 S_0^2) - \mu_m S_0 (2S_0 k_1 + 1)}{(k_m + S_0 + k_1 S_0^2)^2} \right) \quad (7)$$

$$\frac{\partial f}{\partial D} |_{X_0, S_0, D_0} = -X_0 \quad (8)$$

$$\frac{\partial g}{\partial X} |_{X_0, S_0, D_0} = \left( \frac{1}{\gamma} \right) \left( \frac{\mu_m S_0}{k_m + S_0 + k_1 S_0^2} \right) \quad (9)$$

$$\frac{\partial g}{\partial S} |_{X_0, S_0, D_0} = -D_0 - \left( \frac{1}{\gamma} \right) \left( \frac{\mu_m (k_m + S_0 + k_1 S_0^2) - \mu_m S_0 (2S_0 k_1 + 1)}{(k_m + S_0 + k_1 S_0^2)^2} \right) \quad (10)$$

$$\frac{\partial g}{\partial D} |_{X_0, S_0, D_0} = S_f - S_0 \quad (11)$$

Substituindo os valores dos parâmetros e das variáveis em torno do ponto de equilíbrio, pode-se escrever o sistema na seguinte forma, em que  $\mathbf{x}$  é o vetor que representa as variáveis de desvio,  $\mathbf{u}$  é o desvio de entrada e  $y$  é a variável de saída do sistema:

$$\begin{bmatrix} \frac{dX}{dt} \\ \frac{dS}{dt} \end{bmatrix} = A\mathbf{x} + B\mathbf{u}; y = C\mathbf{x} \quad (12)$$

$$\begin{bmatrix} \frac{dX}{dt} \\ \frac{dS}{dt} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4,3716 * 10^{-6} & 0,9047 \\ -0,75 & -2,5618 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta X \\ \Delta S \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -1,5301 \\ 3,8254 \end{bmatrix} \Delta D \quad (13)$$

$$y = [1 \quad 0] \begin{bmatrix} \Delta X \\ \Delta S \end{bmatrix} \quad (14)$$

A partir das equações 13 e 14, a função de transferência que relaciona a variável de saída com a variável de entrada a partir da aplicação da transformada de Laplace nas equações do modelo em função do tempo  $G(s) = \frac{\Delta X(s)}{\Delta D(s)} = C(sI - A)^{-1}B$ , em que  $s$  representa uma variável complexa  $s = \sigma + j\omega$ , é:

$$G(s) = \frac{-1,53s - 0,4589}{s^2 + 2,562s + 0,6785} = -\frac{1,53}{(s + 2,2618)} \quad (15)$$

Sendo um sistema de primeira ordem pelo cancelamento do zero da função de transferência com o polo em -0,3. A Figura 2 a) apresenta a simulação do sistema desenvolvido no ambiente de simulação Simulink do Matlab®, incluindo as variáveis X e S dos sistemas não linear e linearizado, com pequenas variações da variável de entrada D em torno do ponto de equilíbrio selecionado, conforme apresentado na Figura 2 b).

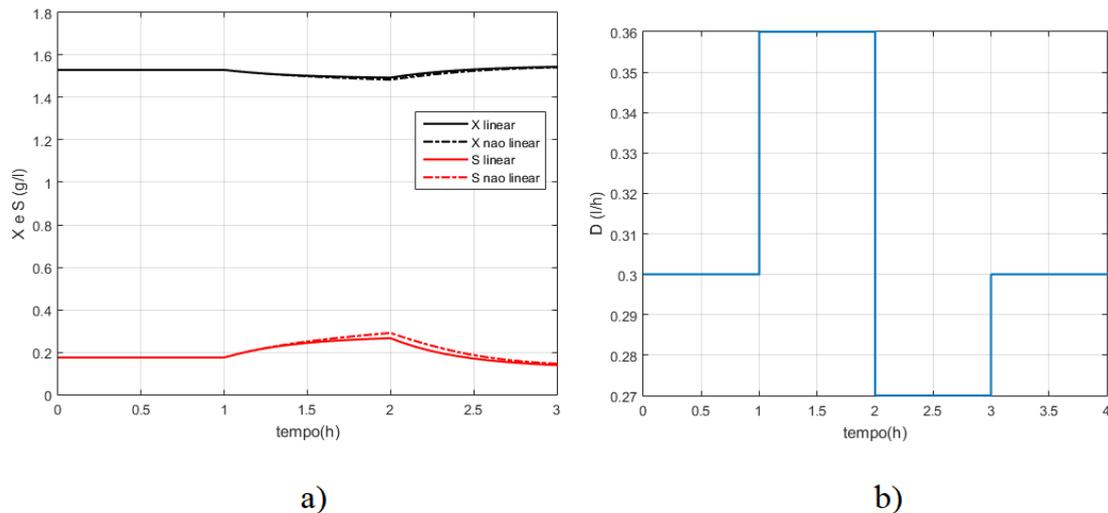


Figura 2 a) Curvas de X e S do sistema não linear e linearizado para pequenas variações em torno do valor do ponto de equilíbrio da variável de entrada D. b) Sinal de entrada D variando em função degrau, acima e abaixo do ponto de equilíbrio, para produzir os sinais da Figura 2 a).

#### 4. Síntese do controlador por posicionamento de polos

Seja uma função de transferência no formato:

$$G(s) = \frac{G_0}{(T_0s + 1)} = \frac{A(s)}{B(s)} \tag{16}$$

E um controlador proporcional e integral:

$$C(s) = K_p \left( 1 + \frac{1}{T_i s} \right) = \frac{C_1 s + C_0}{s} = \frac{N(s)}{D(s)} \tag{17}$$

Onde  $C_1 = K_p$  e  $C_0 = K_p/T_i$ , pode-se escrever a equação de malha fechada como:

$$G_{mf}(s) = \frac{G(s)C(s)}{1 + G(s)C(s)} = \frac{A(s)N(s)}{B(s)D(s) + A(s)N(s)} = \frac{(A(s) + N(s))/T_0}{s^2 + ((G_0 C_1 + 1)/T_0)s + G_0 C_0/T_0} \tag{18}$$

Escolhendo um par de polos desejados em malha fechada de valores -P1 e -P2, o polinômio desejado em malha fechada é:

$$P_d(s) = (s + P_1)(s + P_2) = s^2 + (P_1 + P_2)s + P_1 P_2 = s^2 + q_1 s + q_0 \tag{19}$$

Desta forma, igualando-se os coeficientes do polinômio do denominador em malha fechada com o polinômio desejado, pode-se calcular os ganhos do controlador  $K_p$  e  $T_i$ . Para o cálculo dos parâmetros, foi considerado o critério de tempo de assentamento para a variável controlada atingir 2% de seu valor final e permanecer dentro desta faixa de valores sendo igual a 5h, o máximo sobressinal igual a 5% do valor desejado da variável controlada (amortecimento igual a 0,7), para definir a dinâmica do sistema em malha fechada, com os polos complexo-conjugados de valores  $0,8+0,8162j$  e  $0,8-0,8162j$ .

#### 5. Síntese do controlador por curva de reação

Além do controlador proporcional e integral projetado pelo posicionamento de polos, foram desenvolvidos controladores PI com base na curva de resposta do sistema, modificando a taxa de 0,31/h para 0,361/h (Figura 2 b)), e a partir disto, foram aplicados

os métodos de Ziegler Nichols e Cohen-Coon para o cálculo dos parâmetros do controlador, de acordo com a tabela 2.

Tabela 2 – Obtenção dos parâmetros por meio dos métodos de Ziegler Nichos e Cohen-Coon.

Método	$K_p$	$T_i$
Ziegler-Nichols	$0,9P/NL$	$3,3L$
Cohen-Coon	$(0,9 + R/12)P/NL$	$L(30 + 3R)/(9 + 20R)$

Fonte: (FRANCHI, 2011).

Sendo  $L$  o tempo de atraso (que foi considerado de 0,1h para o projeto),  $N$  a taxa de reação (variação da variável controlada em função da constante de tempo  $T_0$ , ambas obtidas pelo gráfico, sendo a variação igual a -2,35% e  $T_0$  igual a 0,3h),  $R$  a relação de atraso ( $L/T_0$ ) e  $P$  a variação da perturbação de entrada, igual a 6%. Estes parâmetros foram obtidos diretamente do gráfico da resposta de saída a partir da perturbação na variável de entrada, conforme a Figura 3.

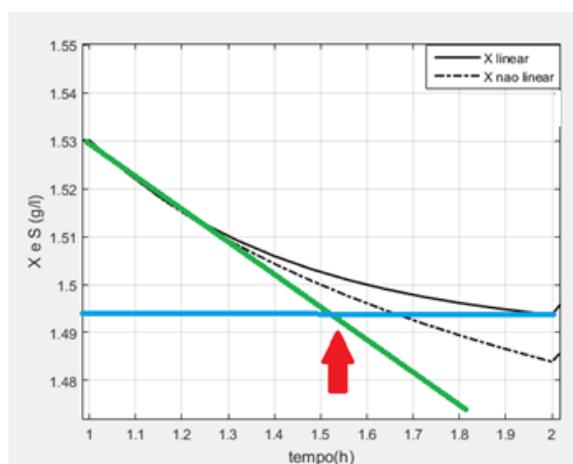


Figura 3 – Trecho da resposta à perturbação na variável de entrada para calcular os parâmetros de controladores utilizando os métodos Ziegler-Nichols e Cohen-Coon. A seta representa o ponto de cruzamento entre as duas retas, para identificar a variação da variável controlada ( $X$ ), e obter os parâmetros como constante de tempo (tempo necessário para a resposta atingir 63% de seu valor final) e tempo de atraso (considerado o valor de 0,1h para realização do projeto dos controladores). Utilizou-se a curva do sistema linearizado.

## 6. Simulação dos sistemas de controle

Os parâmetros dos controladores projetados podem ser visualizadas na Tabela 3. Foram realizadas simulações do sistema não linear no software Simulink, considerando primeiro o modelo linearizado partindo do ponto de equilíbrio  $X = 1,5301$  g/l e  $S = 0,1746$  g/l para  $X = 1$  g/l, que em malha aberta é instável, considerando o tempo de simulação de 10 horas para os três controladores projetados, conforme a Figura 4 a). A Figura 4 b) apresenta a simulação do sistema, mudando o valor da concentração de massa celular no início da simulação, considerando o sistema não linear. Na Figura 4, a curva de cor preta representa o sistema com o controlador projetado por posicionamento de pólos, a curva vermelha representa o controlador projetado por Ziegler-Nichols (Z-N) e curva púrpura apresenta o controlador projetado por Cohen-Coon(C-C).

Tabela 2 – Obtenção dos parâmetros por meio dos métodos de Ziegler Nichols e Cohen-Coon.

Método	Kp	Ti
Posicionamento de polos	0.4327	-0.5068
Ziegler-Nichols	-3.83	-3,3
Cohen-Coon	-4,54	-3,11

Fonte: (FRANCHI, 2011).

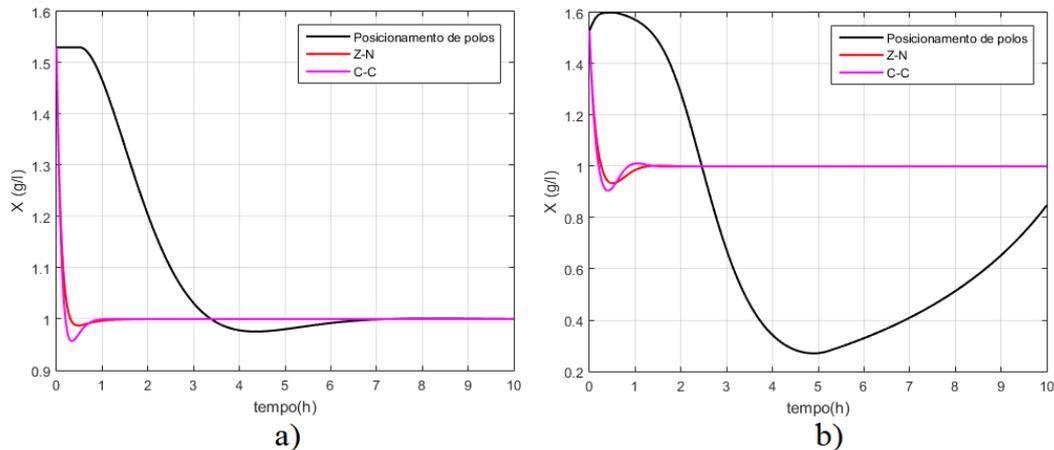


Figura 4 a) Resposta do sistema controlado - Sistema linearizado. b) Resposta do sistema controlado – Sistema não linear.

O sistema linearizado com o controlador PI projetado através do posicionamento de pólos apresentou um valor mínimo de undershoot de 2,7% do valor final para o valor inicial de 1,53 g/l da massa celular, abaixo dos 5% considerado. Porém, o sistema não linear apresentou comportamento instável, no tempo de simulação considerado oscilou entre os valores de 1,63 g/l e 0,23 g/l, inviabilizando o uso deste controlador. O sistema em malha fechada com o controlador projetado através do método de Cohen-Coon apresentou undershoot de 4,33% do valor valor final, também abaixo dos 5% considerado para o controlador através do posicionamento de pólos, e o sistema com o controlador pelo método de Ziegler-Nichols apresentou undershoot de apenas 1,26% do valor final.

Quanto ao sistema não linear, o controle através do método de Cohen-Coon apresentou *undershoot* de 10% do valor final, e controlando o sistema pelo método Ziegler-Nichols apresentou *undershoot* de 8%. Os sinais de controle para os três sistemas diferentes podem ser visualizados na Figura 5, a) e b). Percebe-se tanto no sistema linearizado quando no sistema não linear os esforços de controle para os sistemas com controladores projetados pelo método de Cohen-Coon e Ziegler-Nichols são mais elevados nos instantes iniciais (Taxa de diluição acima de 3,6l/h), sendo que o sistema controlado através do posicionamento de pólos inicia de um estado nulo.

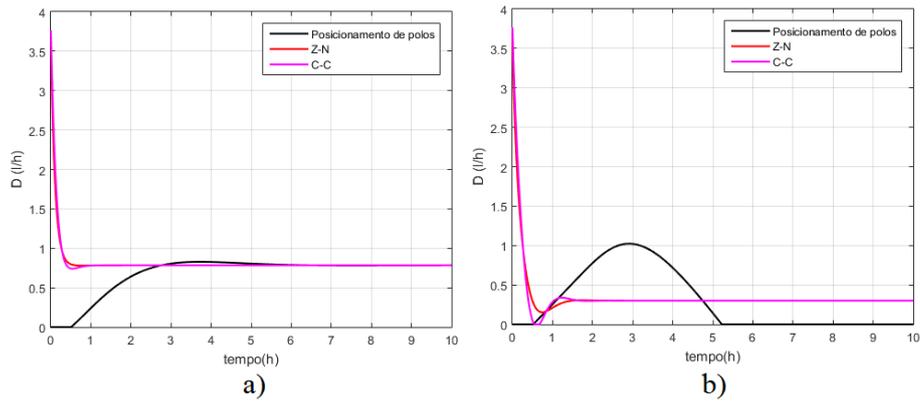


Figura 5 a) Sinais de Controle - Sistema linearizado. b) Sinais de Controle – Sistema não linear.

O sistema não linear foi simulado considerando variação nos parâmetros da tabela 1, acrescentando 10% do valor de cada parâmetro, sendo os resultados da simulação apresentados na Figura 6 a), resposta do sistema não linear e b), sinais de controle do sistema não linear. Percebe-se que para os sistemas controlados pelo projeto com Cohen-Coon e Ziegler Nichols se comportaram de forma satisfatória, mantendo o seu comportamento após a variação dos parâmetros do modelo, porém este apresentou uma pequena oscilação em torno do valor desejado da massa celular, entre 0 e 4,5 horas da inicialização do sistema. O sistema controlado por posicionamento de polos manteve seu comportamento como no caso anterior, porém, este tende para uma concentração de massa celular  $X$  aproximadamente igual a 0 g/l. Desta forma, para análise do sistema com perturbação em torno do valor de referência, este controlador não foi considerado.

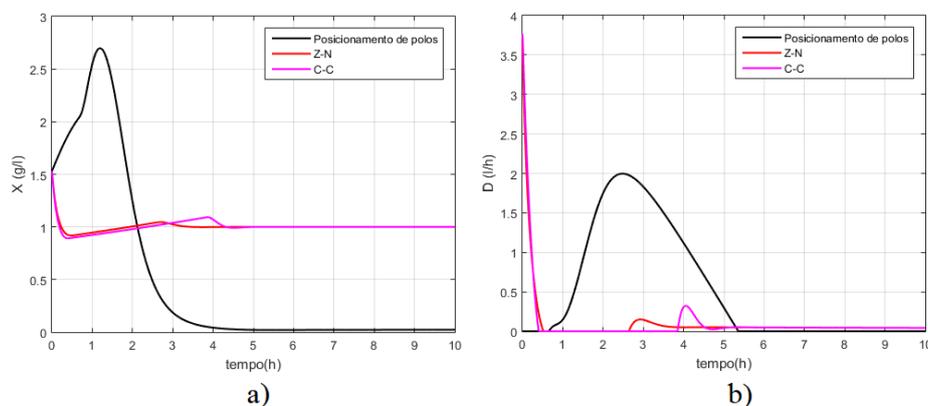


Figura 6 a) Sistema não linear em malha fechada com parâmetros modificado 10% a mais de seu valor. b) Sinais de Controle – Sistema não linear, dos sistemas com parâmetros modificados.

Para a verificação da rejeição de distúrbios, foi adicionado como distúrbio um pulso unitário no valor da taxa de diluição no instante de tempo de cinco horas, com uma hora de duração, para o sistema não linear controlado em malha fechada pelos controladores projetados pelo método Cohen-Coon e Ziegler-Nichols, conforme Figura 7 a), e o sinal de controle correspondente é apresentado na Figura 7 b). O sistema foi inicializado com o valor de  $X$  e  $S$  correspondente ao ponto de equilíbrio instável ( $X = 0,9951$  g/l e  $S = 1,5122$  g/l), e por conta disto, nos primeiros 30 minutos do tempo simulado houve um

pequeno *overshoot* no valor da variável controlada, que foi então regulado por ambos os controladores até o instante de aplicação do distúrbio. Apesar das variações em torno da variável controlada (de valor compatível com os *undershoots* produzidos nas Figuras 4 e 5), o sistema não linear foi capaz de rejeitar o distúrbio corretamente, tendo o sinal de controle de ambos com pico em 1,3 l/h de taxa de diluição.

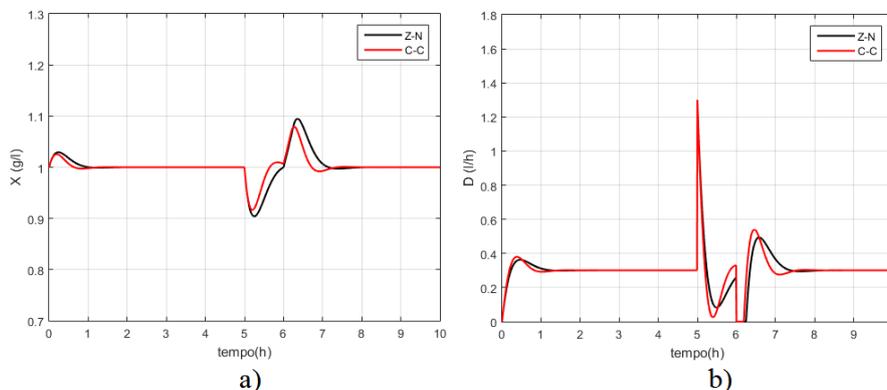


Figura 7 a) Resposta dos sistemas controlados à rejeição de distúrbios. b) Sinais de Controle dos sistemas com distúrbio.

## 6. Considerações Finais

A síntese de controladores do tipo proporcional e integral considerando a técnica do posicionamento de pólos, apesar de se comportar conforme especificado no projeto considerando o modelo linearizado, não foi capaz de realizar o controle da concentração de massa celular do modelo do biorreator não linear para os pontos de operação especificados. Porém, os controladores desenvolvidos com base na curva de reação, a partir da aplicação de uma perturbação na variável manipulada (taxa de diluição), ambos foram capazes de regular a variável controlada em um ponto de operação instável em malha aberta partindo de um ponto de operação estável, assim como mantiveram sua performance quando os parâmetros do modelo tiveram uma adição de 10% em seus valores, e também foram capazes de rejeitar distúrbios aplicados na variável manipulada no formato de pulso unitário.

Apesar da simplicidade do método abordado para o projeto dos controladores, as simulações realizadas indicaram um bom desempenho mediante a apresentação das curvas de resposta para os controladores projetados pela curva de reação, sendo uma alternativa em vez do projeto de controladores por técnicas mais complexas como controladores fuzzy Takagi-Sugeno, controle por modos deslizantes ou controle preditivo baseado em modelo. Entretanto, se uma das considerações de projeto consistir na redução do esforço de controle em um nível especificado pelo projetista, o que não foi considerado neste trabalho, outras alternativas precisariam ser consideradas para projeto. Desta forma, a investigação de projetos levando em conta sistemas de controle robustos, sendo considerada uma abordagem para possíveis trabalhos futuros.

## Referências

AMARAL, F. P. & CHENEDEZI, R. F. *Instalação e Testes de Biorreator e Desenvolvimento de Protocolo de Comunicação deste com Computador*. Trabalho de Conclusão de Curso – Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, São Paulo, 2014.

ROSATO, D. B., KIENITZ, K. L. & YONEYAMA, T. *Técnicas de controle não-lineares aplicadas em*

*processo de reação bioquímica. Anais do XII simpósio brasileiro de automação inteligente, 2017.*

**LOURENÇO, J.,** *Sintonia dos Controladores PID.* 1996. Disponível em <<http://todi.est.ips.pt/smarques/CS/Pid.pdf>>. Acesso em Junho de 2019.

**MAURINA, G. Z.,** *Análise Fluidodinâmica de Biorreator Destinado à Produção de Hidrogênio Utilizando Cfd.* Dissertação (Mestrado em Engenharia de Processos e Tecnologias) - Centro de Ciências Exatas e Tecnologia, Universidade de Caxias do Sul, Caxias do Sul, 2014.

**SATISHKUMAR, B. & CHIDAMBARAM, M.,** *Control of Unstable Bioreactor Using Fuzzy Tuned PI Controller.* Bioprocess Engineering, 20, p.127-132, Springer-Verlag, 1999.

**VICENTE, B. G. G. L. Z.,** *Modelagem do Transporte de em um Biorreator para Cultivo de Célula Animal.* Trabalho de Conclusão de Curso – Escola de Engenharia de São Carlos da Universidade de São Paulo, 2008.

**ZHAO, Y. & SKOGESTAD, S.,** *Comparison of Various Control Configurations for Continuous Bioreactors.* Process Design And Control, American Chemical Society, Ind. Eng. Chem. Res., Vol 36, No. 3, p. 697-705, 1997.