

## ANÁLISE DE SENSIBILIDADE DOS PARÂMETROS GEOTÉCNICOS DE UM RADIER ESTAQUEADO MODELADO UTILIZANDO O MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS

David Alisson de Oliveira Miloch (Engenheiro Civil pela UFTM) E-mail: [david.miloch@outlook.com](mailto:david.miloch@outlook.com)  
Albert Willian Faria (Universidade Federal do Triângulo Mineiro - UFTM) E-mail: [albert.faria@uftm.edu.br](mailto:albert.faria@uftm.edu.br)

**Resumo:** A análise de sensibilidade das variáveis associadas à modelagem de um radier estaqueado, quadrado e com 16 estacas, é realizada utilizando o Método dos Elementos Finitos. A modelagem numérica da fundação e do maciço terroso utiliza os conceitos de estado plano de deformação e de simetria de modelo. Três elementos: o PLANE82 (dotado de oito nós e dois graus de liberdade por nó), o CONTA172 e o TARGET169 (com três nós e dois graus de liberdade por nó) são empregados na modelagem do sistema solo-fundação no ANSYS, sendo o primeiro utilizado na modelagem do solo e da fundação, enquanto o segundo e o terceiro elementos utilizados na modelagem do contato solo-fundação. Os parâmetros de entrada aleatórios do modelo são implementados utilizando o método de Monte Carlo. As variáveis de entrada incluem a geometria da fundação, propriedades mecânicas do concreto e índices físicos e resistência ao cisalhamento do solo na condição não drenada. Já, o máximo deslocamento resultante sofrido pelo sistema é a única variável aleatória de saída em estudo. Os resultados numéricos obtidos com o modelo determinístico, desconsiderando as incertezas nas variáveis de entrada, são comparados com o da literatura científica para a sua validação. Além disso, o modelo considerando incertezas indica que o comprimento das estacas e o módulo de elasticidade do solo são as variáveis com maior influência na modelagem do sistema, ou seja, quanto maior for o comprimento das estacas e o módulo de elasticidade do solo, menor é o deslocamento sofrido pelo radier estaqueado e solo.

**Palavras-chave:** Análise de Sensibilidade, Variáveis Aleatórias, Radier Estaqueado, Drucker-Prager, MEF.

## SENSITIVITY ANALYSIS OF GEOTECHNICAL PARAMETERS OF ONE PILED RAFT MODELED USING FINITE ELEMENT METHOD

**Abstract:** The sensitivity analysis of the variables associated with the modeling of a piled raft, square and with 16 piles is performed using the Finite Element Method. The numerical modeling of the foundation and the soil uses the concepts of plane state of deformation and model symmetry. Three elements: PLANE82 (with eight nodes and two degrees of freedom for node), CONTA172 and TARGET169 (with three nodes and two degrees of freedom for node) are used in modeling the soil-foundation system at ANSYS, being the first used for modeling the soil and foundation, while the second and third elements used for modeling the soil-foundation contact. The model's random input parameters are implemented using the Monte Carlo method. The input variables include the geometry of the foundation, mechanical properties of the concrete and physical indexes and shear strength of the soil in the undrained condition. The maximum resulting displacement suffered by the system is the only random output variable under study. The numerical results obtained with the deterministic model, disregarding the uncertainties in the input variables, are compared with that of the scientific literature for validation. In addition, the model considering uncertainties indicates that the length of the piles and the elasticity modulus of the soil are the variables with the greatest influence on the modeling of the system, in other words, the greater the length of the piles and the elasticity modulus of the soil, the smaller is the displacement suffered by the piled raft and the soil.

**Keywords:** Sensitivity Analysis, Random Parameters, Piled Raft, Drucker-Prager, FEM.

### 1. Introdução

Dentre os diferentes tipos de fundações existentes, as estacas são um dos tipos de fundações mais utilizadas na construção de edifícios, porém em caso de edifícios esbeltos com solos de

baixa capacidade de suporte e cargas aplicadas em uma menor área de projeção da edificação, a solução é considerar a união de dois tipos de fundações: radier e estacas, ou seja, dando origem a uma fundação mista chamada radier estaqueado.

O radier estaqueado combina a capacidade do radier (fundação superficial) de transferência de cargas pela base da fundação, ou seja, em pequenas profundidades, com a capacidade das estacas (fundação profunda) de transferência de cargas pelo fuste (região lateral da estaca) e/ou pela ponta das estacas, ou seja, em grandes profundidades, aumentando assim a capacidade de carga do sistema. Essa combinação também pode levar a uma diminuição do recalque (deslocamento vertical) da fundação mista e consequentemente da superestrutura por ela suportada.

O comportamento geotécnico de um radier estaqueado depende de diversos fatores, tais como: da geometria da fundação (dimensões em planta e espessura do radier; diâmetro, tipo, quantidade, comprimento, espaçamento e posicionamento das estacas); do solo (tipo, índices físicos, resistência ao cisalhamento, nível de água e outros); da intensidade da carga aplicada e, segundo Freitas (2018), principalmente da interação entre seus diversos elementos.

Geralmente, em uma modelagem computacional tradicional de um radier estaqueado, essas variáveis de entrada (variáveis geotécnicas e estruturais) são determinísticas, ou seja, são dados não aleatórios obtidos experimentalmente ou mesmo estimados (por meio de gráficos, tabelas, equações e ábacos). Assim, a solução do problema determinístico de interesse resulta em variáveis de saída não aleatórias.

Em contrapartida, em uma modelagem probabilística (estocástica), as variáveis de entrada do modelo são associadas a incertezas, resultando em variáveis de saída aleatórias. Em qualquer projeto geotécnico de fundações sempre existirá incertezas associadas por exemplo ao seu projeto geométrico, na caracterização experimental das propriedades mecânicas do material da fundação e dos índices físicos e de resistência ao cisalhamento do solo, ao processo executivo e de controle da fundação e muitas outras fontes de incertezas.

Além da análise probabilística (de incertezas) na fase de projeto de um radier estaqueado, uma outra importante verificação preliminar é saber como a variável de saída está relacionada com suas variáveis de entrada, e, sendo esse tipo de estudo chamado de análise de sensibilidade. Segundo Pannell (1997) apud Lessa (2013), a análise de sensibilidade tem por intuito: testar a robustez dos resultados de um modelo na presença de incertezas; aumentar a compreensão das relações entre as variáveis de entrada e saída do modelo; reduzir as incertezas por meio da identificação das variáveis de entrada que causam maior influência em relação as de saída; encontrar erros no modelo; simplificar o modelo fixando as variáveis de entrada que não tem efeito relevante na variável de saída, ou identificando e removendo partes redundantes do modelo, entre outros.

São encontrados na literatura científica poucos trabalhos que abordam a modelagem (probabilística e até mesmo a determinística) via MEF de radier estaqueados. Pode-se citar os trabalhos de Srilakshmi e Moudgalya (2013), Garcia (2015) e Tvrda (2017), sendo somente esse último um estudo direcionado a análise probabilística da interação entre solo-fundação, onde no caso a fundação utilizada é um radier sem estacas. Além disso, nenhum trabalho foi encontrado na literatura científica até o presente momento sobre a análise de sensibilidade de radier estaqueados proposta neste trabalho.

## **2. Análise probabilística e de sensibilidade aplicada em problemas geotécnicos**

Os métodos determinísticos utilizam um único valor para cada variável de entrada do modelo e o resultado final da análise (determinística) também é expresso por uma única variável de

saída determinística. Porém, observa-se que a obtenção experimental das variáveis relacionadas ao solo (tipo, índices físicos, permeabilidade, resistência ao cisalhamento e outras), a geometria da fundação (espessura e dimensões em planta do radier; diâmetro, espaçamento e comprimento das estacas) e ao material da fundação (módulo de elasticidade, coeficiente de Poisson, densidade e outros) incorporam muitas incertezas. Essas incertezas estão associadas por exemplo a limitação de amostragem e erros (humanos ou de equipamentos) de medição, que implicam na dificuldade da análise determinística em fornecer resultados mais próximos do comportamento geotécnico real do sistema solo-fundação em estudo, submetido a um determinado carregamento. Um modo de considerar essas e outras incertezas no sistema modelado é o emprego da análise probabilística.

Nesse tipo de análise, as variáveis de entrada, sejam elas geotécnicas, materiais ou mesmo estruturais (cargas), são adotadas como sendo variáveis aleatórias, ou seja, cada variável é definida com uma determinada distribuição de probabilidade variando em torno de um determinado intervalo, ao invés de ser tratada como um valor fixo e constante (López, 2017).

O método de Monte Carlo (MMC) é uma das técnicas probabilísticas mais comumente utilizadas no estudo da distribuição de probabilidade não determinística dos fatores e respostas obtidas em simulações (ou experimentos). Ele cria uma sequência de números aleatórios e uniformes, repetidos em um número elevado de vezes (de acordo com cada uma das variáveis de entrada e função de densidade de probabilidade associada) com o intuito de se obter a probabilidade da(s) variável(is) de saída. O nome desse método reside na ideia de aleatoriedade dos jogos de azar em cassinos, sendo Monte Carlo um dos mais famosos que o batizaram. Esse método pode ser utilizado em problemas de otimização, integração numérica e geração de amostras de uma distribuição de probabilidade (Lessa, 2013).

O MMC foi desenvolvido por Hammersley e Handscomb (1964) apud. López (2017), e basicamente gera como resultado medidas estatísticas e a função densidade de probabilidade através de diversos conjuntos de  $n$  variáveis de entrada  $x = (x_1, x_2, \dots, x_n)$  geradas aleatoriamente  $N_i$  vezes. Para cada um desses conjuntos um fator de segurança  $FS(x)$  é calculado. Os valores de  $FS(x)$  são utilizados então para definir a Função Densidade de Probabilidade (FDP) de  $FS(x)$ . Esse método pode ser representado matematicamente pela seguinte expressão:

$$P \approx \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n I[\min_{\omega} FS_{\omega}(x_i) < 1] \equiv P^{MMC} \quad (1)$$

onde:  $P$  é a probabilidade de ocorrência;  $n$  é o número total de realizações de simulação;  $\omega$  é o potencial de ocorrência de um determinado valor;  $\min_{\omega} FS_{\omega}(x_i)$  é o fator de segurança mínimo do potencial de ocorrência na realização  $x_i$  do método;  $I$  é a função indicadora e  $P^{MMC}$  é a probabilidade de ocorrência pelo MMC.

Segundo Crestani (2018), as funções de densidade de probabilidade (FDP) são definidas de acordo com cada parâmetro analisado, tendo uma distribuição específica. As funções de densidade de probabilidade utilizadas nesse trabalho são a normal, uniforme e a lognormal.

### 3. Modelagem numérica e análise determinística de um radier estaqueado

Nesse trabalho, os resultados determinísticos obtidos na análise estática de um radier estaqueado de concreto são comparados aos obtidos por Garcia e Albuquerque (2018), para fundações de espessuras ( $e$ ) iguais a 0,5 m, 1,0 m e 2,0 m.

O radier estaqueado escolhido para as análises (determinística e probabilística) trata-se de um radier quadrado com dimensões de 5,0 m x 5,0 m e composto por 16 estacas de 0,3 m de

diâmetro e 7,0 m de comprimento com espaçamento igual a 1,2 m a partir do centro das estacas (ou seja, 4 vezes o diâmetro das estacas), como ilustrado na Figura 1 que ilustra o modelo em planta do radier estaqueado estudado (Figura 1-a) e a vista frontal do modelo 2D implementado (Figura 1-b).

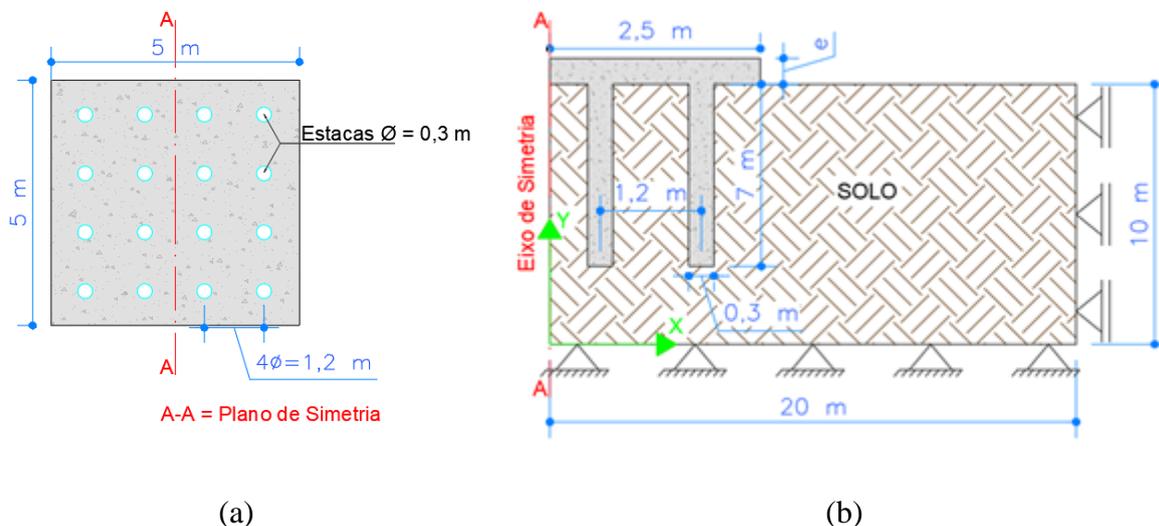


Figura 1. Vista superior do radier estaqueado (a) e vista frontal do conjunto solo-fundação considerando eixo de simetria (b). Fonte: Adaptado de Garcia e Albuquerque (2018)

O maciço terroso possui dimensões totais iguais a 40,0 m de largura e 40,0 m de comprimento e 10 m de profundidade e é constituído por um solo coesivo (provavelmente argiloso). Segundo Garcia e Albuquerque (2018), as dimensões do estratificado são adotadas de maneira a garantir a não interferências dessas condições de contorno na análise estática do sistema solo-fundação, em termos de obtenção do máximo deslocamento resultante da fundação quando submetida a um determinado carregamento (pressão). Neste trabalho, o termo máximo deslocamento resultante (dado pela soma vetorial dos deslocamentos  $U$  que ocorrem na direção  $x$  ( $U_x$ ) e na direção  $y$  ( $U_y$ )) será chamado simplesmente como deslocamento máximo. O sistema de eixos global  $x$ - $y$ , utilizado na modelagem e análise da estrutura, é ilustrado na figura 1(b).

Para a redução do tempo de processamento computacional, o radier estaqueado foi modelado bidimensionamente utilizando os conceitos de estado plano de deformações e adotando um eixo de simetria (como ilustrado na Figura 1(b)). Conforme indicado pelo plano de simetria A-A ilustrado na Figura 1 (a), somente metade do radier é modelada. Além disso, como ilustrado na Figura 1(b), somente a metade do modelo solo-fundação foi considerada.

A análise determinística do comportamento mecânico do radier estaqueado submetido a uma pressão de compressão igual 300 kPa é feita nesse trabalho considerando grandes deslocamentos mecânicos.

Nesse trabalho, o solo foi modelado utilizando o critério de falha de Drucker-Prager. Nesse critério são definidos o ângulo de atrito ( $\phi$ ) e a coesão ( $c$ ) não drenados do solo. Já o ângulo de dilatância ( $\psi$ ) (também chamado fluxo de plastificação) do solo não foi considerado. A formulação matemática do modelo de Drucker-Prager pode ser vista como uma generalização do modelo de Von Mises e, o seu modelo uma aproximação do modelo de Mohr-Coulomb, muito utilizado na formulação do comportamento geotécnico dos solos.

As variáveis materiais do radier estaqueado incluem o módulo de elasticidade ( $E$ ), a densidade ( $\rho$ ) e o coeficiente de Poisson ( $\nu$ ) do concreto. Já as variáveis materiais do solo incluem além

dessas a sua coesão ( $c$ ) e ângulo de atrito ( $\phi$ ) não drenados. Os valores determinísticos dessas variáveis materiais determinísticas são fornecidos na Tabela 1.

Tabela 1. Valores determinísticos das propriedades físicas dos materiais do radier estaqueado e solo

Variável material determinística	Concreto	Solo
E	$25 \times 10^9$ Pa	$16 \times 10^6$ Pa
$\rho$	2500 kg/m <sup>3</sup>	1900 kg/m <sup>3</sup>
$\nu$	0,2	0,3
$c$	-	20000 Pa
$\phi$	-	25°

Fonte: Adaptado de Garcia e Albuquerque (2018)

Para a modelagem numérica via MEF do radier estaqueado foram utilizados três tipos de elementos finitos do *software* ANSYS: PLANE82, utilizado para modelagem do radier estaqueado e do solo; e os elementos CONTA172 e TARGET169, utilizados na modelagem do contato (interface) entre o solo e o radier estaqueado.

O elemento plano PLANE82, possui oito nós (e dois graus de liberdade de translação, ou seja,  $U_x$  e  $U_y$ , por nó) em sua forma quadrilátera mais completa, podendo ser reduzido para seis nós em sua forma triangular reduzida. Assim, ele permite a modelagem de malhas irregulares com geometria com quinas e/ou curvas. Já o elemento de contato TARJET169 cria uma superfície (“*target surface*”) alvo 2-D de destino. Este elemento é utilizado nesse trabalho para a modelagem da interface associada ao solo, já a interface associada com a fundação emprega o elemento CONTA172 que descreve os limites do corpo deformável (“*surface of solid element*”) que ficam potencialmente em contato com a superfície de destino (“*target surface*”). O elemento CONTA172 se une à superfície do elemento plano (no caso o PLANE82) e contém três nós e dois graus de liberdade por nó, segundo as direções dos eixos  $x$  e  $y$  ( $U_x$  e  $U_y$ ).

A malha gerada para a modelagem do sistema solo-fundação contém um total de 7877 nós. Como condições de contorno, o deslocamento horizontal ( $U_x$ ) na posição  $x = 20$  m e os deslocamentos  $U_x$  e vertical ( $U_y$ ) na posição  $y = 0$  foram impedidos (figura 1(b)). Já na posição  $x = 0$  foi aplicada a condição de simetria, ou seja deslocamento horizontal nulo ( $U_x = 0$ ).

O comportamento físico do contato solo-fundação foi modelado no ANSYS como sendo do tipo “*bonded*”, visto ser o tipo de contato mais utilizado em problemas de engenharia, ou seja, com superfícies coladas permanentemente uma na outra. Já o coeficiente de atrito adotado neste trabalho segue a expressão sugerida por Ferreira *et al.* (2013), ou seja:  $\delta = \frac{2}{3} \tan(\phi)$ , sendo  $\delta$  o coeficiente de atrito e  $\phi$  o ângulo de atrito não drenado do solo.

Nesse trabalho, o efeito da gravidade foi desprezado, ou seja, a carga aplicada sobre a fundação trata-se da carga bruta (já considerando o peso próprio da estrutura) aplicada na forma de pressão aplicada sob da fundação, e não a carga líquida efetiva.

Para a validação numérica do modelo implementado foi aplicado uma carga bruta de 300 kPa aplicada sob a fundação, considerando três diferentes modelos de fundações conforme a variação de sua espessura ( $e$ ): 0,5 m; 1,0 m e 2,0 m. A espessura ( $e$ ) é indicada na Figura 1(b).

Os resultados numéricos obtidos foram comparados com os obtidos numericamente (e também analiticamente) por Garcia e Albuquerque (2018). No entanto, o modelo do sistema solo-

fundação proposto por Garcia e Albuquerque (2018) trata-se de um modelo 3D, implementando via MEF no *software* LCPC-Cesar (versão 5.0) utilizando apenas elementos sólidos.

Para as três espessuras analisadas do radier estaqueado, ou seja 0,5 m; 1,0 m e 2,0 m, os deslocamentos máximos obtidos foram iguais respectivamente a 40,097 mm, 40,072 mm e 40,073 mm, ocorrendo na posição  $x = 1,65$  m e  $y = 3,00$  m, conforme sistema de eixos ilustrados na Figura 1(b).

A figura 2 ilustra a distribuição do deslocamento resultante que ocorre ao longo do maciço terroso e radier estaqueado de espessura ( $e$ ) igual a 1,0 m.

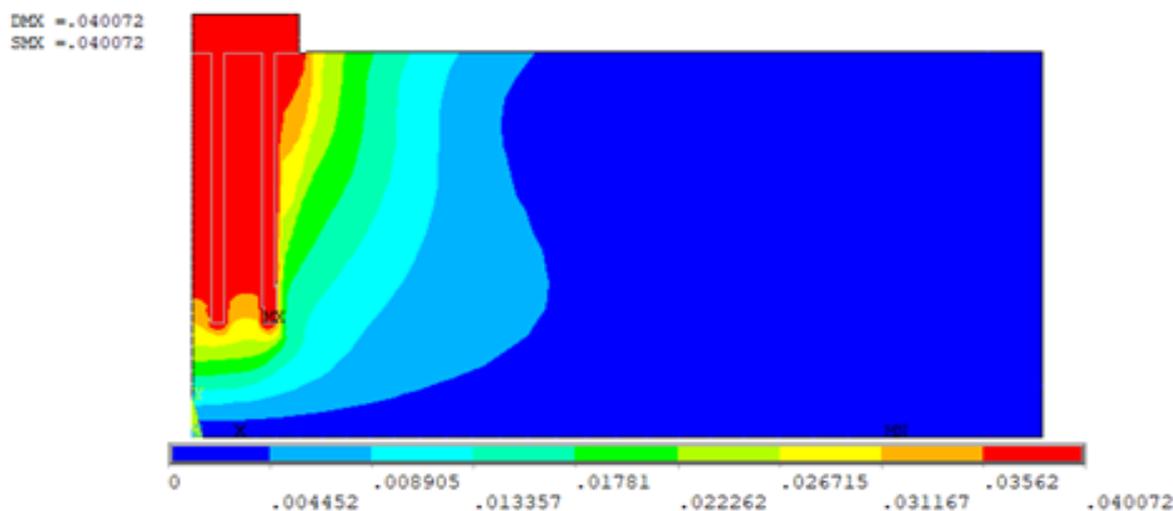


Figura 2. Distribuição do deslocamento resultante do sistema solo-fundação com espessura do radier estaqueado igual a 1,0 m obtida após 14 iterações.

Em seu trabalho, Garcia e Albuquerque (2018) obtiveram para todos os três casos um deslocamento igual aproximadamente a 39 mm. Observa-se que os valores obtidos pelos autores são muito próximos aos obtidos neste trabalho, com erros percentuais iguais a 2,81%; 2,75% e 2,75%, considerando radier estaqueado de espessura igual a 0,5 m; 1,0 m e 2,0 m, respectivamente.

Esses erros percentuais podem estar associados ao uso de um modelo 2D em detrimento ao 3D proposto por Garcia e Albuquerque (2018), da adoção de condições simplificadoras no uso do conceito de estado plano de deformações em detrimento ao uso da teoria da elasticidade 3D usada na formulação de elementos sólidos, e, obviamente o uso de diferentes elementos (cada um contendo em suas formulações restrições e simplificações próprias) em ambos os *softwares* utilizados (ANSYS e LCPC-Cesar). Além disso, nenhuma informação sobre a modelagem da iteração solo-fundação foi apresentada no modelo 3D proposto por Garcia e Albuquerque (2018), e pode ser um parâmetro importante para a comparação entre ambos os modelos implementados.

#### 4. Resultados e análise de sensibilidade do radier estaqueado

Para a análise de sensibilidade do sistema solo-fundação foram consideradas as seguintes funções densidade de probabilidade (FDP) e suas variáveis aleatórias de entrada associadas (com nome adotado dessas variáveis entre parênteses):

(1) FDP do tipo normal: módulo de elasticidade (ERADIER) e coeficiente de Poisson (POIRADIER) do radier estaqueado; módulo de elasticidade (ESOLO), coeficiente de Poisson

(POISOLO), coesão (CSOLO) e ângulo de atrito não drenados do solo (TETASOLO); (2) FDP do tipo uniforme: espessura da placa do radier (E), largura da placa do radier (L), comprimento das estacas (LE) e diâmetro das estacas ( $D_1$ ), e; (3) FDP do tipo lognormal: pressão de compressão aplicada sob a fundação (PRESS).

Assim, foram adotadas onze variáveis de entrada, sendo seis variáveis físico-mecânicas associadas ao solo e a fundação (ERADIER, POIRADIER, ESOLO, POISOLO, CSOLO, TETASOLO), quatro geométricas da fundação (E, L, LE e  $D_1$ ) e a carga (PRESS) aplicada na forma de pressão sob a fundação. Os parâmetros estatísticos de média e as funções de densidade de probabilidade (FDP) para cada uma dessas variáveis aleatórias estão representados na Tabela 2.

Tabela 2. Valores médios e funções de distribuição de probabilidade associadas às variáveis aleatórias consideradas

Variável	Valor médio	Tipo de FDP
ERADIER	$2,5 \times 10^{10}$ Pa	NORMAL
POIRADIER	0,2	NORMAL
ESOLO	$16 \times 10^6$ Pa	NORMAL
POISOLO	0,3	NORMAL
CSOLO	20000 Pa	NORMAL
TETASOLO	25°	NORMAL
PRESS	$300 \times 10^3$ Pa	LOG1
E	1,0 m	UNIFORME
L	5,0 m	UNIFORME
LE	7,0 m	UNIFORME
$D_1$	0,3 m	UNIFORME

Fonte: dos autores (2021)

Os tipos de funções de densidade de probabilidade informados na Tabela 2, foram adotados conforme trabalho de Tvrdá (2017), com exceção do diâmetro das estacas ( $D_1$ ) inserido neste trabalho como distribuição uniforme, visto que o trabalho de Tvrdá (2017) trata-se somente do estudo probabilístico um radier simples, ou seja, sem estacas.

Outras hipóteses adotadas na análise de sensibilidade do radier estaqueado são que: (a) em todas as simulações probabilísticas foi utilizado o método de amostragem Hipercubo Latino por ser o mais utilizado em conjunto com o método de Monte Carlo; (b) as estacas da fundação sofrem a mesma variação aleatória em seu comprimento (LE) e em seu diâmetro ( $D_1$ ) durante o método de Monte Carlo; (c) as variáveis de entrada são consideradas não correlacionadas nesse trabalho, ou seja, assume-se a independência (no espaço e no tempo) entre as várias entradas do modelo; (d) as variáveis de entrada da distância entre estacas, do peso próprio da fundação e do ângulo de atrito da interface solo-estaca não são avaliadas nesse trabalho; (e) o modelo de sensibilidade considera uma única variável de saída, independente no espaço e tempo em relação a outras possíveis variáveis de saída; (f) o comprimento das estacas emprega uma distribuição do tipo uniforme, (g) nas análises probabilísticas foi adotado um limite de confiança igual a 5%, padrão em problemas de engenharia, e, (h) o radier considerado nas análises probabilísticas tem espessura média igual a 1m (como informado na Tabela 2).

Assim, são realizadas três análises de sensibilidade distintas, chamadas de CASO1, CASO2 e CASO3, modificando conjuntamente em cada caso as covariâncias das variáveis associadas as

propriedades físico-mecânicas do solo e do concreto e também os valores do intervalo mínimo e máximo das variáveis geométricas da fundação.

Os parâmetros estatísticos de covariância ou os limites máximos e mínimos utilizados para cada variável aleatória de entrada, considerados em cada um dos três casos, são sumarizados na Tabela 3.

Tabela 3. Covariâncias e intervalos associados às variáveis aleatórias consideradas em cada um dos três casos analisados

Variável aleatória	CASO1			CASO2			CASO3		
	COV	Mín.	Máx.	COV	Mín.	Máx.	COV	Mín.	Máx.
ERADIER	1%	-	-	2.5%	-	-	5%	-	-
POIRADIER	1%	-	-	2.5%	-	-	5%	-	-
ESOLO	1%	-	-	2.5%	-	-	5%	-	-
POISOLO	1%	-	-	2.5%	-	-	5%	-	-
CSOLO	1%	-	-	2.5%	-	-	5%	-	-
TETASOLO	1%	-	-	2.5%	-	-	5%	-	-
PRESS	1%	-	-	2.5%	-	-	5%	-	-
E	-	0,990	1,010	-	0,975	1,025	-	0,950	1,050
L	-	4,950	5,050	-	4,875	5,125	-	4,750	5,250
LE	-	6,930	7,070	-	6,825	7,175	-	6,650	7,350
D1	-	0,297	0,303	-	0,2925	0,3075	-	0,285	0,315

Fonte: dos autores (2021)

Tal como exposto na Tabela 3 no terceiro caso, é comum em engenharia a hipótese de 5% para a COV quando se utiliza distribuição normal para variáveis aleatórias não identificadas. Já os limites mínimo e máximo (Mín. e Máx.), adotados para as variáveis geométricas informadas na Tabela 3, foram obtidos considerando erros percentuais de 1%, 2,5% e 5%, para cima e para baixo, em relação valores médios das variáveis geométricas informadas na Tabela 2, visto a inexistência de trabalhos científicos que informem esses valores para um radier estaqueado. Esses limites foram adotados para tentar promover uma análise mais próxima da condição real das incertezas relacionadas ao projeto e execução da fundação em estudo. Além disso, para uma melhor interpretação dos resultados probabilísticos, as variáveis aleatórias associadas ao material (concreto e solo) procuram seguir o mesmo padrão adotado para as variáveis aleatórias geométricas empregando-se, no entanto, valores de covariância iguais a 1%, 2,5% e 5%.

A única variável aleatória de saída implementada na modelagem probabilística (para os três CASOS), como já comentado, trata-se do deslocamento máximo, chamado nesse trabalho de DESLOCMAX. Essa variável é obtida considerando em cada uma das  $N_i$  iterações do Método de Monte Carlo análise estática em um sistema sujeito a grandes deformações quando submetido a pressão aleatória PRESS.

No Método de Monte Carlo um grande número de iterações ( $N_i$ ) é necessário para a verificação da convergência dos valores (média e desvio padrão) da variável de saída DESLOCMAX. Nesse trabalho foram usadas 1000 iterações para cada um dos três casos, porém percebe-se pelos gráficos da Figura 3 que com aproximadamente 750 iterações os valores da média da variável DESLOCMAX (considerando o CASO3) já se estabilizaram (considerando um limite de confiança igual a 95%).

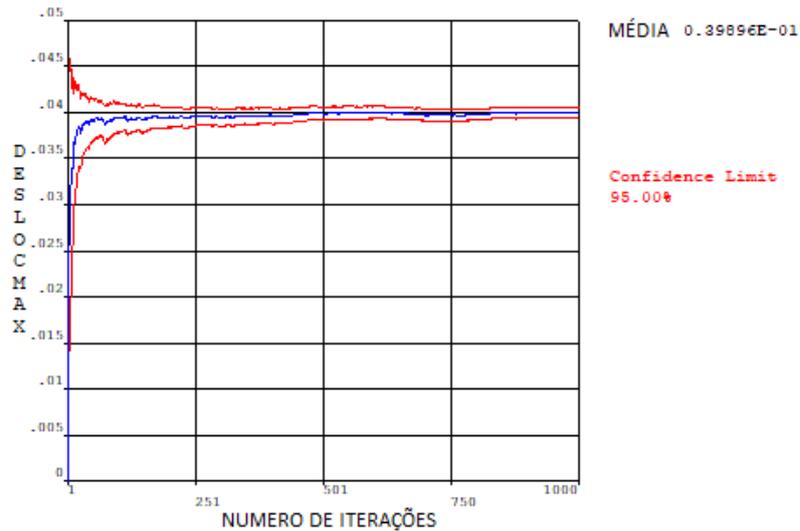


Figura 3. Histórico de valores da média da variável aleatória de saída DESLOCMAX considerando o CASO-3 e 1000 iterações

Os gráficos de barras das figuras 4, 5 e 6 ilustram as variáveis aleatórias de entrada que mais interferem no resultado da variável aleatória de saída DESLOCMAX para cada um dos três casos de fundações em estudo, considerados um nível de significância de 2,5% e 1000 iterações.

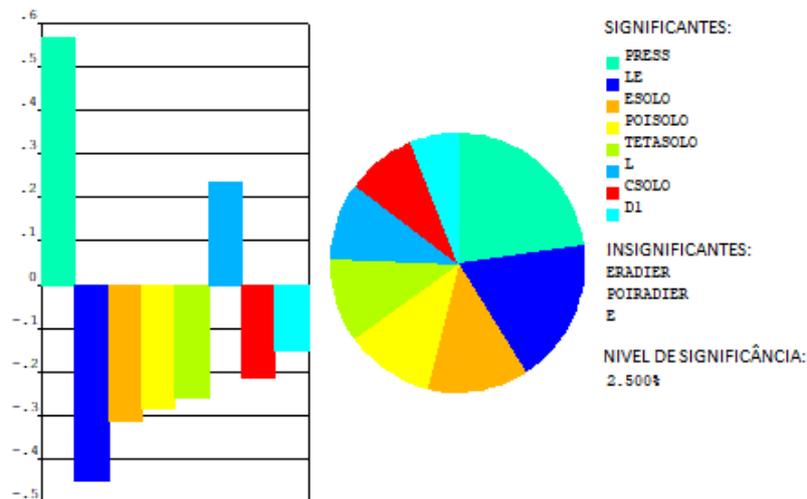


Figura 4. Análise de sensibilidade das variáveis de entrada em relação à variável de saída DESLOCMAX para o CASO1.

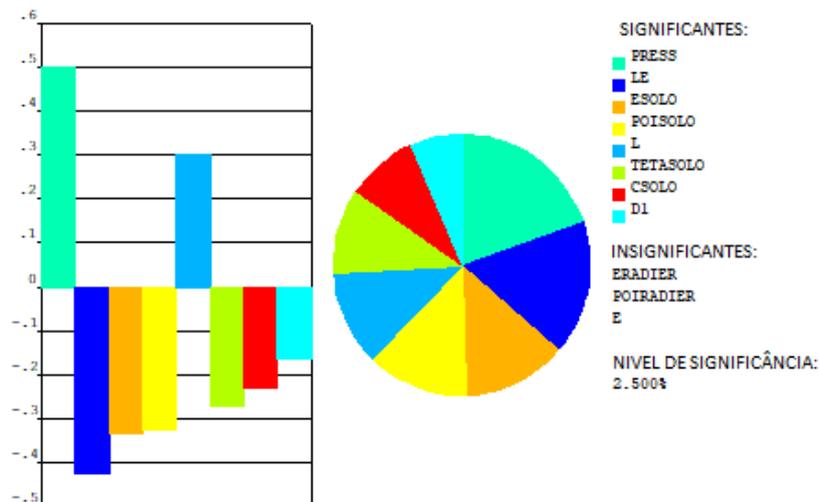


Figura 5. Análise de sensibilidade das variáveis de entrada em relação à variável de saída DESLOCMAX para o CASO2.

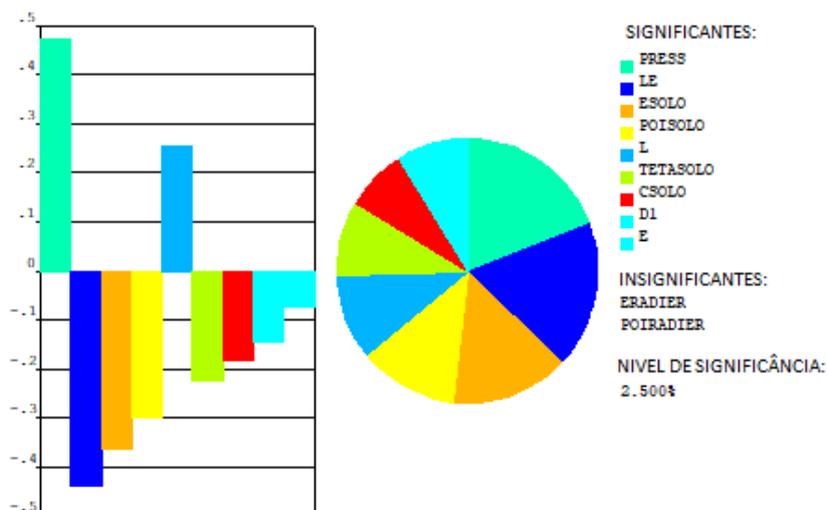


Figura 6. Análise de sensibilidade das variáveis de entrada em relação à variável de saída DESLOCMAX para o CASO3.

Observa-se através das Figuras 4, 5 e 6 que além da pressão (PRESS) as variáveis de entrada mais sensíveis em relação a variável de saída DESLOCMAX são, para todos os três casos, o comprimento das estacas (LE) e o módulo de elasticidade do solo (ESOLO). Ambos causam a diminuição do valor do DESLOCMAX quando sofrem um acréscimo em seus valores. Ou seja, pode-se analisar graficamente por meio dessas figuras que as variáveis positivas no gráfico de barras provocam um aumento no valor do DESLOCMAX, enquanto as negativas diminuem o seu valor (considerando um nível de significância igual a 2,5%). Portanto, (a) a pressão (PRESS) e o comprimento (ou largura) do radier (L) da fundação provocam um aumento do deslocamento máximo sofrido pela sistema solo-fundação; (b) o comprimento (LE) e o diâmetro das estacas (D1) e módulo de elasticidade do concreto (E) da fundação provocam uma diminuição do DESLOCMAX quando esses sofrem um incremento (aumento) em seus valores; (c) o módulo de elasticidade (ESOLO), o coeficiente de Poisson (POISOLO), o ângulo de atrito

na condição não drenada (TETASOLO) e a coesão não drenada do solo (CSOLO) também provocam uma diminuição no valor do DESLOCMAX quando esses são aumentados.

Sabe-se que as variáveis associadas as resistências mecânicas e ao cisalhamento do solo, ou seja, ESOLO, POISOLO, TETASOLO e CSOLO, podem ser aumentadas através do uso de técnicas de reforço ou de melhoramento do solo (por exemplo por meio do uso de colunas de brita, *Deep Soils Mixing*, *Jet Grouting* e outras técnicas) que não são o foco desse trabalho, mas podem ser consultadas em Rodrigues (2018). Já as variáveis associadas ao projeto e a execução das fundações, entre elas o LE, D1 e o E, podem ser mais facilmente controladas (durante o controle executivo da fundação) ou alteradas (na fase de projeto), em vista a diminuição do recalque da fundação. Já PRESS é uma variável aleatória, relacionada a superestrutura apoiada na fundação, de controle relacionado, por exemplo, a mudanças do projeto estrutural ou em restrições de uso (cargas) da edificação.

Nota-se através das Figuras 4, 5 e 6, que a pressão (PRESS) e o comprimento (ou largura) da fundação (L) são variáveis correlacionadas, em que o aumento de uma corresponde a diminuição quase na mesma magnitude da outra, o que era esperado, visto serem grandezas inversamente proporcionais. Pode-se notar também em todos os três casos analisados a variação no comprimento da estaca (LE) tem uma contribuição superior (ou seja, é mais sensível) na diminuição do DESLOCMAX quando comparado a contribuição do diâmetro (D1) das estacas.

## 5. Conclusões

Foi proposto e validado numericamente nesse trabalho a modelagem 2D, via MEF, de um radier estaqueado utilizando os conceitos de estado plano de deformações e simetria geométrica em comparação com um modelo 3D, proposto na literatura científica, com maior número de graus de liberdade. O radier estaqueado é apoiado em um solo coesivo e submetido a uma pressão e analisado estaticamente considerando grandes deformações. A redução do custo de processamento computacional com a utilização do modelo 2D em detrimento de um modelo 3D é importante visto o grande número de iterações requeridas pelo Método de Monte Carlo em uma análise probabilística e de sensibilidade. Nota-se na literatura científica a ausência de trabalhos científicos sobre a análise de sensibilidade de radier estaqueados modelados via MEF.

Neste trabalho, a sensibilidade das variáveis de entrada (do solo, da fundação e da superestrutura) em relação a variável de saída, relacionada ao máximo deslocamento resultante do sistema solo-fundação, também foi estudada. Para esse estudo foi realizada três simulações de Monte Carlo variando-se para cada caso as covariâncias e limites superiores e inferiores da variação de cada variável aleatória de entrada. Entre as inúmeras variáveis de entrada do sistema solo-fundação, foram estudadas as variáveis aleatórias associadas ao solo (módulo de elasticidade, coeficiente de Poisson, coesão e ângulo de atrito não drenados), a geometria da fundação (comprimento e diâmetro das estacas, espessura e comprimento do radier), ao material da fundação (módulo de elasticidade e coeficiente de Poisson do concreto) e a carga estrutural aplicada sob a fundação.

Com isso, observou-se que as variáveis mais significativas (conforme hipóteses adotadas nas simulações probabilísticas) em relação a variável de saída em estudo foram: o comprimento das estacas, entre todas as demais variáveis aleatórias da fundação, e o módulo de elasticidade (deformabilidade), entre todas as demais variáveis aleatórias do solo. Nos casos analisados, o efeito do aumento do comprimento das estacas em relação ao aumento no seu diâmetro tem uma influência maior na diminuição do recalque sofrido pelo sistema solo-fundação, considerando constante o espaçamento entre estacas.

---

**Referências**

- CRESTANI, B.** *Análise probabilística do fator de segurança de taludes através do método de Monte Carlo.* Universidade Federal de Santa Catarina, Centro Tecnológico, Graduação em Engenharia Civil. Florianópolis, p. 109, 2018. Disponível em: < <https://repositorio.ufsc.br/handle/123456789/187911> > Acesso em: 03 ago. 2021.
- FERREIRA, S. R. D. M.; OLIVEIRA, J. T. R.; FUCALE, S. P.; SÁ, W. B. & MOURA, S. F. A.** *Avaliação do ângulo de atrito solo-muro e da rugosidade da superfície de contato.* Ciência e Engenharia, Vol. 22, n. 2, p. 11-19, 2013.
- FREITAS, A. P. S. D.** *Comportamento de radiers estaqueados como fundações de aerogeradores de energia eólica.* Dissertação de Mestrado, Universidade Federal do Rio Grande do Norte. Natal, 2018. Disponível em: < [https://repositorio.ufrn.br/bitstream/123456789/26159/1/Comportamentoradiersetaqueados\\_Freitas\\_2018.pdf](https://repositorio.ufrn.br/bitstream/123456789/26159/1/Comportamentoradiersetaqueados_Freitas_2018.pdf) > Acesso em: 03 ago. 2021.
- GARCIA, J. R.** *Análise experimental e numérica de radiers estaqueados executados em solo da região de Campinas/SP.* Tese de Doutorado, Universidade Estadual de Campinas. Campinas, 2015. Disponível em: < [http://repositorio.unicamp.br/jspui/bitstream/REPOSIP/257985/1/Garcia\\_JeanRodrigo\\_D.pdf](http://repositorio.unicamp.br/jspui/bitstream/REPOSIP/257985/1/Garcia_JeanRodrigo_D.pdf) > Acesso em: 03 ago. 2021.
- GARCIA, J. R. & ALBUQUERQUE, P. J. R. D.** *Influence of relative stiffness on the behavior of piled raft foundations.* Acta Scientiarum Technology, Maringá, Vol. 9, 2018. <https://doi.org/10.4025/actascitechnol.v40i1.35209>
- LESSA, M. F. V.** *Metodologias para análise de incertezas paramétricas em conversores de potência.* UFMG-Brasil e École Centrale de Lyon. Lyon - França, 2013. Disponível em: < [https://repositorio.ufmg.br/bitstream/1843/BUBD-9Y2LY5/1/moises\\_ferber\\_eng\\_eletrica.pdf](https://repositorio.ufmg.br/bitstream/1843/BUBD-9Y2LY5/1/moises_ferber_eng_eletrica.pdf) > Acesso em: 03 ago. 2021.
- LÓPEZ, C. N. M.** *Métodos probabilísticos aplicados na análise de estabilidade de taludes em solo.* Dissertação de Mestrado, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro. Rio de Janeiro, 2017. Disponível em: < <https://www.maxwell.vrac.puc-rio.br/33136/33136.PDF> > Acesso em: 03 ago. 2021.
- RODRIGUES, J. C.** *Melhoramento do solo mole e o Geoenrigecimento.* 1ª Ed., Rio de Janeiro: (própria), J. C. Rodrigues, 2018.
- SRILAKSHMI, G. & MOUDGALYA, D.** *Analysis of piled raft foundation using finite element method.* International journal of engineering research and science&technology. Vol. 2, n. 3, p. 97, 2013. Disponível em: < <https://citeseerx.ist.psu.edu/viewdoc/download?doi=10.1.1.740.9830&rep=rep1&type=pdf> > Acesso em: 03 ago. 2021.
- TVRDA, K.** *RSM Method in Probabilistic Analysis of the Foundation Plate.* Procedia Engineering - Structural and Physical Aspects of Construction Engineering, p. 516-521, 2017. [10.1016/j.proeng.2017.05.372](https://doi.org/10.1016/j.proeng.2017.05.372)