

# ANÁLISES ANALÍTICA E NUMÉRICA DE UMA VIGA METÁLICA COM EMPREGO DE PROTENSÃO COMO REFORÇO ESTRUTURAL

Pedro Ignácio Lima Gadêlha Jardim (Universidade Federal de Rondônia) E-mail:

[eng.pedrojardim@gmail.com](mailto:eng.pedrojardim@gmail.com)

Benjamim Nogueira da Silva (Universidade Federal de Rondônia) E-mail: [benjamim\\_pvh@hotmail.com](mailto:benjamim_pvh@hotmail.com)

Lívia Maria Palácio Ribeiro (Universidade Federal de Rondônia) E-mail: [livia.ribeiro@unir.br](mailto:livia.ribeiro@unir.br)

Diego Henrique de Almeida (Universidade Federal de Rondônia) E-mail: [diegoalmeida@unir.br](mailto:diegoalmeida@unir.br)

**Resumo:** A utilização da protensão em estruturas de aço é pouco estudada quando se compara com sua utilização no concreto, o que se reflete na não escolha dessa solução pelos calculistas de estruturas. O presente estudo tem como objetivo avaliar a aplicação da protensão em uma viga de aço submetida a esforços adicionais, não previstos em seu dimensionamento inicial, analisando os resultados analíticos com o modelo discretizado por elementos finitos. Por meio dos resultados obtidos foi possível avaliar a possibilidade de utilização da protensão como solução para reabilitação da estrutura em diferentes casos de carregamento. O modelo computacional descreveu a distribuição dos esforços internos com valores levemente diferentes dos encontrados analiticamente, com variações similares às encontradas na literatura. Foi possível avaliar que a protensão pode ser utilizada como reforço em vigas de aço e sua utilização garante um melhor aproveitamento do elemento estrutural.

**Palavras-chave:** Estrutura de aço protendida, análise por elementos finitos, viga com protensão externa.

## ANALYTICAL AND NUMERICAL ANALYSIS OF A STEEL BEAM USING PRESTRESSING AS A STRUCTURAL REINFORCEMENT

**Abstract:** The use of prestressing in steel structures is little studied when compared to its use in concrete, which is reflected in the choice of this solution by structural engineers. This study aims to evaluate an application of prestressing a steel beam subjected to additional stresses, not fulfilled in its initial design, analyzing the analytical results with the model discretized by finite elements. Through the results obtained, it was possible to evaluate the possibility of using prestressing as a solution for the rehabilitation of the structure in different cases of loading. The computational model studied the distribution of internal efforts with values slightly different from those found analytically, with variations similar to those found in the literature. It was possible to assess that prestressing can be used as reinforcement in steel beams and its use guaranteed a better use of the structural element.

**Keywords:** Prestressed steel structure. Finite element analysis. Beam with external prestressing.

### 1. Introdução

Os usos da protensão em elementos estruturais de aço são ainda pouco estudados em relação ao concreto e, com isso, não são comumente aplicados pelos projetistas. Segundo Almohamady (2009), a principal razão pela qual as estruturas de aço protendidas são raramente empregadas se deve à falta de conhecimento sobre seu sistema e método de cálculo. Enquanto os estudos iniciais da aplicação da protensão em vigas de aço remontam para a década de 1950, o primeiro dos poucos estudos no Brasil foi na segunda metade da década de 1970 e sua aplicação apenas em 2002 (NELSEN; SOUZA, 2012; REZENDE, 2007).

Ao introduzir a protensão nas estruturas de aço é possível combater os esforços externos, possibilitando economia na estrutura (FERREIRA, 2007; PONNADA; VIPPARATHY, 2017). Para Vipparthy *et al* (2008), dentre outras vantagens, a protensão

garante um melhor aproveitamento da capacidade estrutural do elemento.

Para vigas de aço protendidas, o momento fletor e a força normal de protensão ocasionam esforço de compressão adicional na peça, o que evidencia a atenção na verificação de estabilidade. Entretanto, o efeito das instabilidades locais devido a protensão, quando controlados, devem ser neutralizados pelos carregamentos externos adicionais (HADJIPANTELIS; GARDNER; WADEE, 2019).

A hipótese para o emprego de protensão em vigas de aço é o controle das flechas. Para tal, as cordoalhas dever estar dispostas de forma que a força de protensão ocasione momento oposto ao sentido do momento das solicitações externas. A interação entre o momento fletor gerado pela protensão e as ações externas são superpostas, resultado um estado de tensões menos crítico quando se contrapõe com um sistema sem protensão, apesar de conferir um esforço axial adicional quanto à tração da cordoalha (FERREIRA, 2007; REZENDE, 2007).

O traçado dos cabos de protensão é de suma importância, considerando que define o tipo de comportamento que a força de protensão terá e como será transmitida à viga. Para Nelsen e Souza (2012), o traçado reto é mais indicado para momentos fletores uniformes, posicionado abaixo da linha neutra. Belenya (1977) recomenda que para vigas isostáticas o traçado reto é suficiente prever a protensão apenas em trechos intermediários, devido à falta de momento fletor solicitante nos apoios.

Visando a facilitação da execução da ancoragem, é recomendado adotar um espaçamento mínimo de cinco diâmetros entre ancoragens e dois diâmetros e meio entre a ancoragem e as bordas da ancoragem (NUNZIATA, 2004).

Este estudo teve como objetivo avaliar a aplicação da protensão como reforço estrutural em uma viga metálica de alma cheia quando necessário o acréscimo de carregamento na mesma em função da mudança de utilização, por meio de cálculo analítico e do método dos elementos finitos. Para isso, foi examinada a influência de hipóteses de carregamento adicionais não previstos na viga, foi realizado o dimensionamento analítico do reforço de protensão considerando os diferentes tipos de carregamentos e avaliado a eficiência das soluções nos estados limites. Por fim, foi realizada uma simulação em programa computacional de análise por elementos finitos.

## **2. Materiais e métodos**

Os sistemas abordados nessa pesquisa foram constituídos, inicialmente, por uma viga de aço dimensionada para um escritório, compondo um sistema de uma laje maciça de concreto e quatro vigas de bordo. Foi estudada a influência da alteração de uso, e consequente mudança de carregamento acidental, para a viga e a viabilidade técnica da aplicação de protensão. Nesse estudo, por se tratar de um produto disponível em escala nacional, foi adotado o uso de um perfil “I” conforme a disponibilidade do catálogo da GERDAU, aço A36, em um sistema biapoiado com um vão de 10 metros, submetido a um carregamento permanente ( $g$ ) e variável ( $q$ ).

Para a determinação do carregamento na viga, verificou-se a distribuição das ações provenientes da laje. A intensidade dos carregamentos permanentes adotados foi definida seguindo o estabelecido pela ABNT NBR 6120 (2019), resultado em um carregamento permanente na viga de 15,41 kN/m e 6 kN/m de acidental.

Para proceder o estudo, foi determinado quais carregamentos acidentais ( $q$ ) seriam inseridos no sistema inicial, simulando a alteração da utilização da construção. Os valores foram divididos em casos progressivos, visando simular a influência desse

aumento de carga acidental na protensão. Os carregamentos foram relacionados às utilizações presentes na ABNT NBR 6120 (2019), conforme apresentado pela Tabela 1. Os valores adicionais de carregamento foram escolhidos por representarem ocupações variadas previstas em norma.

Tabela 1 – Casos de carregamento acidental

Caso	q / kN/m		Exemplos de ocupação
	Laje	Viga	
Caso 01	3,00	7,20	Salas de aula, Agências de atendimento ao público, refeitórios.
Caso 02	4,00	9,60	Salas de leitura com estantes, plateia com acentos fixos, circulação de lojas em geral.
Caso 03	5,00	12,00	Regiões de arquivos deslizantes, plateia com acentos móveis, depósitos.
Caso 04	7,50	18,00	Depósitos até 2,50 m de armazenagem, lojas com mezanino, área de cozinha e serviços de praça de alimentação.

Foi considerando também o acréscimo de uma parede em alvenaria cerâmica ao longo da viga, com intensidade de 3,64 kN/m. Além do acréscimo do peso próprio, a utilização da alvenaria obriga à estrutura a restringir seu deslocamento para o máximo de 15 mm. Dessa forma, o carregamento permanente passa a ser 19,04 kN/m.

Inicialmente foi realizado o cálculo analítico da solução seguindo o método apresentado por Rezende (2007) e Ferreira (2007). Após determinação da solução analítica, os resultados encontrados foram analisados pelo método dos elementos finitos, com intuito de verificar as possíveis variações encontradas entre a solução analítica, que considera os passos de carregamento de modo isolado, e o numérico, considerando a não-linearidade do material e as variações das tensões internas em função dos diferentes passos de carregamento.

O dimensionamento foi realizado limitando o deslocamento da viga em 1,5 mm. Por se tratar de um sistema estrutural onde o elemento já está sob carregamento, a força de protensão ( $N_p$ ) foi determinada conforme a Equação 1.

$$\delta_T = \frac{5 \cdot p \cdot l^4}{384 \cdot E \cdot I} - \frac{N_p \cdot e \cdot l^2}{8 \cdot E \cdot I} \leq 1,5 \text{ mm} \therefore N_p = \frac{5 \cdot p \cdot l^2}{48 \cdot e} - \frac{12 \cdot E \cdot I}{e \cdot l^2} \quad (1)$$

As verificações quanto ao Estado Limite Último (ELU) foram feitas conforme disposto por Souza (2018). A perda de protensão considerada no estudo foi estimada em 10%, conforme estudos de Almohamady (2009).

Os resultados de cada verificação analítica foram analisados utilizando um critério de eficiência, que consiste no quociente entre os resultados encontrados nas verificações dos estados limites e os respectivos valores máximos permitidos em cada verificação (deslocamento, esforço normal de compressão, esforço de cisalhamento, momento fletor e interação dos esforços combinados). Dessa forma, escrevendo essa avaliação em percentual, os resultados mais próximos de 100% são considerados mais eficientes na avaliação estrutural.

## 2.1 Modelo numérico

A simulação dos carregamentos foi desenvolvida no *software* ANSYS. O reforço da viga foi dimensionado para cada caso em estudo, conforme Tabela 1, verificando inicialmente quanto ao Estado Limite de Serviço (ELS) e depois o ELU. De forma

análoga, após o dimensionamento, para cada caso, a viga foi analisada pelo *software* de MEF. Após feitas as modelagens dos sistemas, foi analisado como o comportamento se difere entre os casos e como isso se apresenta nos resultados e nas definições dos materiais a serem adotados.

A análise realizada foi do tipo estática, modelando a viga com elemento *Solid*, e aço de mesma propriedade do A36, atendendo as propriedades físicas recomendadas pela ABNT NBR 8800 (2008). Foram aplicadas condições de contorno para um sistema biapoiado. A malha foi de elementos quadrangulares de quatro nós com 83 mm.

### 3. Análise dos resultados analíticos

#### 3.1 Análise dos esforços adicionais na viga

O modelo inicialmente proposto apresenta esbelteza menor que a de plastificação, classificando a viga como compacta para flambagem local da alma e da mesa. O momento resistente encontrado foi de 664,25 kN.m.

O momento fletor solicitante é calculado conforme Equação 2, onde verifica-se que o mesmo tem intensidade de 371,13 kN.m. Dessa forma, a peça apresenta grande segurança no ELU, considerando que o solicitante é apenas 55,87% da resistência total da peça. O deslocamento total da viga é de 1,50 cm, determinado conforme Equação 3, atendendo o valor máximo de deslocamento de 2,86 cm. Assim sendo, o deslocamento real apresenta uma eficiência de 52,67% quanto ao deslocamento máximo delimitado pelo seu vão e 100% se considerada a inserção da alvenaria.

$$M_d = \frac{p_{ELU} \cdot l^2}{8} = \frac{29,7 \cdot 10^2}{8} = 371,25 \text{ kN.m} \quad (2)$$

$$\delta = \frac{5 \cdot p_{ELU} \cdot l^4}{384 \cdot E \cdot I} = \frac{5 \cdot 29,7 \cdot 10^4}{384 \cdot (2 \cdot 10^8) \cdot (7,7003 \cdot 10^4)} = 0,015 \text{ m} < \frac{l}{350} = \frac{10}{350} = 0,0286 \text{ m} \quad (3)$$

Onde  $M_d$  é o momento máximo de projeto, [kN.m],  $p_{ELU}$  é o carregamento distribuído combinado para o ELU, [kN/m],  $l$  é o vão da viga, [m],  $\delta$  é o deslocamento calculado, [m],  $E$  é o módulo de elasticidade, [kN/m<sup>2</sup>] e  $I$  é o momento de inércia da viga, [m<sup>4</sup>].

Com intuito de facilitar a verificação das combinações futuras, o carregamento distribuído da Equação 2 foi isolado e o valor do momento fletor resistente foi inserido para obter carregamento distribuído limite ( $p_{lim,ELU}$ ) garantindo que a peça não plastifique no ELU (Equação 4).

$$p_{lim,ELU} = \frac{8 \cdot M_d}{l^2} = \frac{8 \cdot 664,25}{10^2} = 53,14 \text{ kN/m} \quad (4)$$

Os quatro casos de carregamento adicionais, definidos na Tabela 1, estão resumidos na Tabela 2, onde apresentam de forma detalhada o carregamento da laje ( $g_1$ ), peso próprio da viga ( $g_2$ ) e o peso da alvenaria ( $g_3$ ), já combinadas para análise no ELU. Destaca-se que, ao analisar cada caso no ELU, comparando com o carregamento distribuído limite (Equação 4), os casos 1, 2 e 3 apresentam momento fletor solicitante menor que o resistente, onde o caso 3 apresenta uma maior eficiência em relação aos demais, com 83,08%. O Caso 4 excede o limite de ruptura do material em 0,02%, sendo o caso de um estudo adicional da concepção estrutural para garantir a estabilidade do elemento. Dessa forma, ao analisar as combinações no ELU, a viga em estudo não apresentou necessidade de reforço ou reabilitação.

Tabela 2 – Combinação dos esforços no ELU

Caso	Carregamento permanente / kN/m	Carregamento variável / kN/m	Coefficiente de ponderação	Combinação para ELU / kN/m
Caso 1		7,20		36,95
Caso 2	$g_1 = 14,40$	9,60	$\gamma_{g1} = 1,35$	40,55
Caso 3	$g_2 = 1,00$	12,00	$\gamma_{g2} = 1,25$	44,15
Caso 4	$g_3 = 3,64$	18,00	$\gamma_{g3} = 1,50$ $\gamma_q = 1,50$	53,15

### 3.2 Dimensionamento dos elementos no ELS

Para análise no ELS, verifica-se a aceitabilidade do elemento adotando a combinação de esforços quase permanentes (Tabela 3), em todos os casos, é atendido o limite da aceitabilidade sensorial, mas estes não se apresentam como solucionado quanto ao deslocamento máximo para permitir a construção de alvenaria de tijolos sob a viga (Tabela 4).

Tabela 3 – Combinação dos esforços no ELS

Caso	Carregamento permanente / kN/m	Carregamento variável / kN/m	Fator de redução	Combinação para ELS / kN/m
Caso 1		7,20	0,4	21,92
Caso 2	$g_1 = 14,40$	9,60	0,4	22,88
Caso 3	$g_2 = 1,00$	12,00	0,6	26,24
Caso 4	$g_3 = 3,64$	18,00	0,6	29,84

Tabela 4 – Deslocamento em cada caso

Caso	Deslocamento / mm	Valor que ultrapassa o limite / mm	Percentual excedente / %
Caso 1	18,53	3,53	24
Caso 2	19,34	4,34	29
Caso 3	22,19	7,19	48
Caso 4	25,23	10,23	68

Pode se observar que entre o sistema inicial e os demais houve um acréscimo de 24% no carregamento permanente em função da adoção da alvenaria. Quanto ao carregamento variável, houve um acréscimo de 20% no primeiro caso, 60% no segundo, 100% no terceiro e de 200% no Caso 4. Dessa maneira, a combinação feita para o ELU foi 79% superior ao sistema inicial para o último caso (mais crítico) e no ELS de 68% para o mesmo caso. Para a verificação quanto ao deslocamento, todos os casos excedem o valor limite de 15 mm, chegando até a 68% a mais para o Caso 4.

Tratando-se de um sistema de protensão com cabo reto, adotou-se na concepção a instalação dos cabos abaixo da mesa inferior da viga, com uma folga de 20 mm para garantir a ligação. Dessa forma, a excentricidade ( $e$ ) da força normal de protensão ( $N_p$ ) aplicada foi a altura da viga dividida por dois e adicionada mais 20 mm para garantir a ancoragem por cunha, resultando em 326,5 mm. Tal etapa é de extrema importância pois é nesta que se introduz o momento fletor para combater o deslocamento das forças externas. O resultado da força de protensão necessária está descrita em cada caso na Tabela 5, bem como o momento de protensão gerado nos apoios ( $M_p$ ).

Tabela 5 – Determinação da força normal de protensão ( $N_p$ )

Caso	Deslocamento necessário / mm	Np / kN	Mp = Np x e / kN.m
Caso 1	3,53	142,01	43,53
Caso 2	4,34	174,64	53,53
Caso 3	7,19	288,83	88,53
Caso 4	10,23	411,18	126,03

Assim, garantindo o deslocamento para a utilização de alvenaria, foi determinada a quantidade de cabos de protensão para atender a cada caso. Os diâmetros adotados ( $\phi_c$ ) para proposta de solução desse estudo são de 9,5 mm, 12,7 mm e 15,2 mm. Considerando o limite de ruptura da cordoalha com 7 fios CP 190 apresentada por Carvalho (2017), na Tabela 6 é demonstrada a quantidade necessária e a eficiência do sistema na adoção de cada diâmetro de cordoalha. A Figura 1 apresenta um gráfico da comparação da eficiência na utilização de cada cabo para cada caso.

Tabela 6 – Demonstração da eficiência quanto a resistência de cada cordoalha

Caso	$\phi_c$ / mm	Número de cordoalhas	Eficiência de cada cabo / %
Caso 1	9,5	2	68,08
	12,7	1	75,82
	15,2	1	53,43
Caso 2	9,5	2	83,72
	12,7	1	93,24
	15,2	1	65,70
Caso 3	9,5	3	92,31
	12,7	2	77,10
	15,2	1	54,33
Caso 4	9,5	4	98,56
	12,7	3	73,18
	15,2	2	77,35

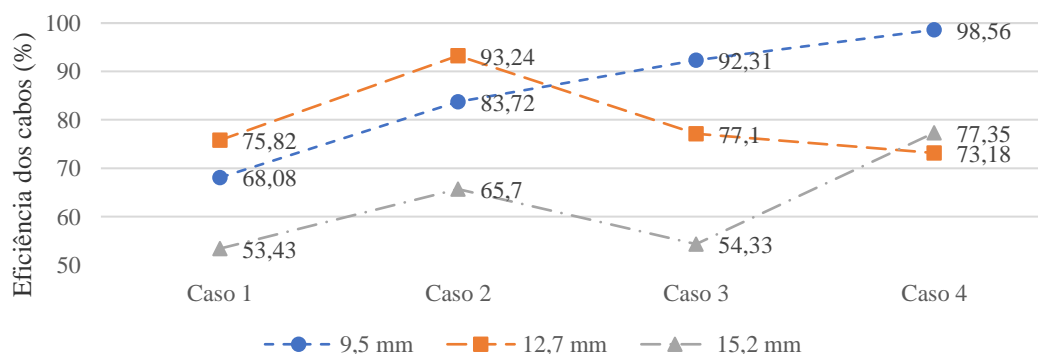


Figura 1 – Eficiência dos cordoalha de protensão para cada caso

Percebe-se que, ao analisar a eficiência de cada diâmetro de cordoalha para cada caso, para o Caso 1 a melhor opção seria adotar uma cordoalha de 12,7 mm (75,82 %); para o Caso 2, é indicado também adotar uma cordoalha de 12,7 mm (93,24 %); para o Caso 3, a melhor opção é adotar três cabos de 9,5 mm (92,31 %); e para o Caso 4, a melhor opção é adotar quatro cordoalhas de 9,5 mm (98,56 %).

Outro fator determinante é em relação ao espaçamento mínimo entre os eixos das cordoalhas, que deve ser maior que cinco vezes seu diâmetro (NUNZIATA, 2004). Dessa forma é possível determinar a quantidade de cabos possíveis de se utilizar em cada camada da viga. Para o perfil W 610 x 101, que dispõe de 228 mm de mesa, é possível instalar quatro cabos de 9,5 mm ou dois cabos de 12,7 mm ou de 15,2 mm por camada, considerando espaçamentos iniciais com metade do tamanho dos demais.

Para a complexidade da instalação, procura-se aliar os dois critérios descritos anteriormente. Ou seja, garantir a maior eficiência de cada cabo e a menor quantidade de camadas instaladas. Nesse caso, a solução adotada visa a maior eficiência possível em camada única. Portanto, a solução adotada é descrita na Tabela 7.

Tabela 7 – Quantidade de cordoalhas adotadas para cada caso

Caso	$\phi_c$ / mm	Quantidade	Distância entre cabos / mm	Eficiência do cabo / %
Caso 1	12,7	1	-	75,82
Caso 2	12,7	1	-	93,24
Caso 3	9,5	3	48	92,31
Caso 4	9,5	4	48	98,56

A disposição dos cabos é preferencialmente alinhada com o eixo vertical da viga e, quando necessário utilizar mais cabos, manter a simetria da camada visando evitar a geração de momento fletor na menor inercia da viga. Portanto, para os casos 1 e 2, a cordoalha encontra-se alinhada com o eixo vertical da viga, conforme ilustrado na Figura 2a. Para o Caso 3, o cabo central será alinhado como os casos anteriores e os demais serão locados a 48 mm de distância, um em cada lado (Figura 2b). Para o Caso 4, não será possível locar um cabo ao centro. Os quatro cabos estarão com equidistantes 48 mm com o CG dos quatro cabos coincidindo com o eixo vertical da viga (Figura 2c).

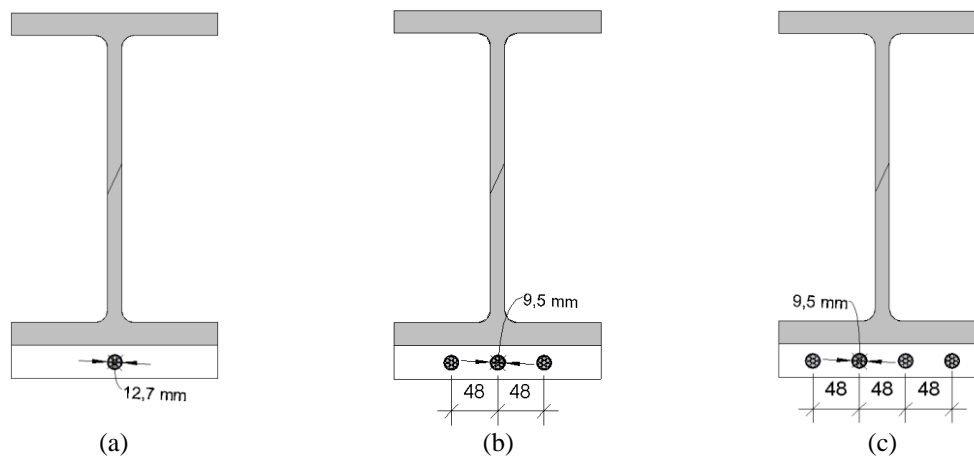


Figura 2 – Detalhe da solução para os Casos 1 e 2 (a), Caso 3 (b) e Caso 4 (c)

### 3.3 Verificação dos elementos no ELU

As análises da resistência do elemento foram feitas de forma isolada, primeiramente à compressão e depois à flexão, cisalhamento e interação dos esforços. Na verificação quanto à compressão gerada pela protensão. A força máxima resistida pelo elemento é de 2.714,92 kN. Analisando isoladamente a compressão temos os resultados analisados na Tabela 8. Os valores das forças normais de protensão para cada caso apresentado na tabela já foram ponderadas para o ELU ( $N_{pd}$ ), conforme ABNT NBR 6118 (2014),

sendo multiplicada pelo seu respectivo coeficiente de 1,2 ( $\gamma_f$ ).

Tabela 8 – Verificação do atendimento do ELU: compressão

Caso	$N_{pd}$ / kN	$N_{rd}$ / kN	Eficiência / %
Caso 1	170,41	2.714,92	6,28
Caso 2	209,57	2.714,92	7,72
Caso 3	346,60	2.714,92	12,77
Caso 4	493,42	2.714,92	18,17

A aplicação da protensão em estruturas de aço desperta maior cuidado devido ao acréscimo de cargas de compressão, ocasionando instabilidade nos elementos estruturais (NELSEN; SOUZA, 2012). Observa-se que a aplicação da protensão no elemento estudado não é significativa, quando comparada à resistência do perfil. O caso de maior carregamento não ultrapassa 20 % do limite de resistência.

Observa-se que a diferença entre os casos 1 e 2 é considerada pequena, sendo essa menor que 2%. Apesar do efeito de compressão inspirar preocupação quando aplicado em elementos de aço, as soluções apresentadas não atribuem carregamento significativo quando analisado de forma isolada.

A verificação da resistência à flexão é realizada inserindo o momento de flexão proveniente da força de compressão devido à protensão aplicada de forma excêntrica. A Tabela 9 apresenta os valores obtidos para o momento fletor característico no apoio devido a excentricidade da protensão ( $M_{pk}$ ), o momento máximo de cálculo ( $M_{d,max}$ ) já considerado os coeficientes de ponderação, e a porcentagem da utilização do perfil, em relação ao seu momento resistente.

Tabela 9 – Verificação do atendimento do ELU: momento fletor

Caso	$M_{pk}$ / kN.m	$M_{d,max}$ / kN.m	Eficiência / %
Caso 1	43,53	409,64	61,67
Caso 2	53,53	442,64	66,64
Caso 3	88,53	445,64	67,09
Caso 4	126,03	513,14	77,25

Todos os casos estudados apresentaram eficiência superior a 60%, atingindo a classificação de “seção ótima” para o aproveitamento da capacidade estrutural (PONNADA; VIPPARTHY, 2017).

É importante destacar que o momento fletor máximo ainda se encontra no meio do vão e é consideravelmente superior ao encontrado no apoio. Isso é considerado positivo pois a concepção estrutural ainda é de um elemento biapoiado e a transmissão do momento para os pilares deve ser analisada com extremo rigor.

É possível afirmar que, apesar de haver um aumento na flexão máxima do elemento, o Caso 4 é o único que apresenta um valor consideravelmente acima dos demais. Ainda assim, o mesmo não chega a atingir 80% do momento fletor máximo que a viga suporta.

A verificação da resistência do perfil ao cisalhamento ( $V_r$ ) é apresentada na Tabela 10. Pode-se observar que os esforços cortantes solicitantes máximos ( $V_{s,máx}$ ) também não são considerados críticos para os elementos analisados, sendo que o pior caso presente nesse estudo apresenta uma eficiência de 32,39%. Cabe destacar que a variação entre o



Caso 1 (com menor carregamento) e o Caso 4 (de maior carregamento) é de apenas 10%.

Tabela 10 – Verificação ao atendimento do ELU: cisalhamento

Caso	$V_r$ (kN)	$V_{s,max}$ (kN)	Eficiência (%)
Caso 1		184,75	22,52
Caso 2	820,43	202,75	24,71
Caso 3		220,75	26,91
Caso 4		265,75	32,39

Como foi demonstrado até aqui, o comportamento da viga no estado limite último para cada simulação realizada atende os critérios de dimensionamento de forma confortável. Desse modo, foi realizada a verificação da interação dos esforços. Os resultados dessa etapa constam na Tabela 11, sendo apresentado a relação entre a normal solicitante ( $N_s$ ) e a normal resistente da viga ( $N_{rd}$ ) e o valor da interação. Pode-se observar que todos os casos apresentam valor de interação menor que 1 e, deste modo, atendendo também esse quesito dimensional.

Tabela 11 – Verificação ao atendimento do ELU: interação das ações

Caso	$N_s/N_{rd}$	Interação
Caso 1	0,06	0,61
Caso 2	0,08	0,67
Caso 3	0,13	0,72
Caso 4	0,18	0,87

De forma a possibilitar uma melhor visualização das ações analisadas no estado limite último, a Figura 3 apresenta um gráfico com os valores de momento fletor no apoio e os esforços normais solicitantes.

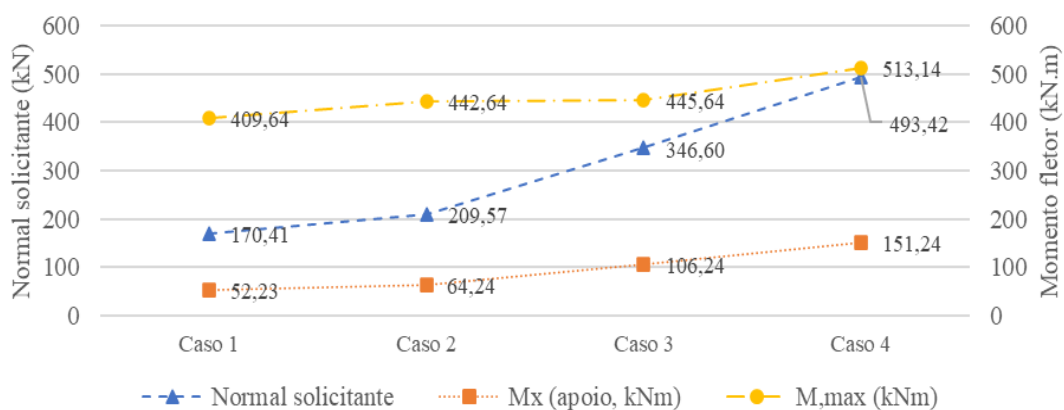


Figura 3 – Esforços no estado limite último

Apesar de haver alteração dos valores obtidos para os momentos, o valor com maior variação é referente ao esforço de compressão devido à protensão. Para os dois casos iniciais, o valor encontrado é similar e consideravelmente inferior aos casos 3 e 4. Entretanto, conforme visto na Tabela 8, esses valores estão distantes de serem

considerados críticos.

A Figura 4 apresenta uma última análise dos esforços no ELU calculados analiticamente, desta vez relacionando cada esforço verificado com a interação e ilustrando a diferença do carregamento na combinação da análise. A parte do gráfico representada em barras relaciona a eficiência de cada esforço isoladamente. Como comparação, é apresentado em linha a variação da combinação do carregamento no ELU.

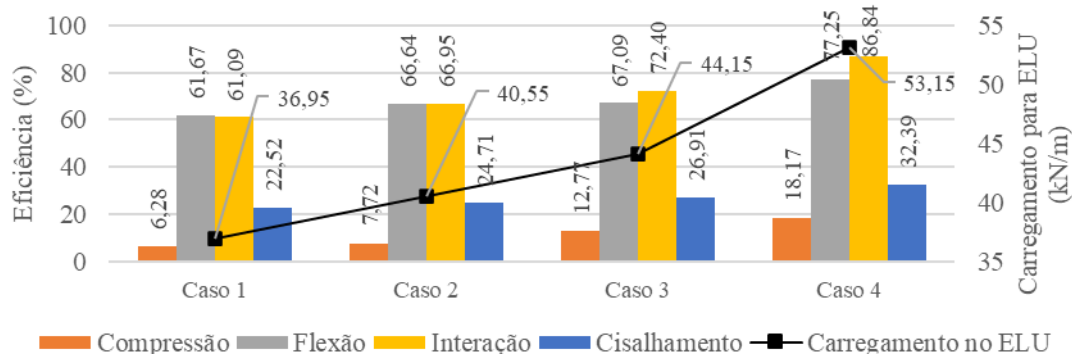


Figura 4 – Verificações no ELU

É possível observar que a maior variação encontrada foi a da compressão e justifica a alteração do valor da interação encontrado. Destaca-se que, apesar da combinação do carregamento no ELU apresentar grande variação, a protensão atua limitando a atuação do momento máximo por meio da inserção de compressão excêntrica e, com isso, momento fletor com sentido oposto ao solicitante pelas ações externas, permitindo a adaptação e manter a utilização do perfil proposto. Todos os casos avaliados apresentam comportamento aceitável no ELU, demonstrando que o dimensionamento iniciado no ELS garantiu agilidade nas verificações posteriores.

#### 4. Análise das soluções pelo método dos elementos finitos

A correlação entre as análises analítica e computacional são importantes para garantir a validação de ambos os resultados. Considerando que o estudo consiste na análise de um sistema estrutural comumente estudado na engenharia de forma analítica, é razoável estabelecer os valores encontrados nessa análise como base para os resultados esperados na modelagem computacional.

A validação do modelo elaborado no ANSYS foi realizada pelo deslocamento calculado analiticamente no ELS, encontrados no plano do eixo central da alma do perfil. No Caso 1, o resultado considerado para o deslocamento foi de 14,96 mm. O modelo feito para o Caso 2 retornou valores próximos aos encontrados para o Caso 1, sendo o valor máximo encontrado de 14,97 mm. A modelagem apresentou valor pouco superior a 15 mm para o Caso 3, sendo encontrado um valor máximo de 15,07 mm. Os resultados do Caso 4 resultaram em um deslocamento máximo de 14,65 mm, sendo esse o resultado mais distante do limite de 15 mm definido inicialmente. A Tabela 12 sintetiza os valores encontrados nos métodos analítico e por elementos finitos, apresentando também o percentual de diferença entre eles.

Tabela 12 – Diferença dos deslocamentos entre os métodos analítico e numérico

Caso	Deslocamento / mm		Diferença / %
	Análítico	Numérico	
Caso 1	15,00	14,97	0,20
Caso 2	15,00	14,96	0,27
Caso 3	15,00	15,07	-0,46
Caso 4	15,00	14,65	2,33

Observa-se que nos casos 1 e 2 os resultados são semelhantes e o percentual da diferença entre os métodos analisados são próximos a zero. O Caso 3 é o único em que o deslocamento encontrado no modelo computacional supera 15 mm, mas esse valor não excede 0,5%. O caso com maior diferença entre os modelos analítico e computacional foi o Caso 4 que supera dez vezes o valor da diferença dos primeiros casos e, aproximadamente, cinco vezes a diferença encontrada no Caso 3. Estes resultados são inferiores aos obtidos em estudos comparativos da literatura (SOUZA; SILVA, 2018), atestando que o modelo elaborado condiz com um modelo real.

Em todos os casos simulados, foi observado uma melhor distribuição das tensões internas, promovendo um melhor aproveitamento da viga. A análise do Caso 1 encontrou valores próximos ao Caso Inicial, sendo que os valores máximos permaneceram praticamente inalterados, com uma variação próxima de 8 MPa na região mais tracionada do elemento. Assim como esperado, os resultados do Caso 1 e Caso 2 são similares. O Caso 3 apresenta uma maior extensão da região inferior da alma submetida a tensões entre 100 e 150 MPa.

Analisando o Caso 4, nota-se que as tensões chegaram na escala de 200 MPa, de forma compatível com os resultados obtidos anteriormente na Tabela 11, distribuído na região inferior do centro da viga. É visível também que a grande parte da região inferior da viga encontra-se na faixa de 100 e 150 MPa, conferindo melhor aproveitamento da resistência do aço.

Nos estudos de Vipparthy e Ponnada (2017; 2015) foi verificado que seções transversais assimétricas apresentam melhor aproveitamento da capacidade portante do material. O mesmo foi observado no modelo elaborado neste estudo, onde as tensões nas regiões da mesa do perfil mais distantes da alma são menos solicitadas.

É importante destacar a similaridade dos resultados da modelagem. Considerando que os limites estabelecidos no cálculo resultam em deformações idênticas, a uniformidade dos resultados demonstra que o método de análise é apropriado.

## 5. Conclusões

Neste trabalho foram estudadas soluções para reforço em uma viga de aço por meio de protensão. Cada solução foi verificada ELS e, posteriormente, no ELU. Cada caso também foi simulado e analisado utilizando o método dos elementos finitos por meio do *software* ANSYS. Os resultados da modelagem foram validados por meio da comparação dos resultados analíticos obtidos no ELS.

Em cada caso é apresentado um comportamento similar dos esforços atuantes no elemento, sendo que a maior variação encontrada foi na verificação da interação dos esforços, com 26%. Entretanto, esse valor é considerado pequeno quando relacionada essa variação com a variação do carregamento combinado no estado limite último, que teve um aumento de aproximadamente 79% em relação ao caso inicial e o Caso 4 (com maior carregamento) e 44% quando compara-se o Caso 1 e o Caso 4.

As ações atuantes no caso de maior carregamento, quando divididas pelo valor da

resistência da viga, apresentam os seguintes índices de eficiência: 18,17% ao esforço de compressão; 77,25% ao momento fletor; 32,39% ao esforço de cisalhamento e 87% de eficiência na análise da interação dos esforços.

As tensões no modelo numérico foram inferiores aos encontrados analiticamente, corroborando com outras análises feitas na literatura. Entretanto, apesar da diferença encontrada, os resultados são validados e considerados adequados quando comparados também com outros estudos, sendo os resultados analíticos mais conservadores.

As ações de protensão, apesar de serem de pequena intensidade, ainda implicam em uma necessidade de verificação dos elementos de ligação e sua transmissão para os pilares, o que deve ser realizado em outros estudos.

De acordo com os resultados, sob a perspectiva do projeto estrutural, a utilização da protensão como solução para reabilitação do elemento estudado se apresentou como eficiente e proporcionou a mudança de utilização para todos os casos avaliados.

### Referências

ALMOHAMADY, A. *Finite element analysis of prestressed steel beams*. Engineering Research Journal v. 32, n. 2, p. 233–238, 2009.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. *NBR 6118: Projeto de estruturas de concreto - procedimento*. Rio de Janeiro: ABNT, 2014. 238 p. .

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. *NBR 6120: ações para cálculo de estruturas de edificações*. Rio de Janeiro: ABNT, 2019. .978-85-07-04941-8.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. *NBR 8800: Projeto de estruturas de aço e de estruturas mistas de aço e concreto de edifícios*. Rio de Janeiro: ABNT, 2008. .

BELENYA, E. *Prestressed load-bearing metal structures*. Moscou: Mir Publishers, 1977. .

CARVALHO, R. C. *Cálculo e Detalhamento de Estruturas Usuais de Concreto Armado: Segundo a NBR 6118:2014*. 4. ed. São Carlos: EdUFSCar, 2017. 415 p. .

FERREIRA, A. C. *Vigas metálicas protendidas: análise estática, modal e de ruptura do cabo de protensão e aplicativo computacional para projetos*. Dissertação (Mestrado em Estruturas e Construção Civil). Faculdade de Tecnologia, Universidade de Brasília, Brasília, 2007.

HADJIPANTELIS, N; GARDNER, L; WADEE, M. A. *Finite-Element Modeling of Prestressed Cold-Formed Steel Beams*. Journal of Structural Engineering v. 145, n. 10, 2019.

NELSEN, A. C. H.; SOUZA, A. S. C. *Vigas mistas de aço e concreto com protensão externa: conceitos e aplicações*. 2012, [S.l.]: ABCEM, 2012.

NUNZIATA, V. *Strutture in acciaio precompresso*. Palermo: Dario Flaccovio Editore, 2004. .

PONNADA, M. R.; VIPPARTHY, R. *Computerized optimum dimensioning of prestressed homogenous steel I-beam*. Engineering Journal v. 21, n. 7, p. 293–318, 2017.

REZENDE, C. R. *Análise estrutural de vigas metálicas protendidas*. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil). Universidade Federal do Espírito Santo, Vitória, 2007. 119 p.

SOUZA, A. S. C. *Dimensionamento de elementos e ligações em estruturas de aço*. São Carlos: EdUFSCar, 2018.

SOUZA, A. S. C.; SILVA, E. N. *Simulação numérica do comportamento de vigas mistas de aço e concreto protendidas*. REEC - Revista Eletrônica de Engenharia Civil v. 15, n. 1, p. 52–68, 2018.

VIPPARTHY, R.; PONNADA, M. R. *Comparison of prestressed steel beam and prestressed steel beam strengthened in compression - a hypothetical case study*. International Journal of Research in Engineering and Technology v. 4, n. 13, p. 260–266, 2015.

VIPPARTHY, R.; VENKATESWARLU, T.; PONNADA, M. R. *Computerised design of pre-stressed homogenous steel beam*. Journal of Structural Engineering v. 35, n. 2, p. 153–158, 2008.