

ANÁLISE PROBABILÍSTICA DE UM PAVIMENTO DE CONCRETO SUBMETIDO A UM GRADIENTE TÉRMICO EM REGIME PERMANENTE

Albert Willian Faria (UFTM) E-mail: albert.faria@uftm.edu.br

Resumo: Neste trabalho é apresentada a análise probabilística de um pavimento de concreto submetido a um gradiente térmico para o estudo em regime permanente de tensões e deslocamentos. O pavimento de concreto é composto por três camadas: uma placa de concreto seguida de uma base de concreto rolado sob uma sub-base de poliuretano. Dois modelos 3D são implementados através do método dos elementos finitos no software ANSYS, um determinístico e outro probabilístico. As incertezas são presentes: na geometria, nas propriedades termomecânicas dos materiais e no gradiente térmico, e são implementadas via simulação de Monte Carlo. Este modelo permite demonstrar como as incertezas afetam as variáveis de saída, que incluem: tensões e deslocamentos verticais, na placa de concreto. Os elementos hexagonais Solid170 e Solid185, com respectivamente um grau ou três de liberdade por nó e oito nós, são empregados na análise termomecânica do pavimento. Os deslocamentos sofridos pela placa de concreto no modelo determinístico são comparados e validados com trabalhos da literatura científica. Com o modelo probabilístico são obtidas as estatísticas e funções de probabilidade associadas as respostas do pavimento. Além disso, os resultados probabilísticos demonstram que as propriedades termomecânicas do poliuretano da sub-base são pouco influentes nas tensões e deslocamentos sofridos pelo pavimento, sendo o módulo de Young da placa, os coeficientes de expansão térmica da placa e da base e o gradiente térmico as mais influentes.

Palavras-chave: Pavimento de concreto, Análise de Sensibilidade, Análise Probabilística, Monte Carlo, MEF.

PROBABILISTIC DESIGN ANALYSIS OF A CONCRETE FLOOR SUBMITTED TO A STEADY-STATE TEMPERATURE GRADIENT

Abstract: Probabilistic analysis of a concrete pavement submitted to a steady-state temperature gradient is presented to study its stresses and displacements. The concrete floor consists of three layers: a concrete plate followed by a rolled concrete base under a polyurethane sub-base. Two 3D models are implemented through the finite element method with ANSYS software, one deterministic and other probabilistic. Uncertainties in geometry, thermomechanical material properties and thermal gradient are implemented by Monte Carlo simulation. This model describe how uncertainties affects output stresses and vertical displacements variables in the concrete slab. The hexagonal elements Solid170 and Solid185, with respectively one or three degree of freedom per node and eight nodes, are in the thermomechanical analysis of the pavement. Numerical results obtained in scientific literature are used to compare and validate those with are obtained by means deterministic model. Statistics and cumulative distribution functions associated with some responses of the plate are obtained using the probabilistic model. In addition, the probabilistic results show that the thermomechanical properties of the sub-base have less significance in the stresses and displacements suffered by the pavement. Young's modulus and thermal expansion coefficient of the plate, thermal expansion coefficient of the base and the thermal gradient are the most significant input variables between output parameters of the pavement.

Keywords: Concrete pavement, Sensitivity Analysis, Probabilistic Analysis, Monte Carlo, FEM.

1. Introdução

Pavimentos de concreto são estruturas sujeitas a cargas repetidas devido ao tráfego de veículos, variações de temperatura e humidade e a sobrecargas ao longo de sua vida útil de serviço.

Segundo Maitra et al. (2013), a variação da temperatura no pavimento de concreto afeta as tensões de duas maneiras distintas. A variação diária da temperatura causa mudanças rápidas no gradiente térmico ao longo da profundidade do pavimento. A placa de concreto tende a empenar-se para cima ou para baixo quando é sujeita a uma diminuição ou a um aumento da variação da temperatura através de sua espessura. Em países de clima tropical (quente e úmido) como o do Brasil, com exceção dos dias úmidos e nublados, no período diurno a temperatura no topo do pavimento normalmente é maior do que no fundo. Com isso, a superfície do pavimento tende a se expandir em relação à sua linha neutra, enquanto o fundo tende a se contrair. Devido ao seu peso próprio, a placa de concreto é impedida de empenar, resultando no desenvolvimento de tensões de empenamento no pavimento.

Harr e Leonards (1959) apud Raia et al. (2010b), em um dos trabalhos numéricos pioneiros nesse campo de pesquisa, mostraram que diferenciais de temperatura de apenas 2,0 °C entre a superfície e o fundo do pavimento já podem provocar tensões elevadas na placa de concreto.

A grande maioria dos trabalhos científicos sobre o comportamento termomecânico dos pavimentos de concreto não leva em conta a grande dispersão e incertezas existentes nos seus parâmetros de projeto. De acordo com Wu et al. (2017), a análise da sensibilidade das variáveis do projeto de pavimentos tem sido largamente estudada a partir de 2004 com a publicação do MEPDG (Mechanistic-Empirical Pavement Design Guide) da AASHTO. Análise da sensibilidade é um procedimento estatístico usado para avaliar a variabilidade dos dados de saída de um modelo devido à variação dos seus dados de entrada (WU et al., 2017). Alguns dos trabalhos científicos que utilizam os conceitos do MEPDG focam-se em um grupo particular de parâmetros de entrada no projeto do pavimento tais como: o tráfego ou o clima, enquanto outros visam investigar a sensibilidade geral do MEPDG identificando os parâmetros de entrada mais importantes ao longo de sua vida útil.

De acordo com a AASHTO (2015), as variáveis de entrada tipicamente utilizadas no projeto de pavimentos de concreto incluem: o tráfego (tipo, volume, configuração da distribuição de carga por eixo, pressão dos pneus e etc), o clima (temperatura, velocidade do vento, recobrimento por nuvens, precipitação e humidade relativa) e as propriedades dos materiais (módulo de resiliência, classificação e volume de materiais usados como sub-base e camadas de suporte não aderidas, coeficiente de Poisson, peso específico, condutividade, calor específico e outras).

O presente trabalho visa investigar o efeito das incertezas associadas: ao gradiente térmico, as propriedades termomecânicas dos materiais e aquelas ligadas a geometria do pavimento (espessura das camadas) nas respostas termomecânicas de um pavimento de concreto, em termos de tensões e deslocamentos, sem levar em consideração a condições de tráfego, clima (de maneira direta), humidade e fissuração no concreto. Para atingir esse objetivo, o presente trabalho propõe a obtenção de dois modelos numéricos, um determinístico e outro probabilístico, de um pavimento formado por três camadas: placa, base e sub-base e sujeito a um gradiente térmico e estudados em regime permanente. Ambos os modelos são implementados numericamente via método dos elementos finitos (MEF) na plataforma computacional ANSYS. E, especificamente o modelo probabilístico emprega a simulação de Monte Carlo na definição das incertezas e propagação aleatória em suas variáveis de entrada.

Devido a simetria geométrica do pavimento os dois modelos 3D são simplificados, considerando somente a modelagem de ¼ da estrutura. Tensões e deslocamentos obtidos no estudo do pavimento de concreto sujeito ao gradiente térmico são comparados com outros

resultados disponíveis na literatura científica para a validação do modelo determinístico. As incertezas nos parâmetros de entrada do modelo probabilístico são obtidas através de dados disponíveis na literatura científica, e o modelo probabilístico resultante é analisado qualitativamente, em termos estatísticos (obtenção de funções de probabilidade das variáveis de saída) e de sensibilidade das variáveis de saída em relação as de entrada.

2. Abordagem probabilística no projeto de pavimentos de concreto

As equações que descrevem o comportamento termomecânico do pavimento de concreto já são bem conhecidas desde as primeiras décadas do século 20 com o trabalho pioneiro de Westergaard baseado na teoria da Elasticidade, no entanto, quando se interessa no estudo probabilístico de pavimentos multicamadas, soluções analíticas não são disponíveis na literatura. Neste caso, uma estratégia que ganhou força nas últimas décadas com o advento e desenvolvimento dos micro computadores é o uso de métodos numéricos, como o MEF levando em conta incertezas nas variáveis de entrada nos modelos implementados.

Uma das maneiras de se considerar incertezas nas variáveis de projeto de uma estrutura modelada via MEF é através da simulação de Monte Carlo, dando origem ao MEF probabilístico. Segundo Beck (2019), contam a favor da simulação de Monte Carlo a sua facilidade de implementação computacional, a generalidade em lidar com diferentes problemas e a robustez das soluções. Uma simulação de Monte Carlo envolve a definição de: funções de probabilidade, gerador de número aleatórios e técnicas de amostragem. Durante uma simulação típica de Monte Carlo, evita-se repetir as variáveis aleatórias avaliadas nas amostragens anteriores. Segundo Beck (2019), técnicas de amostragem inteligente têm sido desenvolvidas, tal como o Hipercubo Latino, para reduzir o número necessário de amostras. Na amostragem com o Hipercubo Latino o domínio de cada variável aleatória do problema é dividido em faixas amostradas uma única vez, resultando numa distribuição esparsa dos pontos no domínio (BECK, 2019).

Uma dificuldade da modelagem probabilística de pavimentos de concreto submetidos a um gradiente térmico está na obtenção das estatísticas associadas a suas variáveis de projeto. Neste sentido, alguns trabalhos disponíveis na literatura científica, como os de Lytton e Zollinger (1993), Shin et al. (1999) e Banerjee (2016), contém alguns parâmetros estatísticos necessários para o estudo probabilístico de pavimentos de concreto. Na falta de parâmetros é comum em problemas de engenharia a adoção de distribuição de probabilidade Gaussiana com covariância de 5%.

A distribuição das variáveis aleatórias na simulação de Monte Carlo é realizada neste trabalho pela técnica Hipercubo Latino. Além disso, o modelo probabilístico empregado no estudo das incertezas do pavimento de concreto utiliza múltiplos parâmetros aleatórios de entrada, em detrimento a alguns outros trabalhos que exploram apenas uma variável de entrada por vez, mantendo as demais variáveis constantes.

3. Resultados e Discussão

O pavimento de concreto em estudo foi proposto nos trabalhos numérico e experimental de Bandeira et al. (2009), Raia et al. (2010a) e Raia et al. (2010b). Esse pavimento é formado por uma placa de concreto de dimensões planas 1,78 m x 3,00 m e espessura 0,15 m, apoiada em uma base de concreto rolado de espessura 0,10 m, apoiada por sua vez em uma sub-base (subleito) de poliuretano de espessura 0,15 m, conforme ilustrado na Figura 1a.

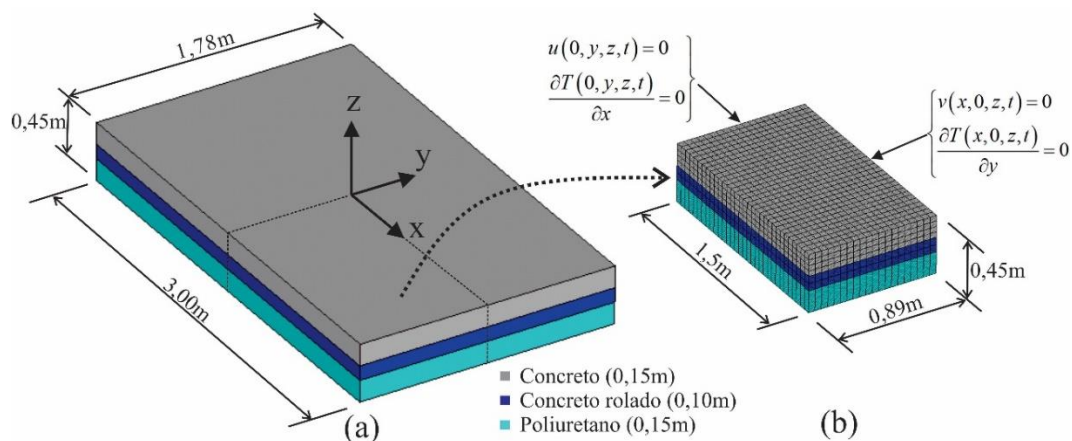


Figura 1. Geometria do pavimento de concreto (a) e modelagem de ¼ do pavimento via MEF com aplicação das condições de simetria (b).

Dois modelos numéricos, um determinístico (MD) e outro probabilístico (MP), são implementados no ANSYS para a análise do pavimento de concreto submetido a um gradiente térmico estudados em regime permanente.

As propriedades térmicas e mecânicas dos materiais constituintes do pavimento variam conforme modelo implementado. Para o MD as propriedades são definidas pela Tabela 1 e para o MP pelas Tabelas 1 e 2.

Tabela 1. Propriedades termomecânicas dos materiais empregados na modelagem do pavimento de concreto

Material	Condutividade térmica $W/(^{\circ}C.m)$	Coef. de expansão $^{\circ}C^{-1}$	Calor específico $J/(kg.^{\circ}C)$	Densidade kg/m^3	Módulo de Young MPa	Coef. de Poisson -
Concreto	$8,00 \times 10^{-1}$	$1,1 \times 10^{-5}$	1000	2400	48600	0,20
Concreto rolado	$8,00 \times 10^{-1}$	$1,1 \times 10^{-5}$	1000	2400	36000	0,20
Poliuretano	$2,50 \times 10^{-2*}$	$1,00 \times 10^{-6*}$	1500*	40*	4,00	0,20*

Fonte: Raia et al. (2010a), com exceção dos valores adotados em (*).

A Tabela 2 apresenta as variáveis aleatórias de entrada do MP, seus símbolos e suas estatísticas. Conforme os dados fornecidos nesta tabela, para cada variável de entrada (mecânica ou térmica) são definidos o tipo função de distribuição de probabilidade e a sua covariância (Cov), no caso de distribuição Gaussiana, ou os valores máximo e mínimo, caso seja uma distribuição Uniforme. As covariâncias das variáveis aleatórias são obtidas nos trabalhos de Lytton e Zollinger (1993), Shin et al. (1999) e Banerjee (2016). Com exceção do gradiente térmico, uma distribuição Gaussiana com Cov de 5% é definida para as demais variáveis aleatórias cujos parâmetros probabilísticos não foram encontrados na literatura.

Tabela 2. Parâmetros estatísticos das variáveis mecânicas e térmicas do pavimento de concreto

	Propriedades	Símbolo	Cov (σ/μ)	Máximo e Mínimo	Distribuição Probabilística
Mecânica	Espessura da placa ⁽¹⁾	h_1	8,5%	-	Gaussiana
	Espessura da base ⁽¹⁾	h_2	12,5%	-	Gaussiana
	Espessura da sub-base ⁽¹⁾	h_3	8,5%	-	Gaussiana
	Densidade da placa ⁽¹⁾	ρ_1	7,5%	-	Gaussiana
	Densidade da base ⁽¹⁾	ρ_2	12,5%	-	Gaussiana
	Densidade da sub-base ⁽¹⁾	ρ_3	15%	-	Gaussiana
	Módulo Young da placa ⁽¹⁾	E_1	15%	-	Gaussiana
	Módulo Young da base ⁽¹⁾	E_2	14%	-	Gaussiana
	Módulo Young da sub-base ⁽¹⁾	E_3	15%	-	Gaussiana
	Coefficiente de Poisson da placa ⁽²⁾	ν_1	3%	-	Gaussiana
	Coefficiente de Poisson da base ⁽²⁾	ν_2	3%	-	Gaussiana
	Coefficiente de Poisson da sub-base ⁽²⁾	ν_3	3%	-	Gaussiana
Térmica	Calor específico da placa ⁽³⁾	c_1	15%	-	Gaussiana
	Calor específico da base ⁽³⁾	c_2	15%	-	Gaussiana
	Calor específico da sub-base ^(*)	c_3	5%	-	Gaussiana
	Coefficiente de condutividade térmica da placa ⁽³⁾	k_1	5,49%	-	Gaussiana
	Coefficiente de condutividade térmica da base ⁽³⁾	k_2	5,49%	-	Gaussiana
	Coefficiente de condutividade térmica da sub-base ^(*)	k_3	5%	-	Gaussiana
	Coefficiente de expansão térmica da placa, base e sub-base ^(*)	$\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$	5%	-	Gaussiana
	Gradiente térmico na placa de concreto ^(*)	δt	-	$\pm 6,67^\circ\text{C/m}$	Uniforme

Fontes: ⁽¹⁾ Lytton and Zollinger (1993), ⁽²⁾ Shin et al. (1999) e ⁽³⁾ D.K. Banerjee (2016). ^(*) são parâmetros adotados. O valor de cada uma das propriedades de (1), (2) e (3), é a média dos valores apresentados em cada um desses trabalhos.

O valor médio de cada uma das variáveis aleatórias de entrada é apresentado na Tabela 1. Já o gradiente térmico fornecido na Tabela 2 corresponde a uma variação de $\pm 1^\circ\text{C}$ no valor do diferencial térmico (ΔT) aplicado na placa de concreto no MD.

Os resultados numéricos obtidos com o MD são comparados aos obtidos em outros trabalhos disponíveis na literatura científica em vista de sua validação numérica. Já o MP, considerado uma extensão do MD, adota incertezas nos parâmetros de entradas do pavimento em vista aos estudos estatístico e de sensibilidade.

Esses dois modelos 3D são obtidos via MEF no ANSYS e empregam os mesmos tipos de elementos, a mesma malha e as mesmas condições de contorno e de simetria, conforme ilustrado na Figura 1b.

De acordo com o tipo de análise, térmica ou mecânica, dois tipos de elementos do ANSYS: Solid70 e Solid185, são utilizados na modelagem numérica do pavimento, sendo o primeiro utilizado na análise térmica e o segundo na mecânica. Esses dois elementos possuem campos termomecânicos acoplados, tem forma hexagonal e apresentam oito nós, sendo um (temperatura (T)) ou três graus de liberdade (translações nas direções X, Y e Z, ou seja: u, v e w) por nó conforme o tipo de análise.

Com vista a redução de custo e tempo de processamento computacional na solução, principalmente do modelo probabilístico, optou-se pela modelagem de apenas um quarto do pavimento de concreto (conforme ilustrado na Figura 1b), com o emprego das condições de

contorno termomecânicas ilustradas na Figura 1b, ou seja: (1) gradientes térmicos $\frac{\partial T}{\partial x}$ e $\frac{\partial T}{\partial y}$ nulos nas faces $X = 0$ e $Y = 0$, respectivamente, e, (2) deslocamentos u e v nulos nas faces $Y = 0$ e $X = 0$, respectivamente, conforme sistema de eixos globais X-Y-Z ilustrado na Figura 1a. Além dessas condições de simetria, os deslocamentos u , v e w são impedidos na face $Z = -0,45\text{m}$.

Os dois modelos implementados apresentam 5544 gdl na análise térmica empregando o elemento Solid170 e 16.632 gdl na análise mecânica usando o elemento Solid185. Ambos os modelos apresentam um total de 4480 elementos, sendo 32 elementos na direção X e 20 na direção Y, como pode ser visualizado na Figura 1(b). Além disso, a placa, a base e a sub-base do pavimento foram discretizadas respectivamente com quatro, dois e um elementos ao longo de sua espessura, conforme ilustrado Figura 1b.

3.1 Análise determinística do pavimento de concreto sujeito a um gradiente térmico

A presente aplicação numérica é baseada no trabalho de Raia et al. (2010a) dedicado ao estudo experimental e numérico do empenamento térmico de um pavimento de concreto, cujas dimensões e disposições das camadas são ilustradas na Figura 1a. As propriedades térmicas e mecânicas de cada um dos materiais constituintes do pavimento são apresentadas no Tabela 1.

Para o estudo do comportamento mecânico, em termos de obtenção de deslocamentos e tensões, no pavimento de concreto sujeito a um carregamento térmico, Raia et al (2010a) propuseram um modelo tridimensional utilizando os elementos Solid45, Link10 e Combin39 no ANSYS. O elemento sólido Solid45 apresenta oito nós e três gdl por nó, ou seja, translações u , v e w respectivamente nas direções X, Y e Z. Esse elemento é utilizado na discretização da placa e da base do pavimento. Para a simulação do comportamento da interface entre a placa e a base, os autores associaram dois elementos unidimensionais de dois nós e três gld por nó (u , v e w), o Link10 e o Combin39, para simular o efeito do descolamento entre placa e base. Raia et al. (2010a) propõem também o uso do elemento Link10 na modelagem da sub-base para simular os seus efeitos de tração e de compressão. Para a criação da base com este elemento somente é necessária a definição, pelos autores, do módulo de Young (E_3) do poliuretano, conforme indicado na Tabela 1. As demais propriedades do poliuretano informadas nesta tabela foram obtidas neste trabalho através de catálogos de fabricantes conforme o valor do E_3 do material.

Para o estudo termomecânico do pavimento, um gradiente térmico igual a $108,67^\circ\text{C}/\text{m}$ é imposto na placa de concreto (conforme ilustrado na Figura 2a), correspondente a aplicação das temperaturas de $39,7^\circ\text{C}$ e $23,4^\circ\text{C}$ (ou seja, $\Delta T = 16,3^\circ\text{C}$) respectivamente nas faces superior e inferior da placa, conforme ilustrado na Figura 2b. Como pode ser visto na Figura 2c não existe fluxo térmico na base e sub-base do pavimento.

Em seu estudo, Raia et al. (2010a) obtiveram $0,47 \times 10^{-3}$ m como máximo deslocamento vertical no centro ($X = 0$, $Y = 0$, $Z = 0$) da placa de concreto e $-0,78 \times 10^{-3}$ m em sua borda ($X = 1,5$ m, $Y = -0,89$ m, $Z = 0$). Como esperado, a placa empena-se na forma convexa ilustrada na Figura 2d e obtida no presente trabalho.

Na simulação numérica proposta nesse artigo, os valores do máximo deslocamento vertical no centro e na borda da placa de concreto são iguais respectivamente a $0,452 \times 10^{-3}$ m e $-0,736 \times 10^{-3}$ m (conforme ilustrado na Figura 2d, considerando o modelo completo da placa), ou seja, 4,25% e 5,13% (usando duas casas decimais) abaixo dos valores obtidos por Raia et al. (2010a). Esses resultados podem ter se divergido devido as diferentes hipóteses simplificadoras adotadas entre ambos os modelos, já comentadas anteriormente. Além disso, neste trabalho a interface entre a placa e base é considerada perfeitamente aderida, ou seja, o efeito do descolamento é desprezado, o que também pode ter contribuído para a diferença entre os resultados obtidos entre ambos os modelos.

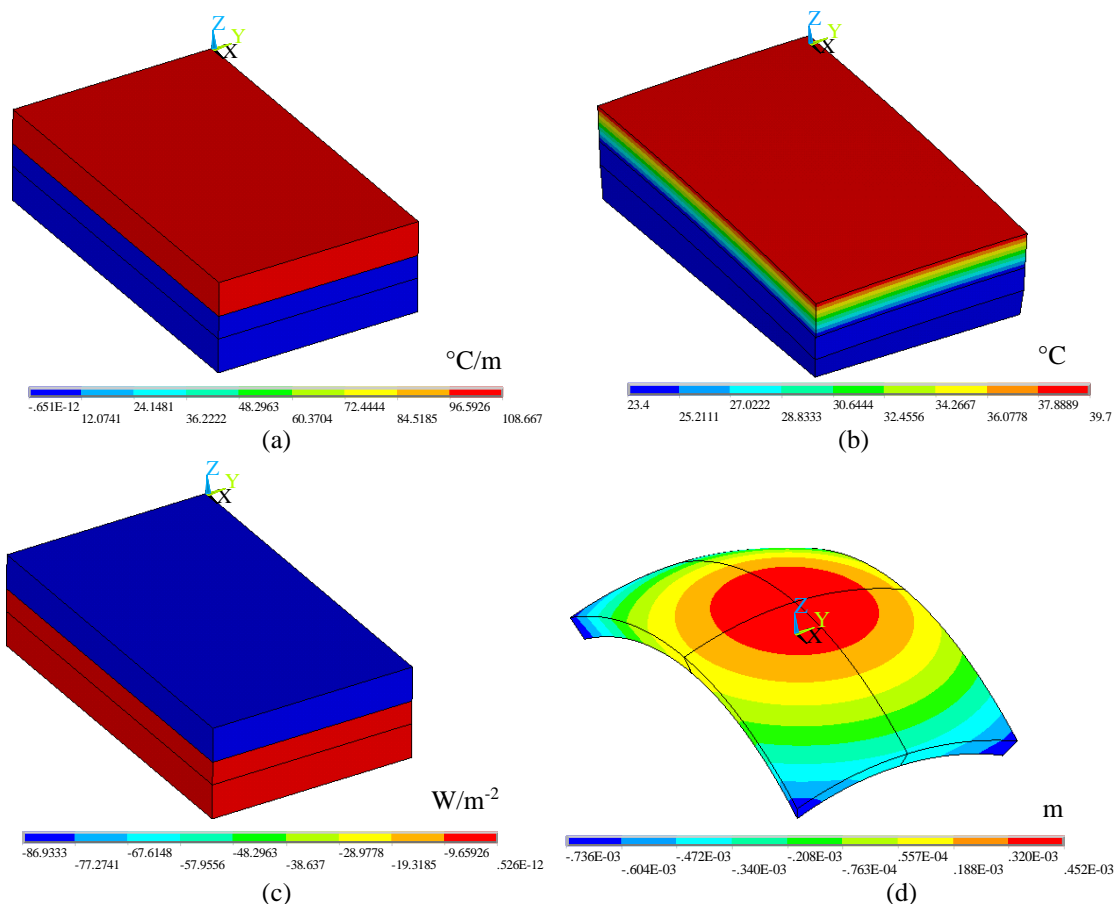


Figura 2. Resultados obtidos na análise termomecânica do pavimento em termos de: (a) gradiente térmico, (b) distribuição da temperatura, (c) fluxo térmico, (d) deslocamento na placa considerando modelo completo.

3.2 Análise probabilística do pavimento sujeito a um gradiente térmico

Nas simulações probabilísticas do pavimento de concreto ilustrado na Figura 1, o número de amostragem foi variado de maneira contínua até a verificação da convergência dos resultados estatísticos, sendo adotado neste trabalho 1000 amostras na simulação de Monte Carlo.

As variáveis de entrada utilizadas na análise probabilística do pavimento e informadas na Tabela 2 incluem: a espessura (h_i), a densidade (ρ_i), módulo de Young (E_i), o coeficiente de Poisson (ν_i), o calor específico (c_i), o coeficiente de condutividade térmica (k_i), o coeficiente de expansão térmica (α_i) e o gradiente térmico (δt). O índice (i), com $i = 1$ a 3 , é utilizado para designar respectivamente a placa, a base ou a sub-base do pavimento. Ao todo foram adotadas vinte e duas variáveis aleatórias de entrada. Somente as dimensões em planta do pavimento, ou seja, $L_x = 3,00$ m e $L_y = 1,78$ m, são não aleatórias.

As variáveis aleatórias de saída, obtidas após a solução do MP, incluem os deslocamentos verticais (u_{zc} , u_{zb}), as tensões normais (σ_x , σ_y , σ_z), as tensões cisalhantes (τ_{yz} , τ_{xz} e τ_{xy}) e as tensões normais principais σ_1 e σ_3 atuantes na placa de concreto. As tensões normais são obtidas nos pontos da placa cujos valores assumem o máximo valor positivo e as tensões cisalhantes nos pontos de máximo valor absoluto. Já as tensões normais principais σ_1 e σ_3 são obtidas respectivamente nos pontos da placa onde ocorrem os seus máximos valores positivo e negativo. As tensões σ_1 e σ_3 são utilizadas comumente da avaliação da resistência mecânica do

material por meio do emprego de diferentes critérios de falha (como por exemplo o de Mohr-Coulomb para materiais frágeis).

A Figura 3a ilustra os valores médios do deslocamento vertical u_{zc} em termos do número de amostras utilizados na simulação de Monte Carlo, considerando um limite de confiança igual a 95%. Essa figura demonstra a convergência do valor médio dessa variável aleatória de saída conforme o aumento do número de amostras.

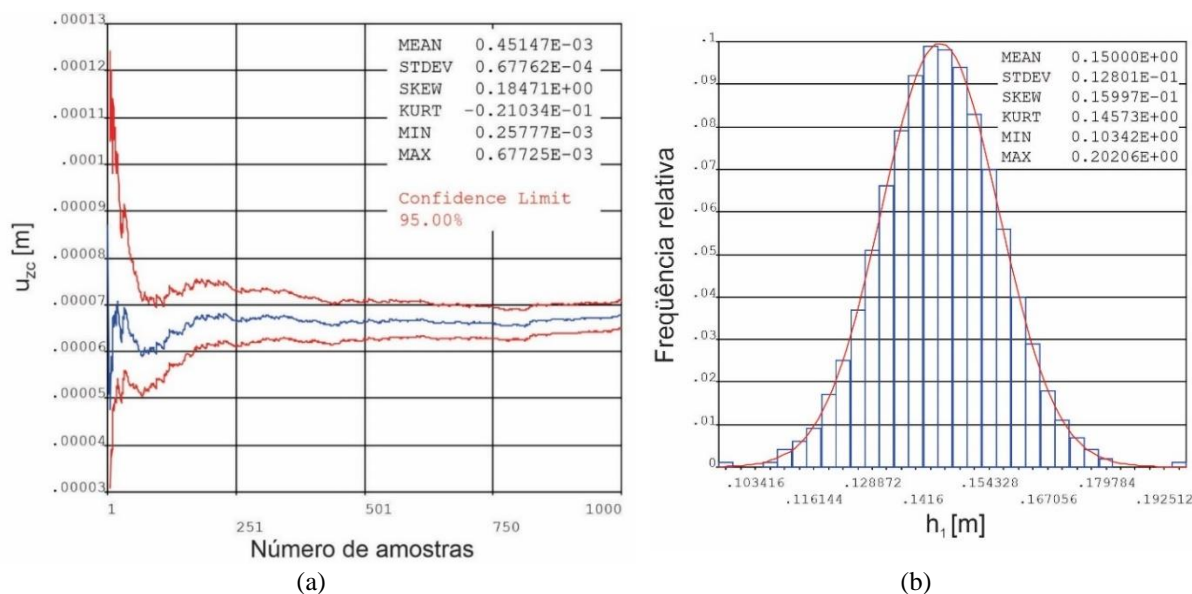


Figure 3. Histórico do valor da média da variável de saída u_{zc} (a) e histograma da variável de entrada h_1 (b).

A Figura 3b ilustrada o histograma da espessura da placa (h_1) que representa a frequência relativa dessa quantidade aleatória para o qual o histograma é plotado.

Os valores da média, do desvio padrão, assimetria (skewness) e curtose (kurtosis), máximo e mínimo do gráfico do histórico das variáveis aleatórias de saída são informados na Tabela 3. Esses valores são obtidos com o emprego o MP na modelagem do pavimento de concreto, adotando 1000 amostras na simulação de Monte Carlo e limite de confiança de 95%.

Tabela 3. Variáveis de saída e estatísticas obtidas com o MP

Variável de saída	Média (m) ou (Pa)	Desvio Padrão	Assimetria	Curtose	Mínimo (m) ou (Pa)	Máximo (m) ou (Pa)
u_{zc}	4,515 E-04	6,776E-05	0,185	-2,103E-02	2,578E-04	6,773E-04
u_{zb}	-7,364E-04	1,384E-04	-0,205	-4,176E-03	-1,209E-03	-3,446E-04
σ_x	-3,258E+06	5,072E+05	-0,322	0,866	-6,000E+06	-1,476E+06
σ_y	3,180E+06	6,370E+05	0,223	0,155	1,076E+06	5,705E+06
σ_z	2,638E+06	4,104E+05	0,112	0,249	1,005E+06	4,183E+06
τ_{yz}	-8,123E+05	1,561E+05	-0,591	0,758	-1,540E+06	-3,120E+05
τ_{xz}	8,315E+05	1,566E+05	0,552	0,778	3,213E+05	1,580E+06
τ_{xy}	-4,960E+04	1,403E+04	2,328	14,650	-1,0240E+05	5,004E+04
σ_1	3,459E+06	5,992E+05	0,189	0,250	1,351E+06	5,844E+06
σ_3	-3,403E+06	5,194E+05	-0,261	0,756	-6,067E+06	-1,490E+06

Como apresentado na Tabela 3, o valor do deslocamento vertical obtido no centro do pavimento de concreto com o MP foi igual a $0,452 \times 10^{-3}$ m com desvio padrão de 0,007%. Já o

deslocamento vertical u_{zb} obtido na borda da placa foi igual a $-0,736 \times 10^{-3}$ m com desvio padrão de 0,014%.

A Figura 4 ilustra a sensibilidade das variáveis aleatórias de saída u_{zc} e u_{zb} em relação as de entrada, utilizando a correlação de Spearman e limite de confiança igual a 95%. Esses gráficos demonstram quais são as variáveis de entrada que influenciam mais na saída.

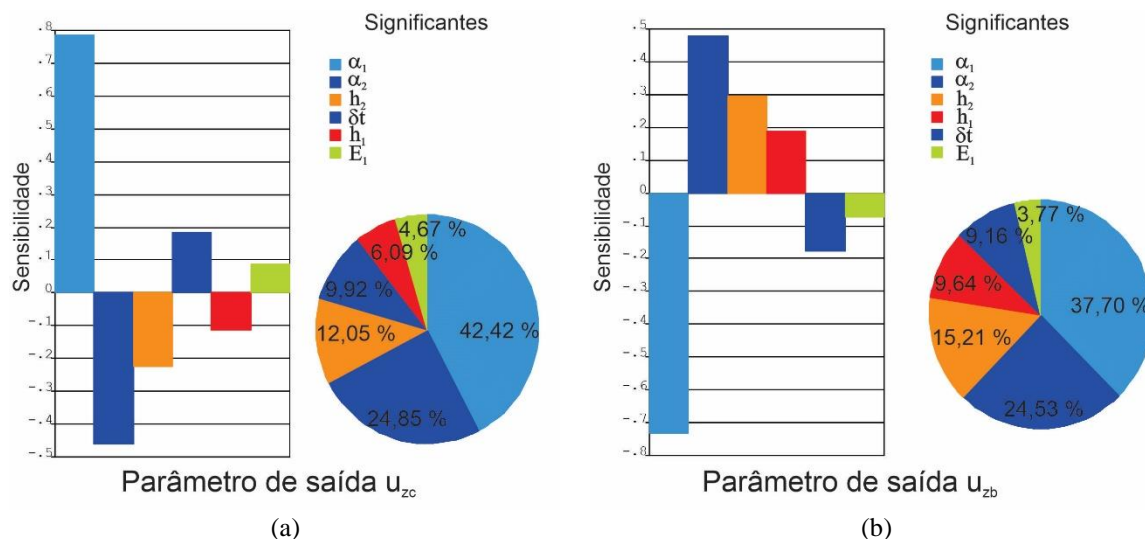


Figura 4. Análise da significância das variáveis de entrada da placa de concreto em relação aos parâmetros de saída: (a) u_{zc} e (b) u_{zb} . Adaptado do ANSYS.

As variáveis de entrada do MP que não são ilustradas na Figura 4 são consideradas insignificativas, ou seja, apresentam (por padrão) sensibilidade menor que 0,01. No método de correlação de Spearman a sensibilidade pode variar entre -1 a 1 e pode ser reescrita em termos de percentuais, tal como indicado na Figura 4. Valores maiores de sensibilidade indicam uma forte relação do parâmetro de entrada com a saída, enquanto valores negativos indicam uma relação inversamente proporcional da entrada com a saída.

Observando a Figura 4a nota-se que α_1 , α_2 , h_2 , δt , h_1 e E_1 são, em ordem decrescente, as variáveis mais influentes no deslocamento u_{zc} . Pode-se verificar também que α_1 , δt e E_1 atuam no aumento do deslocamento u_{zc} enquanto que α_2 , h_2 e h_1 atuam em sua diminuição. Ou, seja as três primeiras variáveis citadas tem sensibilidade dita positiva enquanto as demais sensibilidade negativa, conforme ilustrado na Figura 4a.

Analisando a sensibilidade da variável de saída u_{zb} , conforme Figura 4b, pode-se constatar que as variáveis aleatórias de entrada: α_1 , α_2 , h_2 , h_1 , δt e E_1 , em ordem decrescente, são as que mais influenciam na variável u_{zb} . No entanto, inversamente ao ocorrido na condição anterior, as variáveis α_1 , δt e E_1 apresentavam sensibilidade negativa, enquanto as demais variáveis a sensibilidade é positiva. Isso já era esperado visto que o deslocamento vertical nos dois pontos analisados é oposto, uma vez que o pavimento se empena de maneira convexa devido ao gradiente térmico aplicado (conforme lustrado na Figura 2d).

Pode-se observar também através da Figura 4 a pouca sensibilidade das propriedades termomecânicas do poliuretano e geométrica (espessura) da sub-base sob as variáveis de saída analisadas, visto que por serem insignificativas (sensibilidade menor que 0,01) não são ilustradas nesta figura.

A Tabela 4 apresenta as variáveis relacionadas as propriedades dos materiais que são mais influentes nas tensões informadas, sendo a sensibilidade dada em termos percentuais.

Tabela 4. Sensibilidade obtida em termos percentuais entre as tensões e variáveis de entrada mais significativas

Variável saída/entrada (%)	Mecânica							Térmica		
	h ₁	h ₂	E ₁	E ₂	E ₃	v ₁	v ₂	α ₁	α ₂	δt
σ _x	15,01	13,38	37,72	-	6,08	5,05	-	-	12,49	10,28
σ _y	5,67	14,11	31,72	-	-	4,85	-	12,82	23,29	7,54
σ _z	-	5,31	53,51	-	-	5,83	4,66	18,41	-	12,27
τ _{yz}	19,56	11,27	29,28	6,65	-	-	-	18,95	7,79	6,50
τ _{xz}	20,05	11,49	31,11	6,42	-	-	-	17,64	6,42	6,86
τ _{xy}	8,23	28,31	27,67	-	-	6,74	7,23	3,53	12,39	5,92
σ ₁	5,37	10,31	43,52	-	-	5,23	-	6,12	19,41	10,03
σ ₃	12,87	10,61	41,68	-	4,66	4,68	-	6,60	8,36	10,55

Na Tabela 4, as variáveis térmicas (α₁, α₂ e δt) e mecânicas (h₁, h₂, E₁, E₂, E₃, v₁ e v₂) que apresentam valores percentuais maiores em relação as demais são destacadas (através das cores azul ou vermelha) conforme o tipo de variável. As demais variáveis de entrada que não são relacionadas na Tabela 4 possuem sensibilidade menor que 0,01.

Pode-se constatar através dados fornecidos na Tabela 4 que o módulo de Young do concreto da placa (E₁) é a variável aleatória com maior sensibilidade em relação a maioria das variáveis aleatórias de saída apresentadas. Uma única exceção é o caso da variável de saída τ_{xy} em que a variável aleatória de entrada com maior sensibilidade é a espessura da camada de concreto rolado (h₂), de qualquer maneira, os seus valores percentuais da sensibilidade são muito próximos (h₂ = 28,31% e E₁ = 27,67%). Com exceção da tensão σ₃, as variáveis aleatórias de entrada relacionadas as propriedades térmicas α₁ e α₂ são as mais influentes nas tensões. Pode-se notar também através da Tabela 4 a pouca sensibilidade das propriedades térmicas do poliuretano da sub-base em relação as variáveis de saída analisadas, visto que não são fornecidas nesta tabela.

A Figura 5 ilustra a função de distribuição acumulada dos deslocamentos u_{zc} e u_{zb} e a Figura 6 a das tensões normais principais σ₁ e σ₃, considerando em ambas um limite de confiança igual a 95%.

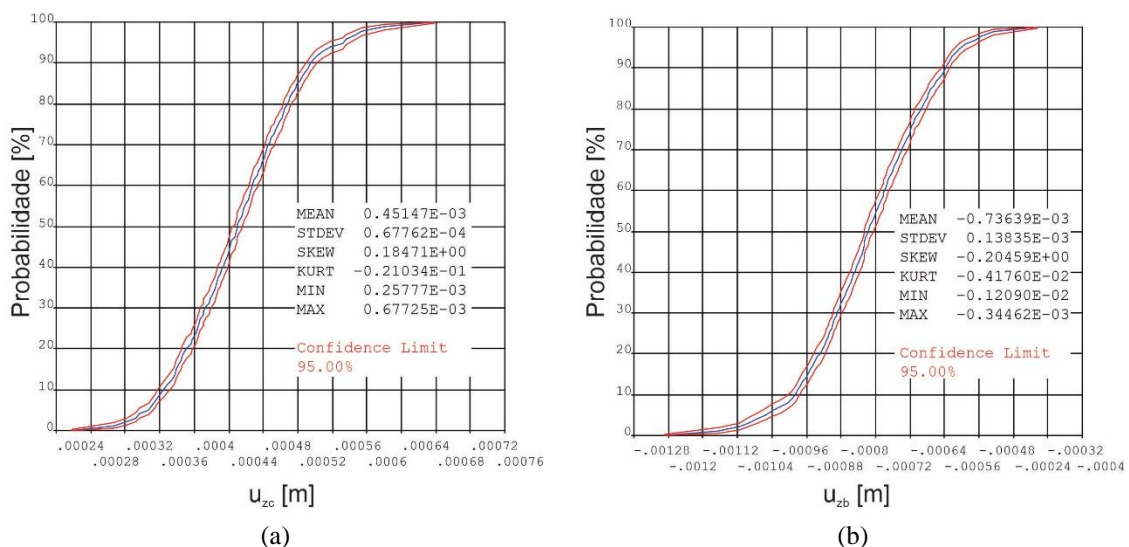
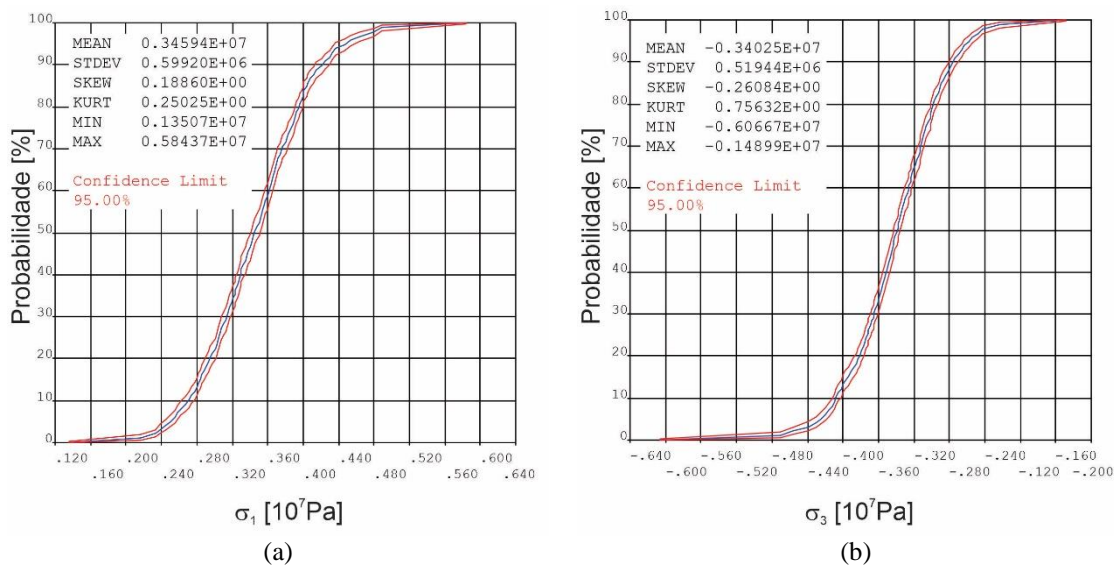


Figura 5. Distribuição acumulada do deslocamento vertical no centro (a) e na borda da placa de concreto (b).

Figura 6. Distribuição acumulada das tensões normais principais: σ_1 (a) e σ_3 (b) na placa de concreto.

Pelas Figuras 5 e 6, por exemplo, é possível afirmar que existe 95% de probabilidade das variáveis u_{zc} , u_{zb} , σ_1 e σ_3 serem menores que 0,572 mm, -0,522 mm, 4,479MPa e -2,579 MPa, respectivamente. Em contrapartida, também pode-se afirmar que existem 5% de probabilidade destas mesmas variáveis aleatórias de saída serem menores a 0,346 mm, -0,098 mm, 2,499 MPa e -4,254 MPa, respectivamente.

4. Conclusões

Este trabalho apresenta a modelagem numérica via MEF de um pavimento rígido de concreto composto de três camadas (uma placa de concreto sob uma base de concreto rolado seguida de uma sub-base de poliuretano), submetido a um gradiente térmico e estudado em regime permanente. Dois modelos 3D são implementados, um determinístico e outro probabilístico, e utilizam os mesmos tipos de elementos, condições de contorno termomecânicas, além do conceito de simetria geométrica em vista da diminuição do custo de processamento computacional nas simulações determinística e probabilística, principalmente.

Os resultados numéricos obtidos com o emprego do modelo determinístico evidenciam o empenamento (curvatura) esperado da placa de concreto e também os valores dos deslocamentos verticais que ocorrem no centro e bordas da placa de concreto quando submetida a um gradiente térmico, que são validados por meio de dados disponíveis na literatura científica.

O modelo considerando incertezas nas variáveis de entrada do pavimento, permite o estudo da sensibilidade e estatísticas das variáveis de saída: tensões e deslocamentos da placa em relação as de entrada. As variáveis de entrada são descritas por funções de densidade de probabilidade, médias, covariâncias (ou máximo e mínimo), cujas estatísticas são obtidas na literatura científica. E a propagação das incertezas dessas variáveis é feita através do uso da simulação de Monte Carlo associada a técnica de amostragem Hipercubo Latino.

As variáveis com maior influência nos resultados numéricos de interesse do pavimento de concreto foram: as espessuras da placa (h_1) e da base (h_2), os módulos de Young do concreto da placa (E_1) e do concreto rodado da base (E_2), os coeficientes de Poisson do concreto (ν_1) e do concreto rolado (ν_2), os coeficientes de expansão térmica do concreto (α_1) e do concreto

rolado (α_2), além do módulo de Young do poliuretano da sub-base (E_3) e do gradiente térmico (δt) aplicado na placa de concreto. Especificamente em relação ao deslocamento vertical no centro (u_{zc}) e na borda (u_{zb}) da placa de concreto, as variáveis de entrada com maior sensibilidade foram: E_1 , h_1 , h_2 , α_1 , α_2 e δt .

Assim, os resultados numéricos obtidos na simulação probabilística do pavimento de concreto indicam que as propriedades termomecânicas do poliuretano e a geométrica (espessura) da sub-base têm pouca influência sobre os deslocamentos verticais analisados. Além disso, também indicam que as propriedades térmicas do poliuretano da sub-base também têm pouca influência sobre as tensões obtidas.

Funções de distribuição acumulada (função de distribuição) das tensões e deslocamentos sofridos pela placa de concreto são apresentadas e permitem descrever a distribuição de probabilidade de cada uma dessas variáveis aleatórias de valor real x .

Referências

- AMERICAN ASSOCIATION OF STATE HIGHWAY AND TRANSPORTATION OFFICIALS. **AASHTO**. *Mechanistic-Empirical Pavement Design Guide: A Manual of Practice*. Second Edition. American Association of State Highway and Transportation Officials. Washington, D.C., 2015.
- BANDEIRA, A. A.; RAI, F. & NETO, M. M. *Estudo numérico e experimental de um pavimento submetido a diferenciais térmicos controlados*. Anais do 51º Congresso Brasileiro do Concreto – CBC2009, outubro, 2009. Disponível em: <<https://www.ipen.br/biblioteca/2009/eventos/14639.pdf>>. Acesso em: 15 de março de 2021.
- BANERJEE, D. K. *An analytical approach for estimating uncertainty in measured temperatures of concrete slab during fire*. Fire Safety Journal. Vol. 82, p. 30-36, 2016. doi.org/10.1016/j.firesaf.2016.03.005
- BECK, A. *Confiabilidade e Segurança das Estruturas*. Editora GEN LTC, 2019.
- LYTTON, R.L. & ZOLLINGER, D. G. Modeling Reliability in Pavements. In: TRB, 1993, Washington. 72nd Annual Meeting of Transportation Research Board. Washington, D.C., 1993.
- MAITRA, S. R.; REDDY, K. S. & RAMACHANDRA, L. S. *Estimation of Critical Stress in Jointed Concrete Pavement*. Procedia - Social and Behavioral Sciences. Vol. 104, p. 208 – 217, 2013. doi.org/10.1016/j.sbspro.2013.11.113
- RAIA, F.; BANDEIRA, A. A.; NETO, M. M.; MELLO JR., A. G. & PAPPALARDO JR., A. *Sobre o empenamento térmico de estruturas rígidas*. In: CONEM 2010, 2010, Campina Grande. VI National Congresso of Mechanical Engineering. Campina Grande, Paraíba, Brasil, 2010(a). Disponível em: <<https://www.abcm.org.br/anais/conem/2010/PDF/CON10-1394.pdf>>. Acesso em: 15 de março de 2021.
- RAIA, F.; PAPPALARDO JR., A.; MELLO JR., A. G.; BANDEIRA, A. A. & NETO, M. M. *Sobre o empenamento térmico de placas rígidas de concreto rolado sobre apoio elástico*. In: CBC2010, 2010, Fortaleza. 52º Congresso Brasileiro do Concreto. Fortaleza, Ceará, 2010(b). Disponível em: <<https://www.ipen.br/biblioteca/2010/eventos/16133.pdf>>. Acesso em: 15 de março de 2021.
- SHIN, K. Y.; KIM, S. B.; KIM, J. H.; CHUNG, M. & JUNG, P. S. *Thermophysical properties and transient heat transfer of concrete at elevated temperatures*. In: Proceedings of Transactions of the 15th International Conference on Structural Mechanical in Reactor Technology (SMiRT-15), Seoul, Korea, August 15-20, pp.411-418, 1999. [doi.org/10.1016/S0029-5493\(01\)00487-3](https://doi.org/10.1016/S0029-5493(01)00487-3)
- WU, Z.; YANG, X. & SUN, X. *Application of Monte Carlo filtering method in regional sensitivity analysis of AASHTO Ware Pavement ME design*. Journal of Traffic and Transportation Engineering. Vol. 4, n. 2, p. 185-197. doi.org/10.1016/j.jtte.2017.03.006