

# CONTROLE DE SISTEMAS NÃO LINEARES UTILIZANDO INFERÊNCIA FUZZY E CONTROLE INTERPOLADO

Glauca Maria Bressan (Universidade Tecnológica Federal do Paraná. Câmpus Cornélio Procópio)

E-mail: [glauciabressan@utfpr.edu.br](mailto:glauciabressan@utfpr.edu.br)

Monique G. de Souza Sobrinho (Universidade Tecnológica Federal do Paraná. Câmpus Cornélio Procópio) E-mail: [monique25souza43@gmail.com](mailto:monique25souza43@gmail.com)

Cristiano Marcos Agulhari (Universidade Tecnológica Federal do Paraná. Câmpus Cornélio Procópio)

E-mail: [agulhari@utfpr.edu.br](mailto:agulhari@utfpr.edu.br)

**Resumo:** Este trabalho apresenta uma técnica de controle de sistema não lineares, baseada na combinação da teoria de controle para sistemas linearizados e aplicação de uma inferência *fuzzy* para atuar como um controlador supervisor, o qual analisa a situação e indica a melhor combinação de controle para cada situação. Para desenvolver essa aplicação, foram projetados diferentes controladores lineares que estabilizam regiões distintas do espaço de estados. Com os controladores projetados, utiliza-se a inferência *fuzzy* para analisar as variáveis de estado do sistema. Com isso, é possível executar uma interpolação de controladores lineares para serem aplicados em um sistema não linear, a fim de suavizar o controle próximo dos limites entre regiões. Esta técnica é implementada em um sistema de um pêndulo simples com ponto de operação em torno de  $\pi$  ou  $-\pi$  (neste trabalho chamado de pêndulo invertido), pois possui uma dinâmica não linear e é amplamente estudado na literatura.

**Palavras-chave:** Controle chaveado, Sistemas *fuzzy*, Linearização de sistemas, Técnica de controle.

## NON-LINEAR SYSTEMS CONTROL USING FUZZY INFERENCE AND INTERPOLATED CONTROL

**Abstract:** This paper presents a non-linear system control technique, based on the combination of the control theory for linearized systems and the application of a fuzzy inference to act as a supervisory controller, which analyzes the current situation and indicates the best combination of control for each situation. To develop this application, different linear controllers were designed to stabilize different regions of the state space. With the designed controllers, the fuzzy inference is used to analyze the system state variables. With this, it is possible to perform an interpolation of linear controllers to be applied in a non-linear system, in order to smooth the control close to the limits between regions. This technique is implemented in a simple pendulum system with an operating point around  $\pi$  or  $-\pi$  (in this work called the inverted pendulum), as it has non-linear dynamics and is largely studied in the literature.

**Keywords:** Switched control, Fuzzy system, Systems linearization, Control technique.

### 1. Introdução

Um sistema é definido por Ogata (2010) como uma junção de partículas que atuam em conjunto, a fim de atingir um objetivo especificado. Ao realizar uma análise matemática sobre um sistema, é possível classificá-lo de diferentes formas, como analisar sua variância no tempo, sua linearidade, sua causalidade e muitos outros critérios que são descritos em Lathi (2007). Neste trabalho, a análise do sistema por linearidade será fundamental para o desenvolvimento da teoria apresentada.

Um *sistema linear* é definido por qualquer sistema que atenda as propriedades de homogeneidade e aditividade, que podem ser compreendidas como a propriedade de superposição (LATHI, 2007). Dessa forma, qualquer sistema que não atenda esse critério é classificado como *sistema não-linear*. A técnica de controle clássico é aplicável apenas para sistemas lineares. Porém, como no mundo real, a maioria dos sistemas só é linear em um curto intervalo de atuação (OGATA, 2010), grande parte dos sistemas que precisam ser controlados são caracterizados como não-lineares. Como, para esse tipo de sistema, o controle clássico não garante uma boa operação, uma das

técnicas que podem ser utilizadas é o processo de linearização de sistemas não-lineares, o qual verifica a região de operação do sistema. Caso essa região seja compatível com o ponto de equilíbrio e sob a hipótese de aplicação de pequenos sinais ou perturbações, é possível obter controladores satisfatórios a partir da representação linearizada (OGATA, 2010).

Utilizando a premissa dessa técnica, pode-se executar um controle chaveado, dividindo em seções o plano de fase de um sistema e, para cada uma destas, projetar um controlador diferente que atua apenas na região determinada. Todavia, ao analisar as fronteiras, esse chaveamento acontecerá de maneira brusca, o que pode ser impossível em situações práticas ou mesmo levar a comportamentos instáveis. Como forma de resolver este problema, Dupont (2010) utilizou da inferência *fuzzy* (PEDRYCZ; GOMIDE, 1998) em conjunto com a técnica de linearização para propor uma outra solução para efetuar o controle de sistemas não-lineares. Desta forma, é possível conciliar um sistema de inferência *fuzzy* capaz de atuar como controlador supervisorio a fim de interpolar diferentes controladores lineares para serem aplicados em uma dinâmica não-linear.

Desta forma, este trabalho apresenta um estudo sobre a aplicação de sistemas de inferência *fuzzy* Takagi-Sugeno (SUGENO, 1985) em controle interpolado para aplicação e desenvolvimento de uma técnica que permita, de acordo com as variáveis de estado, modificar o controlador para atingir um desempenho otimizado do controle. O sistema de inferência *fuzzy* atua como controlador supervisorio, capaz de interpolar diferentes controladores lineares aplicados em um sistema não-linear. Neste trabalho é realizado o estudo de caso de um pêndulo simples com ponto de operação em torno de  $\pi$  ou  $-\pi$ , neste trabalho chamado de pêndulo invertido. A principal contribuição é o desenvolvimento de uma técnica que se baseia no projeto de diferentes controladores lineares para serem aplicados em um sistema de dinâmica não-linear, como o pêndulo simples invertido, apresentado neste trabalho, e outros modelos distintos, bem como o desenvolvimento de um sistema de inferência *fuzzy* capaz de atuar como um controlador supervisorio, analisando as variáveis de estado do sistema e executando uma interpolação de controladores a partir desses valores.

## 2. Metodologia

Um sistema é classificado como não-linear quando o princípio da superposição, mostrado na Equação (1) (BONATTI et al., 2016), não pode ser aplicado.

$$g\{a_1 u_1(t) + a_2 u_2(t)\} \neq a_1 g\{u_1(t)\} + a_2 g\{u_2(t)\} \quad (1)$$

Na Equação (1),  $a_i$  é o valor de uma constante e  $g\{u_i(t)\}$  é a saída do sistema considerado à aplicação da  $i$ -ésima componente  $u_i(t)$  de entrada. Ou seja, não se pode obter o resultado de duas saídas simultâneas somando-as individualmente. Ao executar o controle de um sistema não linear, é necessário utilizar algumas estratégias de controle apropriadas para a dinâmica considerada. Dentre as estratégias possíveis (KHALIL, 1996), este trabalho explora a técnica de linearização de sistemas, visto que, utilizando dessa estratégia, as técnicas lineares de controle podem ser aplicadas e adaptadas para lidar com as dinâmicas não lineares em estudo.

Considere agora o sistema não-linear dado por:

$$\dot{x}(t) = f(x(t), u(t)), \quad y(t) = g(x(t), u(t)).$$

O processo de linearização de um sistema não-linear executa uma aproximação linear do sistema em torno de um ponto de operação, também conhecido como ponto de equilíbrio  $(x_{eq}, u_{eq})$ , definido pela Equação (2).

$$(x_{eq}, u_{eq}) : f(x_{eq}, u_{eq}) = 0. \quad (2)$$

Ao linearizar um sistema não-linear, este passa a ser descrito pela dinâmica em (3).

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= Ax(t) + Bu(t) \\ y(t) &= Cx(t) \end{aligned} \quad (3)$$

De forma que:

$$A = \left[ \frac{\partial f}{\partial x} \right] \Big|_{x=x_{eq}, u=u_{eq}} \quad B = \left[ \frac{\partial f}{\partial u} \right] \Big|_{x=x_{eq}, u=u_{eq}} \quad C = \left[ \frac{\partial g}{\partial x} \right] \Big|_{x=x_{eq}, u=u_{eq}}$$

A validade desse sistema se estende para a região em torno desse ponto, conseguindo determinar o comportamento desse sistema para o intervalo aplicado.

Para executar o controle de um sistema não-linear baseado na discretização do espaço de estados com interpolação *fuzzy*, a técnica de alocação de pólos (OGATA, 2010) será aplicada para regiões pré-definidas do espaço de estados. Esta escolha se faz pelo fato desta técnica de controle linearizada só garantir a estabilidade local do sistema, em torno do ponto de equilíbrio considerado. Ao aplicar esta modelagem de controle, percebe-se que conforme a trajetória do sistema passa pelas regiões, os controladores mudam, criando a necessidade de fazer uma interpolação com os controladores nas regiões de transição, de forma que a transição entre regiões seja feita de forma suave, capaz de evitar mudanças bruscas na ação de controle.

Visto isso, a utilização de um sistema de inferência *fuzzy*, como apresentada por Dupont (2010), é capaz de garantir esse critério, executando a interpolação de diferentes controladores. Dessa forma, a ação de controle se torna mais suave em regiões de mudança. O controle de sistemas não-lineares utilizando a interpolação *fuzzy* segue os procedimentos:

*Discretização do Espaço de Estados:* divide-se o plano de fase em regiões, as quais devem ser definidas de acordo com o problema e sua capacidade de particionamento;

*Projeto dos Controladores:* são projetados controladores distintos para cada região, de forma que, dentro daquele perímetro, o controlador seja aplicável. Para este trabalho, adotaremos a linearização de sistemas não-lineares, utilizando a técnica de alocação de polos para projetar os controladores a serem utilizados para fazer o sistema seguir um sinal de referência;

*Integração do sistema fuzzy como interpolador:* constrói-se um sistema de inferência *fuzzy* que analisa as variáveis de estado e fornece em sua saída a combinação de controladores que se adequa para a situação analisada.

Com essas etapas, essa técnica de controle é aplicável de duas formas: utilizar a inferência *fuzzy* apenas no início processo de controle ou aplicá-lo ao longo de todo o processo, modificando o controlador a ser usado, de acordo com os valores instantâneos das variáveis de estado.

A aplicação consiste no controle de um sistema não-linear de pêndulo simples invertido, como apresentado em Khalil (1996). O objetivo de controle para este sistema é mover a haste do pêndulo para a posição desejada, atuando contra o efeito da gravidade, que

deixa a haste na posição mais baixa naturalmente. A caracterização desse sistema pode ser descrita matematicamente pelas Equações (4), de forma que  $x_1$  exprime a posição angular ocupada pela haste do pêndulo simples invertido (limitada de  $-\pi$  a  $\pi$ ),  $x_2$  representa a velocidade angular da haste do pêndulo (limitada de  $-9,45$  rad/s a  $9,45$  rad/s) e  $u(t)$  corresponde ao torque aplicado à base da haste, que é o sinal de controle considerado para este estudo de caso, como realizado no modelo apresentado por Horevicz (2017).

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= x_2 \\ \dot{x}_2 &= -19,62 \sin(x_1) - 2x_2 + 20u \end{aligned} \quad (4)$$

### 3. Resultados e Discussão

A estratégia de controle desenvolvida neste trabalho consiste em discretizar o plano de fase em regiões e, para cada uma dessas partições, projetar diferentes controladores, baseados no projeto de controle de sistemas lineares por alocação de polos (OGATA, 2010). A forma com a qual cada controlador deverá atuar está diretamente relacionada com a posição e velocidade angulares do pêndulo simples invertido. Para fazer esse acompanhamento supervisorório um sistema de inferência *fuzzy* é aplicado na análise das variáveis de estado do sistema, permitindo a interpolação de controladores, quando necessário.

As regiões definidas para a elaboração dos controladores, são baseadas no plano de fase do sistema, com eixo horizontal delimitado de  $-\pi$  a  $\pi$ . Com esse parâmetro, o plano de fase é dividido em 5 regiões, de forma que as regiões 2, 3 e 4 são regiões de mesma área. As regiões 1 e 5 são menores pois  $-\pi$  e  $\pi$ , para esse sistema, correspondem fisicamente à mesma situação; logo essas regiões possuem metade da área, pois juntas equivalem a área determinada para as outras regiões. Esse resultado foi alcançado empiricamente, mas outras configurações também são possíveis. A divisão das regiões pode ser visualizada na Figura 1, em que o eixo horizontal representa a posição angular e o eixo vertical a velocidade angular.

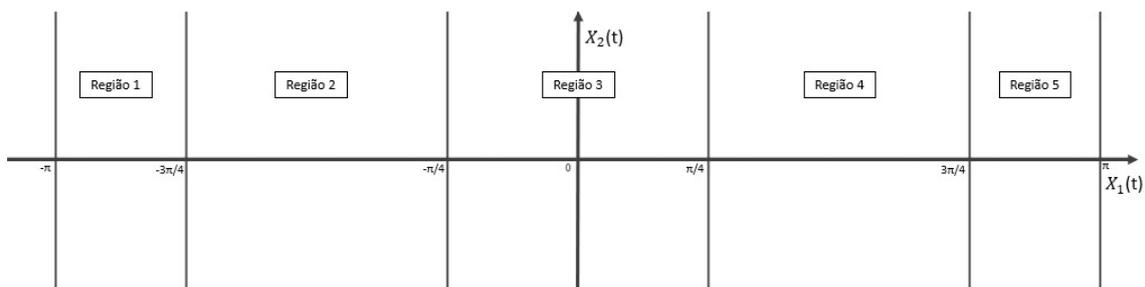


Figura 1 – Divisão das regiões

É importante notar que, para o caso estudado, a matriz linearizada  $A$ , conforme mostrado a seguir, depende apenas da posição angular; sendo assim, a velocidade angular não tem impacto relevante sobre a construção dos sistemas linearizados. Dessa forma, um mesmo controlador é utilizado dada uma posição angular, independentemente de sua velocidade angular, o que justifica a forma com a qual foi realizada a divisão de regiões.

Com a divisão das regiões executada, realiza-se a linearização do sistema em torno do ponto central de cada uma das regiões. Com esse procedimento, gera-se 5 sistemas linearizados, conforme apresentado nas equações:

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -19,62 \cos(x_1) & -2 \end{bmatrix} \Big|_{x=x_{eq}} \quad B = \begin{bmatrix} 0 \\ 20 \end{bmatrix} \Big|_{x=x_{eq}} \quad C = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} \Big|_{x=x_{eq}}$$

Dessa forma, foram construídos os sistemas a seguir.

Região 1: sistema linearizado em torno do ponto  $x_{eq} = (-\pi, 0)$ .

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 19,62 & -2 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 0 \\ 20 \end{bmatrix} \quad C = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix}$$

Região 2: sistema linearizado em torno do ponto  $x_{eq} = (-\pi/2, 0)$ .

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & -2 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 0 \\ 20 \end{bmatrix} \quad C = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix}$$

Região 3: sistema linearizado em torno do ponto  $x_{eq} = (0, 0)$ .

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -19,62 & -2 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 0 \\ 20 \end{bmatrix} \quad C = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix}$$

Região 4: sistema linearizado em torno do ponto  $x_{eq} = (\pi/2, 0)$ .

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & -2 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 0 \\ 20 \end{bmatrix} \quad C = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix}$$

Região 5: sistema linearizado em torno do ponto  $x_{eq} = (\pi, 0)$ .

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 19,62 & -2 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 0 \\ 20 \end{bmatrix} \quad C = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix}$$

Com o sistema linearizado, de acordo com o ponto central de cada região, os controladores podem ser projetados para cada região, conforme a técnica de alocação de polos (OGATA, 2010) e serão capazes de atuar no sistema não linearizado na região delimitada. Após esta etapa, é construído um sistema *fuzzy* que analisa a entrada de dados do sistema estudado, a fim de atuar como um controle supervisor para indicar qual controlador, ou combinação de controladores, irá atuar no sistema. Para esta aplicação será utilizado o modelo proposto por Takagi-Sugeno-Kang (SUGENO, 1985), adotando as saídas como constantes que podem adotar valores de 0 a 1.

As entradas do sistema *fuzzy* foram definidas como as variáveis de estado do sistema estudado. Dessa forma, tem-se que a Entrada 1 corresponde à Posição Angular e a Entrada 2 corresponde à velocidade angular do pêndulo simples invertido. Para a Entrada 1, o intervalo  $[-\pi, \pi]$  contém os possíveis valores numéricos que a entrada pode assumir. Uma normalização dos valores foi executada por meio do Teorema de Tales (CASTILLO, 1997), para integrá-los no sistema *fuzzy* a fim de padronizar a entrada de dados para o intervalo  $[0,1]$ . Na Tabela 1 é possível analisar a divisão dos intervalos linguísticos adotados de acordo com a região, ou seja, o intervalo “Perto Negativo” corresponde à Região 1, “Longe Negativo” corresponde à Região 2 e assim sucessivamente.

Tabela 1 – Intervalos linguísticos da Entrada 1

Nome do Intervalo Linguístico	Início do Intervalo	Fim do Intervalo
Perto Negativo (PN)	0,00	0,25
Longe Negativo (LN)	0,00	0,50
Muito Longe (ML)	0,25	0,75
Longe Positivo (LP)	0,50	1,00
Perto Positivo (PP)	0,75	1,00

A partir da definição dos intervalos linguísticos, as funções de pertinência da Entrada 1 são estabelecidas e apresentadas na Figura 2. Vale ressaltar que, por sua utilização em trabalhos similares, a função triangular foi utilizada em todos os casos como em Dupont (2010).

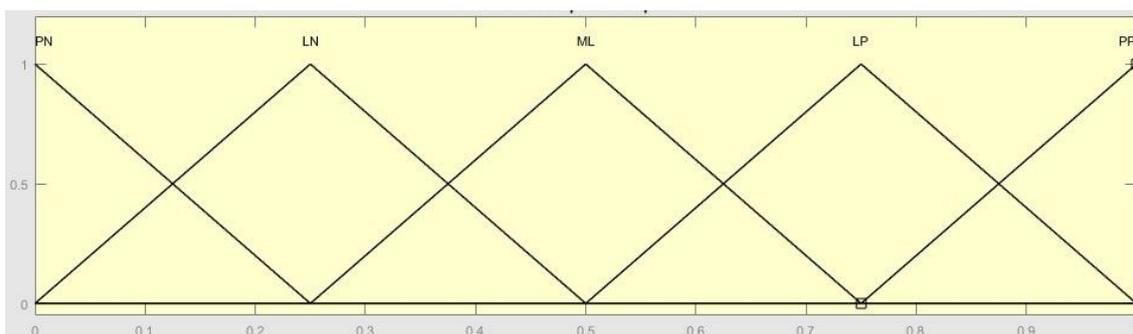


Figura 2 – Funções de pertinência da Entrada 1

Em um processo análogo ao tratamento da Entrada 1, a Entrada 2 também passa pelo processo de normalização do intervalo original  $[-9,45;9,45]$ , de acordo com o modelo estudado por Horevicz (2017), para o intervalo  $[0,1]$ . A Tabela 2 apresenta a divisão dos intervalos linguísticos para a entrada em questão. Dessa forma, foram definidas as funções de pertinência da Entrada 2 e são apresentadas na Figura 3.

Tabela 2 – Intervalos linguísticos da Entrada 2

Nome do Intervalo Linguístico	Início do Intervalo	Fim do Intervalo
Velocidade Alta Negativa (VAN)	0,000	0,130
Velocidade Média Negativa (VMN)	0,103	0,421
Velocidade Baixa (VB)	0,394	0,606
Velocidade Média Positiva (VMP)	0,579	0,897
Velocidade Alta Positiva (VAP)	0,870	1,000

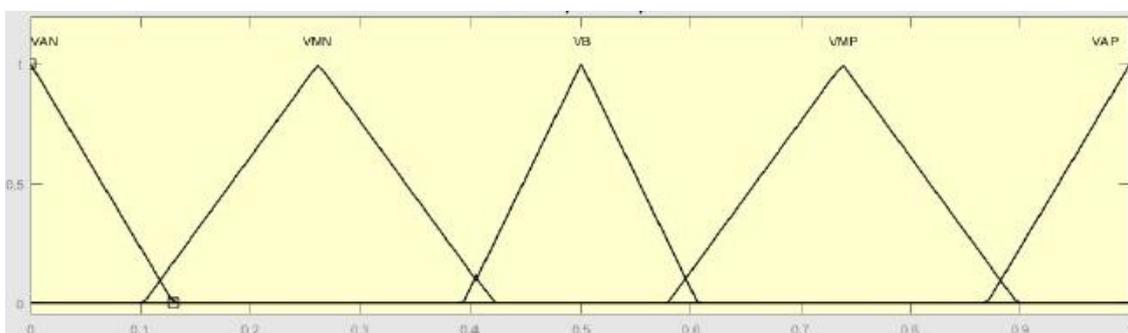


Figura 3 – Funções de pertinência da Entrada 2

Após analisar como as entradas influenciam na determinação do controle mais adequado para cada cenário, foi constatado que as altas velocidade fazem com que seja

mais adequado utilizar o controlador da região vizinha em relação à posição do pêndulo. Dessa forma, se a Entrada 2 for baixa ou média, é indicado aplicar o controlador da região em que a haste do pêndulo está posicionada. Já se a Entrada 2 for alta, escolhe-se, para utilizar no sistema, o controlador da região adjacente em relação ao sentido da velocidade do pêndulo. Com isso, a base de regras *fuzzy* (PEDRYCZ e GOMIDE, 1998) é definida pelo tipo “se-então”, como mostra a Tabela 3. Essa base de regras é interpretada como mostra o exemplo a seguir: se a Entrada 1 é “Longe Negativo (LN)” e a Entrada 2 é “Velocidade Alta Negativa (VAN)”, então o controlador mais adequado a ser utilizado é o “Controlador 1”.

Tabela 3 – Regras *Fuzzy*

Entrada 1	Entrada 2				
	VAN	VMN	VB	VMP	VAP
PN	Controlador 5	Controlador 1	Controlador 1	Controlador 1	Controlador 2
LN	Controlador 1	Controlador 2	Controlador 2	Controlador 2	Controlador 3
ML	Controlador 2	Controlador 3	Controlador 3	Controlador 3	Controlador 4
LP	Controlador 3	Controlador 4	Controlador 4	Controlador 4	Controlador 5
PP	Controlador 4	Controlador 5	Controlador 5	Controlador 5	Controlador 1

A fim de realizar a combinação das variáveis de entrada no antecedente da base de regras linguísticas, o método “E” foi aplicado. Esta definição é responsável por executar as operações lógicas de conjunção, definida também como T-norma (PEDRYCZ e GOMIDE, 1998). Como etapa anterior à execução da T-norma, foi definida a operação “produto”, assim como apresentado em Dupont (2010). Assim, efetua-se o produto das entradas antes de executar a T-norma.

Dessa forma, o sistema de inferência *fuzzy* está pronto para ser aplicado em conjunto com os controladores linearizados a fim de combiná-los para gerar um novo controlador ( $K_{final}$ ), estabilizando a haste do sistema na posição desejada. Seguindo essa definição, o controlador final a ser utilizado é calculado como apresentado na equação a seguir:

$$K_{final} = \sum_{n=1}^5 Con_n \tilde{K}_n$$

de forma que  $Con_n$  representa a variável de ativação do controle  $n$ , obtida a partir da inferência *fuzzy*, e  $K_n$  representa o vetor de controle do controlador  $n$ , projetado anteriormente. Vale ressaltar que para que essa equação seja verdadeira, a soma das variáveis de ativação  $Con_n$  deve ser igual a 1.

O sistema *fuzzy* desenvolvido foi então aplicado ao problema de controle do pêndulo simples invertido em diferentes situações, considerando a dinâmica não-linear. Os testes desenvolvidos têm como finalidade analisar o desempenho da técnica proposta de combinação de controles, compará-lo com os resultados ao aplicar controladores não combinados e identificar possíveis melhorias. Todos os testes foram executados computacionalmente por meio do comando ode45 do Matlab, que computa as soluções para os diversos ambientes e situações testadas.

Na primeira aplicação da teoria apresentada, o sistema *fuzzy* realizará a combinação de controladores apenas uma vez com estados iniciais do sistema, no início da simulação. Dessa forma, o mesmo controlador combinado será fixado durante todo o processo de controle. O objetivo desse teste é justamente entender a capacidade de interpolação da inferência *fuzzy*, assim como o comportamento que essa interpolação gera na saída do controle quando comparada com as saídas dos controladores aplicados separadamente. Para executar os testes dessa primeira aplicação, adotou-se as seguintes condições:

Tempo de simulação: 15 segundos;  
 Referência utilizada:  $-\pi$ , se  $x_1 < 0$ , ou  $\pi$ , se  $x_1 \geq 0$ ;  
 Número de condições iniciais simuladas: 3

As entradas iniciais de cada situação foram então definidas, possibilitando o início das simulações. A seguir, são descritos os resultados obtidos para cada uma das situações, mostrando o comportamento do controle combinado, definido antes do processo de controle, e controle não combinado, aplicando apenas um controlador referente a região a qual a haste do pêndulo se encontra no início do processo de controle.

**Situação 1.** Condição inicial:  $x_1(0) = 2,513$  e  $x_2(0) = 1,89$ .

A saída obtida pelo sistema *fuzzy* é  $Con_1 = 0,0$ ;  $Con_2 = 0,0$ ;  $Con_3 = 0,0$ ;  $Con_4 = 0,4$  e  $Con_5 = 0,6$ . Isso determina que o controlador combinado é formado pelos controladores 4 e 5, como segue:

$$K_{final} = 0,4\tilde{K}_4 + 0,6\tilde{K}_5$$

A partir do resultado obtido, a simulação foi executada e as saídas são exibidas na Figura 4. Pode-se observar a saída do controlador combinado com o sistema *fuzzy*, a saída do controlador 4 e a saída do controlador 5, atuando separadamente.

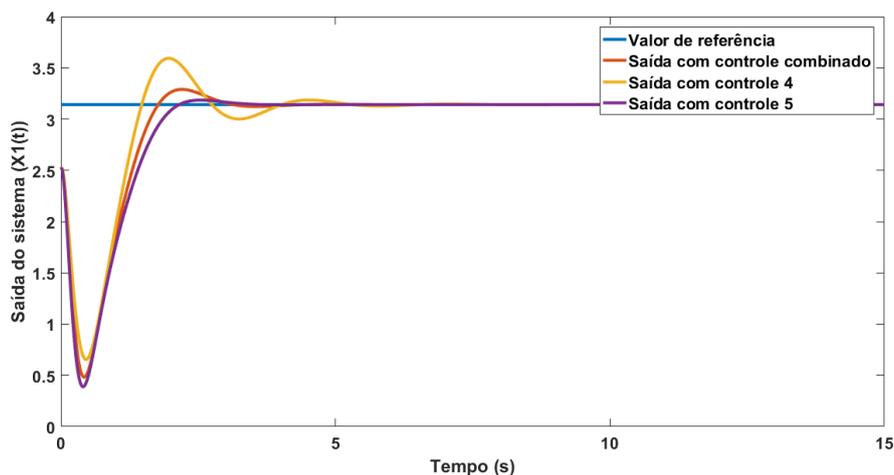


Figura 4 – Saída da Situação 1

**Situação 2.** Condição inicial:  $x_1(0) = -0,628$  e  $x_2(0) = 9,45$ .

A saída obtida pelo sistema *fuzzy* é  $Con_1 = 0,0$ ;  $Con_2 = 0,0$ ;  $Con_3 = 0,4$ ;  $Con_4 = 0,6$  e  $Con_5 = 0,0$ , o que indica a combinação dos controladores 3 e 4 para executar o controle como segue:

$$K_{final} = 0,4\tilde{K}_3 + 0,6\tilde{K}_4$$

A partir do resultado obtido, a simulação foi executada e as saídas são exibidas na Figura 5. É possível observar a saída do controlador combinado com o sistema *fuzzy*, a saída do controlador 3 e a saída do controlador 4, atuando separadamente.

**Situação 3.** Condição inicial:  $x_1(0) = -1,885$  e  $x_2(0) = 0,00$ .

Por fim, nesta situação, saída obtida pelo sistema *fuzzy* é  $Con_1 = 0,2$ ;  $Con_2 = 0,8$ ;  $Con_3 = 0,0$ ;  $Con_4 = 0,0$  e  $Con_5 = 0,0$ , o que mostra uma combinação dos controladores 1 e 2, conforme a seguir:

$$K_{final} = 0,2\tilde{K}_1 + 0,8\tilde{K}_2$$

A partir do resultado obtido, a simulação foi executada e as saídas são exibidas na Figura 6. É possível observar a saída do controlador combinado com o sistema *fuzzy*, a saída do controlador 1 e a saída do controlador 2, atuando separadamente.

Uma vez que a aplicação da lógica *fuzzy* foi eficaz na determinação da combinação de controladores ao analisar as entradas iniciais do estudo de caso, utiliza-se dessa premissa para aplicar inferência *fuzzy* ao longo de todo processo de controle. Dessa forma, pretende-se otimizar a ação de controle utilizando sempre a melhor combinação de controles disponíveis para o sistema, de acordo com as variáveis de estado.

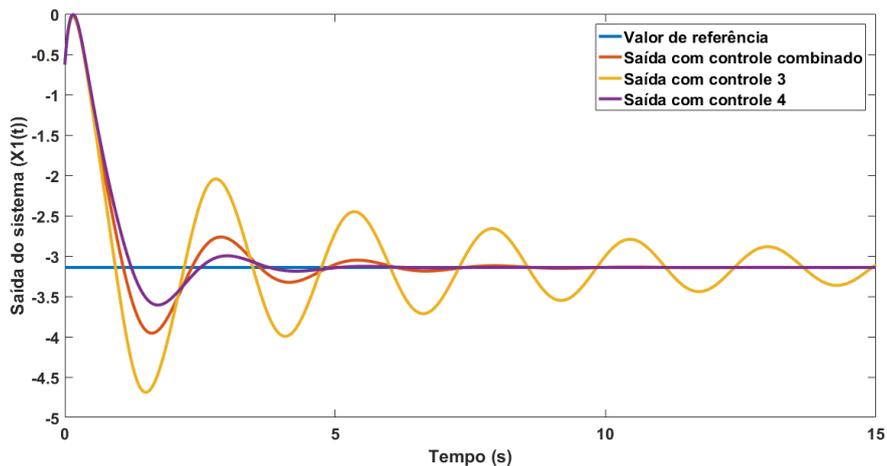


Figura 5 – Saída da Situação 2

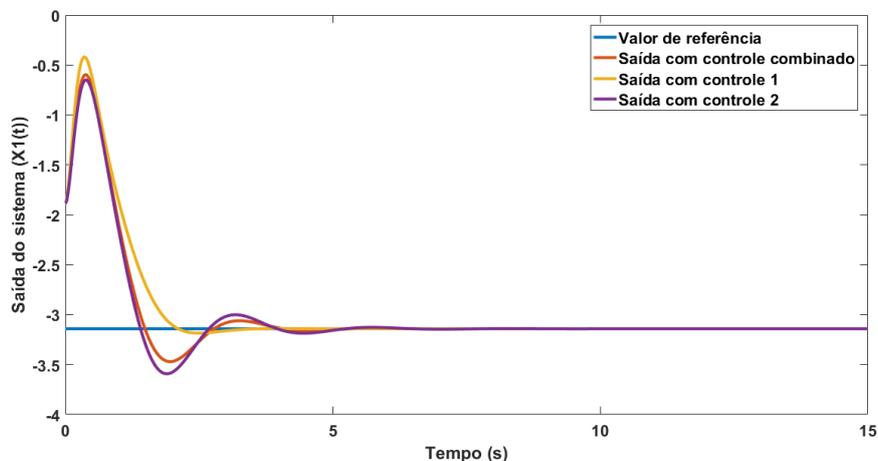


Figura 6 – Saída da Situação 3

Portanto, o controlador combinado sofrerá alterações durante o processo de controle até chegar no seu valor de referência, que é a posição angular do pêndulo invertido.

Para executar essa segunda aplicação, os testes seguiram as mesmas premissas que na seção anterior, exceto pelo número de condições iniciais, que foram quatro, para permitir uma análise mais ampla de possíveis cenários. Além disso, foram feitas 3 análises para estudar o impacto que o controle supervisorio feito pela inferência *fuzzy* tem sobre o sistema de controle. Na Análise 1, o controle supervisorio é aplicado a cada 0,5 segundos; na Análise 2 é aplicado a cada 0,05 segundo e, na Análise 3, o controle supervisorio é aplicado continuamente, durante todo período de controle, na menor fração de segundo suportada pelo ambiente de teste, analisando as variáveis de estado.

Em todas as 3 análises, a combinação dos controladores é atualizada de acordo com o novo valor coletado e esse loop é executado até o final da simulação de cada teste.

A seguir, são apresentados os resultados para essas 3 análises para cada uma das situações testadas comparadas com a saída do controlador supervisorio aplicado somente no momento inicial do processo de controle.

**Situação 1.** Condição inicial:  $x_1(0) = 2,5$  e  $x_2(0) = 2$ . As saídas são exibidas na Figura 7.

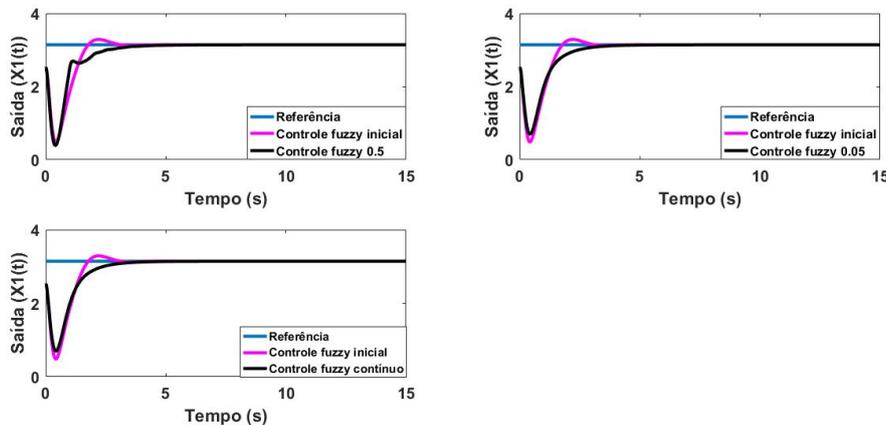


Figura 7 – Saída da Situação 1 para as análises 1, 2 e 3

**Situação 2.** Condição inicial:  $x_1(0) = -0,6$  e  $x_2(0) = 9,45$ . As saídas são exibidas na Figura 8.

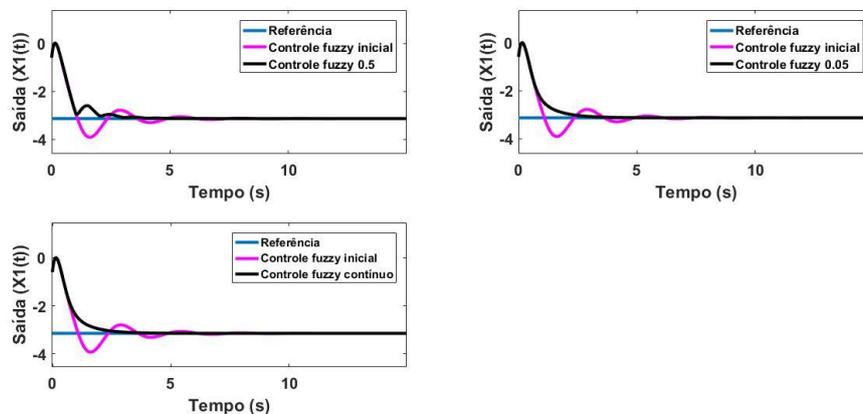


Figura 8 – Saída da Situação 2 para as análises 1, 2 e 3

**Situação 3.** Condição inicial:  $x_1(0) = -1,9$  e  $x_2(0) = 0$ . As saídas são exibidas na Figura 9.

**Situação 4.** Condição inicial:  $x_1(0) = 3$  e  $x_2(0) = 6,5$ . As saídas são exibidas na Figura 10.

Os primeiros testes executados nesta seção consideram a aplicação da inferência *fuzzy* apenas no início do processo de controle. Com essa aplicação, já é possível obter uma melhoria no controle nas áreas de transição, porém a saída controlada ainda apresenta múltiplas oscilações até conseguir estabilizar no valor de referência.

Para a análise que envolve a aplicação do controle supervisorio a cada 0,5 segundos, infere-se que, apesar do desempenho apresentar diferenças quando comparado ao

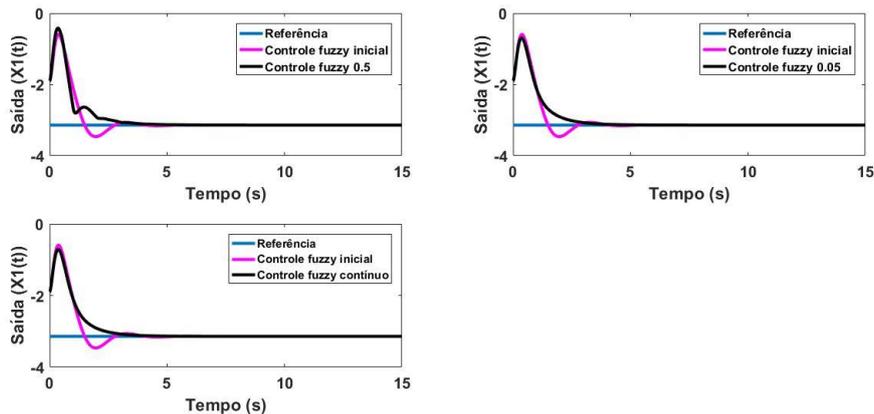


Figura 9 – Saída da Situação 3 para as análises 1, 2 e 3

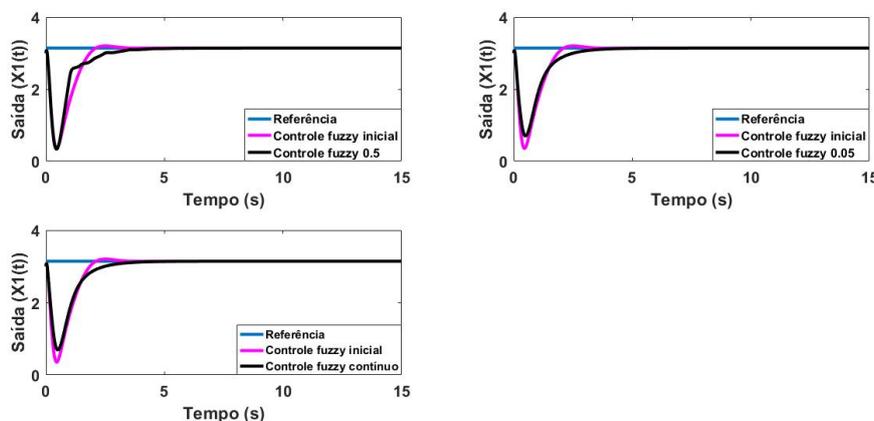


Figura 10 – Saída da Situação 4 para as análises 1, 2 e 3

controle supervisorio aplicado apenas no início do processo de controle, esse tipo de controle não garante um desempenho melhor, já que a cada mudança de controlador que o sistema sofre, uma instabilidade no sistema é gerada, conforme nas Figuras 7 a 10 em que, a cada 0,5 segundos, a saída do sistema se distancia da referência, levando um certo tempo para retomar a convergência. Tal efeito pode ser prejudicial para o sistema, promovendo o desgaste de peças do pêndulo e forçando-o a constantes perturbações, consequências as quais justamente se quer evitar ao executar o controle de um sistema.

Também é valido notar que, para este estudo, o desempenho do controle supervisorio aplicado a cada 0,05 segundo apresenta o mesmo desempenho prático que o controle supervisorio aplicado continuamente. Em questões de desempenho computacional, essa questão é importante de ressaltada, pois de acordo com o problema de controle é interessante definir o intervalo de tempo em que o desempenho atinge seu máximo para evitar uma sobrecarga computacional do sistema de controle como um todo.

Com os resultados obtidos nos testes para estudar diferentes composições do sistema *fuzzy*, infere-se que aplicar continuamente apresenta um controle mais eficaz do que somente aplicá-lo no início do processo de controle. Isso se justifica pela ausência de oscilações em torno do valor de referência.

#### 4. Conclusão

Este trabalho teve como objetivo estudar a técnica de controle de sistemas não-lineares apresentada e propor combinação online, utilizando diferentes controladores para cada

situação e aplicar um sistema *fuzzy* para executar a combinação de controladores a fim de suavizar a ação de controle em regiões de transição.

Vale ressaltar que, ao analisar os resultados da Situação 2, o controlador 3 não teve um bom desempenho quando aplicado ao sistema, isso porque em 15 segundos de simulação, o sistema não foi estabilizado na sua referência. A razão pela qual esse problema ocorre se dá pelo fato de que a modelagem desse controlador foi feita sob a situação mais difícil de se estabilizar, quando o pêndulo está próximo de zero, pois é sua posição mais distante da referência. Dessa forma, o torque necessário para chegar na estabilidade faz com que o sistema entre em oscilação por um tempo maior, ocasionando a demora para estabilizar na referência desejada.

A técnica de controle apresentada é capaz de suavizar a transição entre controladores e construir um controlador combinado que possa ser implementado em um sistema não-linear, atingindo o objetivo do controle. Além disso, esta técnica permite que outros exemplos de sistemas não-lineares sejam utilizados, além de outras técnicas de controle, desde que possibilitem a construção de diferentes controladores para um mesmo sistema, baseada em uma divisão de regiões.

Ao implementar a técnica continuamente durante o processo de controle, obteve-se um resultado promissor, fazendo com que não houvesse grandes oscilações em torno do valor de referência enquanto o sistema não atinge estabilidade. Dessa forma, pode-se inferir que essa aplicação atingiu o objetivo deste trabalho, pois o sistema de inferência *fuzzy* possibilitou a transição suave entre controladores, provocando um comportamento superior à aplicação de controle linearizados aplicados separadamente.

Por se tratar de um sistema não-linear, não é possível garantir a convergência do tempo de assentamento e do *overshoot* esperados de acordo com os polos escolhidos para o projeto dos controladores. Devido a essa não representatividade dos polos, os controladores apresentaram características de comportamento distintas. Como uma perspectiva de continuidade deste trabalho, pode-se realizar uma análise de Lyapunov (FRANKLIN et al., 2013), que não está no escopo deste trabalho, mas é importante lembrar que, mesmo assim, pode não haver convergência.

### Referências

- BONATTI, I. S.; LOPES, A.; PERES, P.L.D.; AGULHARI, C.M. *Linearidade em Sinais e Sistemas*. Editora Blucher, 2016.
- CASTILLO, R. M. *Una demostración del teorema de Tales*. Boletín de la Sociedad Puig Adam de profesores de matemáticas, n. 45, p. 54-55, 1997.
- DUPONT, F. H. *Múltiplos controladores aplicados ao conversor boost CC-CC operando com larga faixa de carga: uma abordagem baseada em algoritmo genético e lógica fuzzy*. Tese (Doutorado). Universidade Regional de Blumenau, 2010
- FRANKLIN G. F.; POWELL, J. D.; EMAMI-NAEINI, A. *Sistemas de controle para Engenharia*. 6ª edição, Porto Alegre: Bookman, 2013.
- HOREVICZ, D. S. *Estudo da técnica ant colony learning no controle de sistemas não lineares*. Tese (Doutorado). Universidade Tecnológica Federal do Paraná, 2017.
- KHALIL, H. K. *Nonlinear Systems*. Upper Saddle River, NJ : Prentice Hall, 1996.
- LATHI, B. P. *Sinais e sistemas lineares*. Porto Alegre: Bookman, 2007.
- OGATA, K. *Engenharia de controle moderno*. São Paulo: Pearson Prentice Hall, 2010.
- PEDRYCZ, W.; GOMIDE, F. *An introduction to fuzzy sets: analysis and design*. Cambridge, Massachusetts: MIT Press, 1998.
- SUGENO, M. *Industrial applications of fuzzy control*. Elsevier Science Pub. Co., 1985.