

OTIMIZAÇÃO ESTRUTURAL POR ALGORITMO GENÉTICO PARA MAXIMIZAÇÃO DE BAND GAPS EM BARRAS PERIÓDICAS

Antonio Vinicius Garcia Campos (UEMA) E-mail: antoniocampos@professor.uema.br

Resumo: O efeito de *band gap* é quando não há propagação de ondas mecânicas em faixas de frequência, logo maximizar este efeito é interessante em projetos de estruturas de engenharia. Neste trabalho, aplica-se a otimização baseada em algoritmos genéticos para maximizar o primeiro *band gap* em modelos de barras periódicas, com a variação da seção transversal. Aplica-se o Método dos Elementos Espectrais para calcular a propagação de ondas em meios elásticos por meio da dispersão complexa e resposta forçada. Dois casos foram selecionados para analisar a metodologia desenvolvida, o primeiro caso é uma barra com seção circular com três células periódicas e o segundo caso com cinco células. Os resultados obtidos foram satisfatórios, o que comprova a eficiência da metodologia desenvolvida.

Palavras-chave: Otimização Estrutural, Band Gaps, SEM, Algoritmo Genético.

STRUCTURAL OPTIMIZATION BY GENETIC ALGORITHM FOR MAXIMIZING BAND GAPS IN PERIODIC RODS

Abstract: The band gap effect is when cannot propagate mechanical waves in frequency range, so maximizing this effect is interesting in engineering structures projects. In this paper, optimization based on genetic algorithms is applied to maximize the first band gap in periodic rod model, with the variation of the cross section. The Spectral Elements Method is applied to calculate the propagation of waves in elastic media through complex dispersion and forced response. Two cases were selected to analyze the methodology developed, the first case is a rod with circular section with three periodic cells and the second case with five cells. The results obtained were satisfactory, which proves the efficiency of the developed methodology.

Keywords: Structural Optimization, Band Gaps, SEM, Genetic Algorithm

1. Introdução

Este trabalho apresenta uma metodologia de otimização por meio de algoritmo genético, que permite a maximização de *band gaps* em estruturas de barras periódicas. Muitas análises estruturais envolvem propagação de ondas em alta frequência, em meio sólido, neste trabalho aplica-se o Método dos Elementos Espectrais (SEM, da sigla em inglês), para realizar tal cálculo, pois os meios convencionais, como o Método dos Elementos Finitos não possuem precisam numérica necessária para tal análise (DOYLE, 1997). Aplica-se uma metodologia de otimização baseada em algoritmo genético para resolver problemas de alta frequência e maximizar os chamados *band gaps* em modelos periódicos de barras, com variação da seção transversal.

Os *band gaps* são regiões de frequência onde não há propagação de ondas mecânicas (LEE, 2009). O efeito conhecido como *band gap* em estruturas é muito interessante, pois devido à periodicidade das propriedades geométricas ou de material, não há propagação de ondas ou vibração em faixas de frequência específicas, logo, a maximização deste efeito é bastante interessante sobre a óptica de projetos de engenharia.

Pode-se aplicar o efeito dos *band gaps* a vários problemas de interesse da

engenharia, como absorvedores de vibração de máquinas, estruturas aeroespaciais, entre outros (HALKJÆR; SIGMUND; JENSEN, 2005).

Vários trabalhos foram publicados sobre a maximização de *band gaps* em estruturas periódicas, destacando-se (HALKJÆR; SIGMUND; JENSEN, 2006) , (HALKJÆR; SIGMUND; JENSEN, 2005) , (HUSSEIN et al., 2006) , (JENSEN, 2003) , e (KAO; OSHER; YABLONOVITCH, 2005). Este trabalho faz uma extensão dessa linha de pesquisa, utilizando uma otimização baseada em algoritmos genéticos para modelos de barra com seção variável e periódica.

O algoritmo genético (AG) é uma técnica de busca utilizada em problemas de otimização, com o objetivo de achar soluções aproximadas em problemas diversos. Os AG são implementados como algoritmos de busca sem a necessidade de formulação matemática baseada em gradiente, como os Métodos de Newton e Multiplicadores de Lagrange necessitam (ZAINUDDIN; ABD SAMAD; TUNGGAL, 2020).

A partir de uma população inicial, correspondente as variáveis de interesse da análise, gera-se uma estratégia evolutiva, onde são geradas novas soluções com os valores anteriores, sempre em busca dos melhores resultados, e dessa forma a cada geração tem-se uma evolução consistente até ser atingido os critérios de parada do algoritmo (KUMAR et al., 2010).

A evolução geralmente é iniciada com um conjunto de valores criados aleatoriamente. A cada geração, a adaptação de cada solução na população é avaliada, alguns indivíduos são selecionados para a próxima geração e recombinados ou sofrem mutação para formar uma nova população. A nova população então é utilizada como entrada para a próxima iteração do algoritmo. A Figura 1 apresenta um fluxograma típico dos métodos de AG.

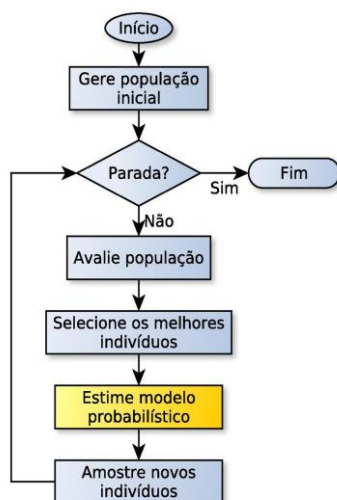


Figura 1: Fluxograma típico de Algoritmo Genético

No presente trabalho, utilizou-se as ferramentas de algoritmo genéticos

implementados no pacote **ga** nativo do programa MATLAB. Toda a análise numérica do método SEM e cálculo da propagação de ondas foi implementada em código MATLAB, com o objetivo de realizar a análise de maximização de *band gaps* em barras periódicas.

2. Método do Elemento Espectral

Considerando uma barra linear homogênea finita, pode-se analisar a propagação de onda em alta frequência por meio do Método do Elemento Espectral (SEM, da sigla em inglês). A equação de equilíbrio e a matriz dinâmica para uma barra linear (DOYLE, 1997) é dada por,

$$\begin{Bmatrix} \hat{f}(0) \\ \hat{f}(L) \end{Bmatrix} = \frac{EA(ik)}{1 - e^{-i2kL}} \begin{bmatrix} 1 + e^{-i2kL} & -2e^{-i2kL} \\ -2e^{-i2kL} & 1 + e^{-i2kL} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \hat{u}(0) \\ \hat{u}(L) \end{Bmatrix}$$

(Equation 1)

De forma compacta, tem-se

$$\mathbf{f} = \mathbf{D}(\omega)\mathbf{u} \quad \text{(Equation 2)}$$

onde, E é o módulo de elasticidade do material, A é a área da seção, L é o comprimento da barra. Os termos, \hat{f} e \hat{u} são a força aplicada e o deslocamento nas extremidades, respectivamente.

Considerando uma barra infinita periódica, com propriedades que se repetem a cada L_x , pode-se analisar a dispersão de uma onda entre a extremidade direita (R) e esquerda (L) pela relação do teorema de Bloch-Floquet (CARTA; BRUN, 2015).

$$\begin{Bmatrix} \hat{q}_R \\ \hat{f}_R \end{Bmatrix} = \lambda_x \begin{Bmatrix} \hat{q}_L \\ \hat{f}_L \end{Bmatrix} \quad \text{(Equation 3)}$$

De forma compacta, tem-se,

$$\mathbf{q}_R = \lambda_x \mathbf{q}_L \quad \text{(Equation 4)}$$

onde, $\lambda_x = e^{-ik_x L_x}$

Pode-se determinar a solução da propagação de onda por meio do método da matriz de transferência (matriz \mathbf{T}), na seguinte forma,

$$\begin{Bmatrix} \hat{q}_R \\ \hat{f}_R \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} -D_{12}^{-1}D_{11} & D_{12}^{-1} \\ -D_{21} + D_{22}D_{12}^{-1}D_{11} & -D_{22}D_{12}^{-1} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \hat{q}_L \\ \hat{f}_L \end{Bmatrix} \quad \text{(Equation 5)}$$

$$\mathbf{q}_R = \mathbf{T}(\omega)\mathbf{q}_L \quad \text{(Equation 6)}$$

onde, D_{ij} são os termos da matriz de rigidez dinâmica para a barra linear.

Aplicando o teorema de Bloch-Floquet na equação anterior, tem-se

$$\mathbf{T}(\omega)\mathbf{q}_L = \lambda_x\mathbf{q}_L \quad (\text{Equation 7})$$

A Equação 7 é um auto-problema, onde λ_x é o autovalor da solução, que pode ser utilizado para determinar a dispersão de uma onda longitudinal se propagando pela estrutura.

A Figura 2 apresenta uma curva de dispersão típica de uma barra periódica, nota-se que quando o valor de $\Re(kL) = \pi$ (parte real da solução) ou $\Im(kL) \neq 0$ (parte imaginária da solução), não há propagação de ondas na estrutura, este fenômeno é conhecido como *band gap*. O *stop band*, ou banda de parada, é a frequência onde este efeito deixa de existir na estrutura. A Figura 3 apresenta a resposta forçada de uma barra periódica finita.

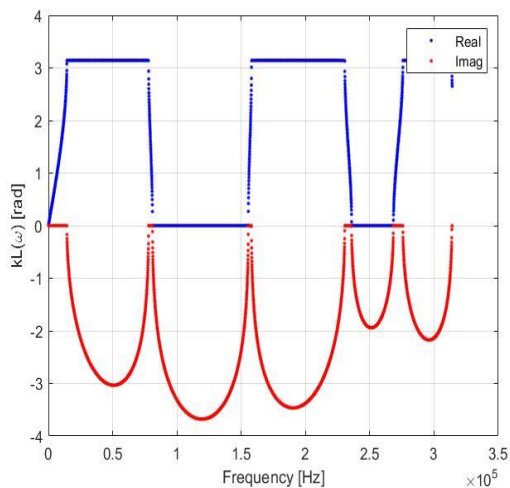


Figura 2: Curva típica de dispersão para uma barra periódica

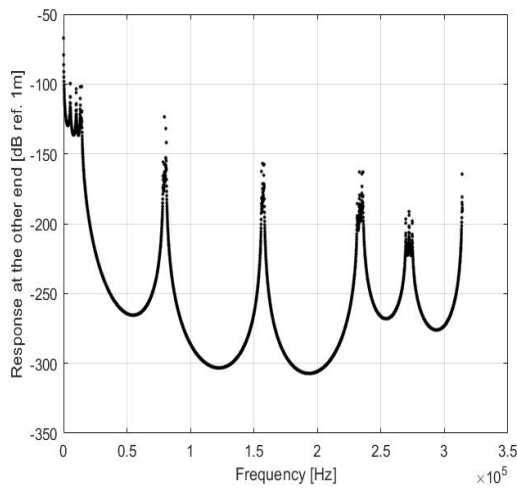


Figura 3: Resposta forçada de uma barra periódica finita

Seja, o caso de uma barra composta por material periódico como representado na Figura 4. A seção representa um conjunto de células periódicas formada por dois materiais diferentes A e B.

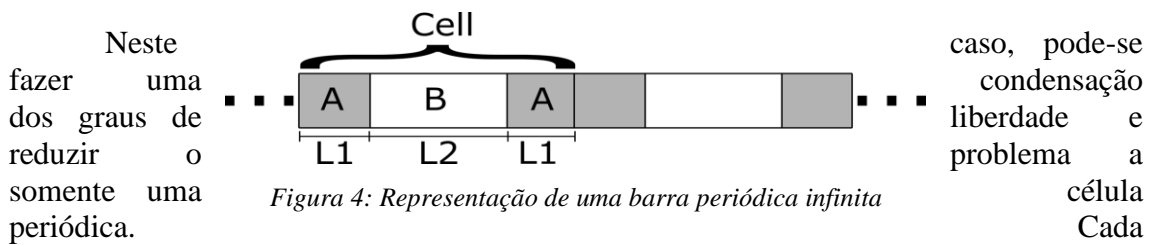


Figura 4: Representação de uma barra periódica infinita

Neste caso, pode-se fazer uma condensação dos graus de liberdade e reduzir o problema a uma única célula periódica. Cada segmento de material terá a sua própria rigidez dinâmica (K_{sem}), dessa forma, é necessário realizar uma montagem para obter a rigidez da célula global (D_c).

Considerando o procedimento descrito na seção anterior considerando a onda se propagando na direção da esquerda (L) para a direita (R), pode-se realizar o seguinte cálculo,

$$\begin{bmatrix} D_{c,11} & D_{c,12} \\ D_{c,21} & D_{c,22} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \hat{q}_L \\ \hat{q}_R \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \hat{f}_L \\ \hat{f}_R \end{Bmatrix} \quad (\text{Equation 8})$$

Determinando a matriz dinâmica da célula, pode-se determinar a matriz de transferência e calcular o auto-problema, determinando-se assim a dispersão de ondas na barra periódica.

3. Procedimento de otimização estrutural

A otimização aplicada para resolver problemas de engenharia sempre foi algo desejado nos projetos. Aplicar técnicas tradicionais baseadas em gradientes pode ser bastante difícil ou em muitas vezes impossível, dependendo da complexidade do problema. Levando isso em consideração, há várias técnicas de otimização que funcionam muito bem em vários tipos de aplicações de engenharia. Uma técnica bastante utilizada recentemente são os métodos de algoritmo genético (CARTA; BRUN, 2015).

No presente trabalho, aplica-se uma técnica heurística por meio de AG para maximizar os efeitos de *band gap* em uma barra de aço com seção circular periódica. O código desenvolvido tem caráter científico, neste caso, a área da seção transversal é normalizada para ter valores decimais entre 1 e 10, ou seja, caso o código retorne uma área de 2.5, isso significa que a área é cerca de 2.5 vezes maior que a área inicial com valor unitário 1.

Pode-se formular o problema de otimização para maximizar *band gap*, na forma

$$\text{Maximizar } f(A_i) = \frac{\omega_q(A_i) - \omega_p(A_i)}{\omega_q(A_i) + \omega_p(A_i)} \quad (\text{Função objetivo})$$

$$\text{Sujeito a } A_i < 10 \quad (\text{Restrição de projeto})$$

$$A_i > 1$$

$$A_i + A_{i+1} < 8$$

onde A_i área das seções da barra (Variável de projeto)

p : frequência mais baixa do band gap

q : frequência mais alta do band gap

sendo, $i = 1, 2, \dots, N$ o número de áreas

A Figura 5 apresenta o fluxo de funções implementadas no MATLAB para resolver o problema de otimização. Nos dados de entrada (*Input Data*) são fornecidos os valores de configuração do problema, como módulo de elasticidade do material, comprimento e a área inicial da seção transversal de cada barra do modelo.

Uma importante análise estrutural acerca dos defeitos (LEE, modos de ocorrência há uma boa modelagem da célula periódica, neste caso surge valores não verdadeiros na resposta dinâmica do problema. Para evitar este erro, foi considerado que a última área da célula será igual à primeira, na forma

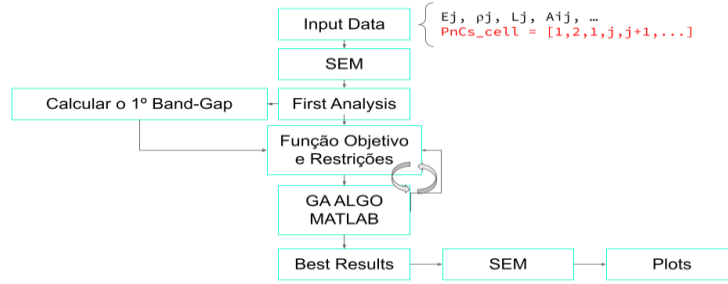


Figura 5: Fluxo de execução do código desenvolvido no MATLAB

consideração sobre a dinâmica em periódicas é modos de defeito quando não modelagem

$$\dots A_{i-1} \longleftrightarrow A_i \longleftrightarrow A_{i+1} \dots A_{i+n} \dots \text{onde, } A_{i+n} = A_{i-1}$$

Ou seja, a última área da célula periódica é forçada a ser igual à primeira área do conjunto, garantindo que a barra não perca periodicidade e simetria. Os parâmetros apresentados na Tabela 1 foram passados como opções de configuração da função **ga** nativa do MATLAB.

Tabela 1 – Valores selecionados para a função **ga** do MATLAB

Opções de entrada função ga MATLAB	Valor Selecionado
PopulationSize	150
MaxGenerations	200
FunctionTolerance	1E-6

4. Resultados numéricos

Realizou-se duas análises com células periódicas contendo diferentes números de sessões. A primeira com 3 seções e a segunda com 5 seções. O modelo principal analisado foi de uma barra livre-livre de seção circular com um comprimento total de $L = 1.5 \text{ m}$. Todas as propriedades do material foram consideradas constante ao longo da estrutura. Foi selecionado o aço estrutural como material principal, com as seguintes propriedades: $E = 210 \text{ GPa}$ e $\rho = 7800 \text{ kg/m}^3$.

4.1. Célula com três sessões periódicas

Para o primeiro caso, a Figura 6 apresenta o modelo inicial, e a Figura 7 o modelo otimizado. A barra possui 4 células periódicas, mas somente a primeira célula é que é utilizada para o cálculo da dispersão de onda pelo método SEM.

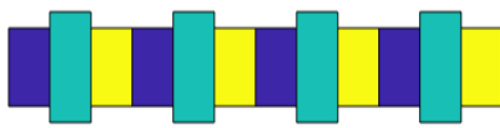
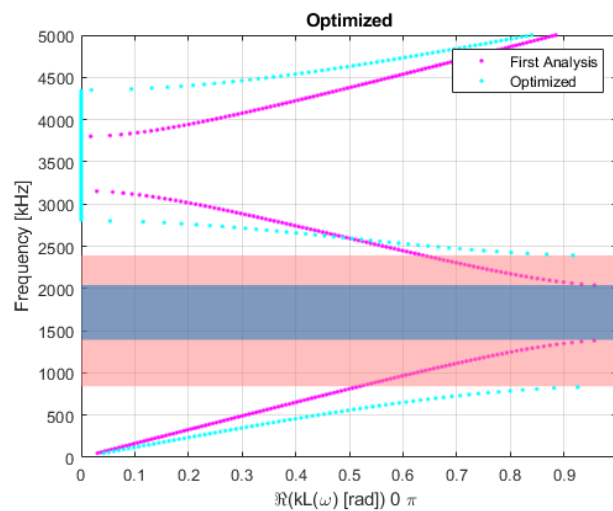


Figura 6: Modelo inicial. Áreas [1, 2, 1]



Figura 7: Modelo otimizado após 84 iterações/gerações. Áreas [6.9336, 1.0000, 6.9336]

A Figura 8 apresenta a parte Real do gráfico de dispersão inverso, $\omega(kL)$. As áreas coloridas em destaque são a banda do primeiro *band gap*, onde a área mais azulada é para o modelo inicial e a mais avermelhada é para o modelo otimizado. Nota-se que houve uma maximização do primeiro *band gap*.



Figura

A
9

Figura 8: Curva de dispersão inversa analisada para o caso com 3 seções por célula

apresenta o comparativo da curva de dispersão para o modelo inicial e otimizado. A Figura 10 apresenta o comparativo da resposta forçada para uma barra finita com quatro células periódicas. Na resposta forçada, os picos representam as frequências naturais do modelo, dessa forma quando há um pico do gráfico, existe vibração ou movimento dinâmico envolvido. O contrário disso, quando não há picos em uma faixa bastante grande, não existe vibração envolvida para estas frequências, o que caracteriza a não propagação de movimento no *band gap*.

4.2. Célula sessões

segundo caso, uma barra com periódicas, ou discretização anterior. Pode-

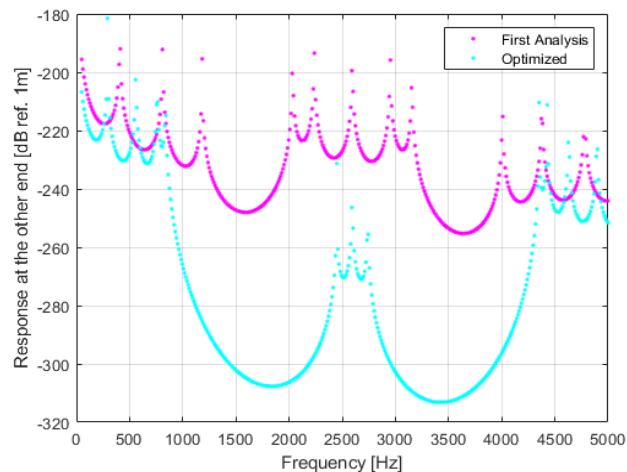


Figura 10: Resposta forçada para o caso com 3 seções por célula

Figuras 11 o modelo inicial e na 12 o modelo otimizado. Nota-se que, mesmo iniciando com mais seções no modelo, o resultado converge para uma solução similar a encontrada na Figura 7.

com cinco periódicas

Para o considerou-se cinco células seja, com mais do que o caso se ver na

A Figura 13 apresenta a maximização do primeiro *band gap* da célula otimizada quando comparada com o modelo inicial. Já as Figuras 14 e 15 apresentam o comparativo da curva de dispersão e resposta forçada, respectivamente, para o caso com a célula de cinco seções. Nota-se que o *gap* produzido é bem maior que do o caso apresentado na seção anterior, isso deve-se à uma discretização mais refinada do problema com cinco células periódicas.

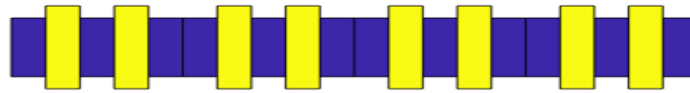


Figura 11: Modelo inicial. Áreas [1, 2, 1, 2, 1]

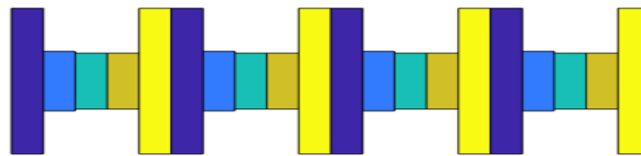


Figura 12: Modelo otimizado após 122 iterações/gerações. Áreas [1.0125, 2.8540, 5.1319, 1.0000, 1.0125]

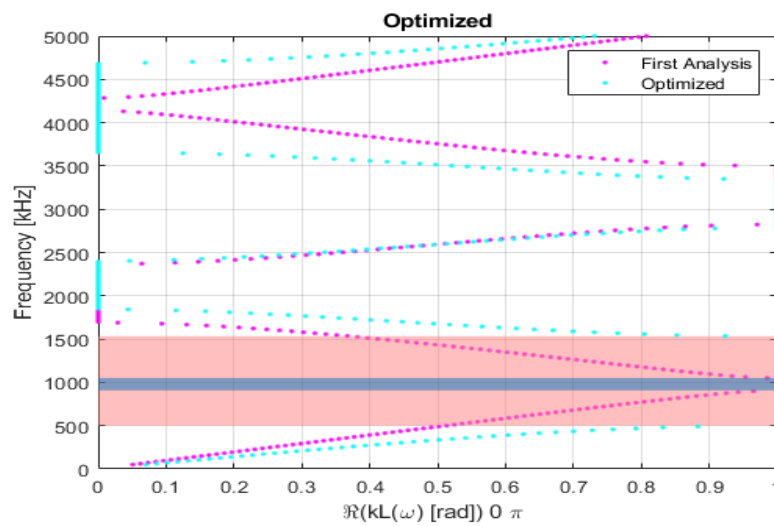


Figura 13: Curva de dispersão inversa analisada para o caso com 5 seções por célula

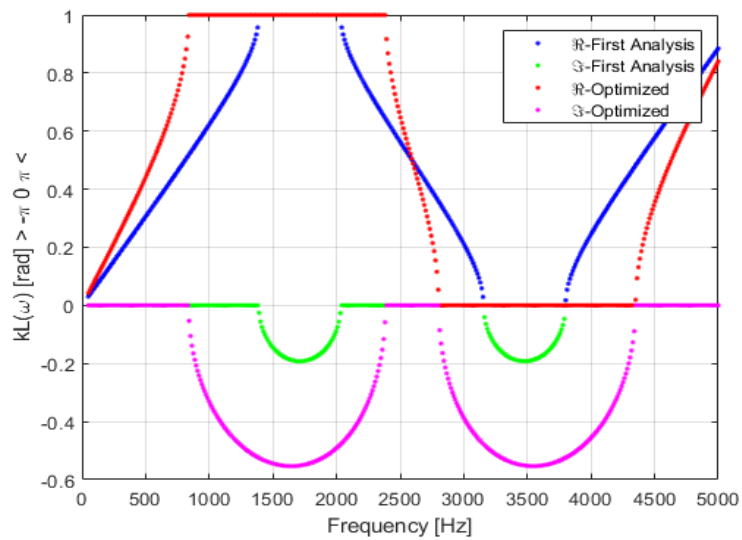


Figura 14: Curva de dispersão analisada para o caso com 5 seções por célula

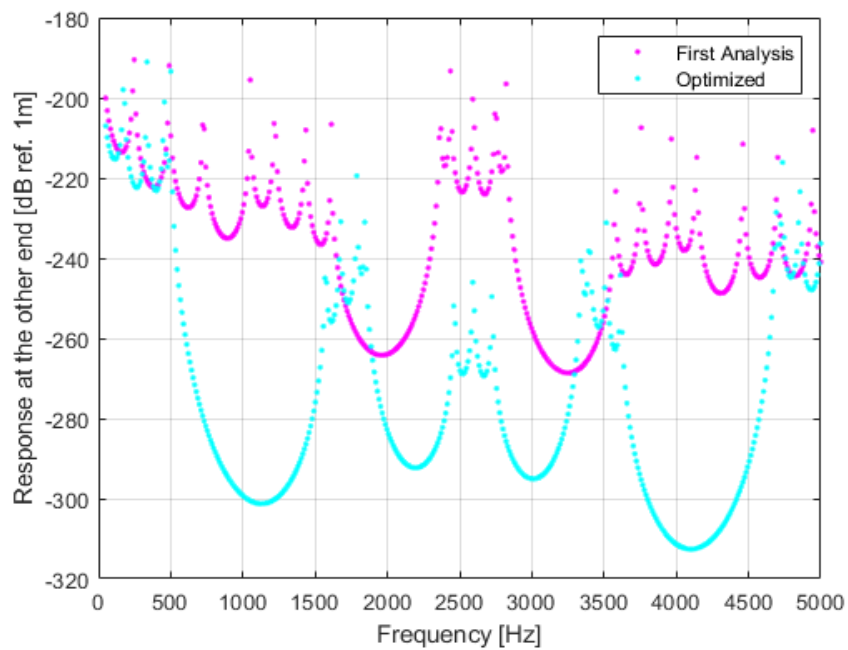


Figura 15: Resposta forçada para o caso com 5 seções por célula

5. Conclusões

No presente trabalho, foi apresentado uma metodologia de maximização e *band gaps* por meio de algoritmo genético em barras lineares periódicas. Em projetos de estruturais quando há uma propagação de onda em meio sólido, as vibrações envolvidas podem causar problemas de ressonância ou mesmo a falha estrutural, e neste caso anular estes efeitos dinâmicos é bastante válido.

O fenômeno de *band gaps* é interessante pois em dadas faixas de frequência, não há propagação de onda mecânica, este efeito só ocorre em estruturas que possuem periodicidade. Logo, maximizar a faixa de frequência é bastante interessante para projetos de engenharia.

Na metodologia aplicada, buscou-se maximizar o primeiro *band gap* de uma estrutura de barra linear livre-livre com variação da seção. Para os dois casos considerados, os resultados obtidos foram satisfatório, em ambos os casos, houve a maximização do primeiro *band gap*.

A técnica apresentada neste trabalho, pode ser estendida para outros modelos, como vigas e placas, ou mesmo realizar uma variação de material ao longo da barra. A metodologia aplicada neste trabalho provou-se bastante eficaz para encontrar as soluções de otimização do problema restrito com a técnica de algoritmo genético.

Referências

- CARTA, G.; BRUN, M. *Bloch--Floquet waves in flexural systems with continuous and discrete elements*. *Mechanics of Materials*, v. 87, p. 11–26, 2015.
- DOYLE, J. AMES F. *Wave Propagation in Structures*. 2nd ed. ed. [s.l: s.n.].
- HALKJÆR, S.; SIGMUND, O.; JENSEN, J. S. *Inverse design of phononic crystals by topology optimization*. *Zeitschrift fur Kristallographie*, v. 220, n. 9–10, p. 895–905, 2005.
- HALKJÆR, S.; SIGMUND, O.; JENSEN, J. S. *Maximizing band gaps in plate structures*. *Structural and Multidisciplinary Optimization*, v. 32, n. 4, p. 263–275, 2006.
- HUSSEIN, M. I. et al. *Multiobjective evolutionary optimization of periodic layered materials for desired wave dispersion characteristics*. *Structural and Multidisciplinary Optimization*, v. 31, n. 1, p. 60–75, 2006.
- JENSEN, J. S. *Phononic band gaps and vibrations in one- and two-dimensional mass-spring structures*. *Journal of Sound and Vibration*, v. 266, n. 5, p. 1053–1078, 2003.
- KAO, C. Y.; OSHER, S.; YABLONOVITCH, E. *Maximizing band gaps in two-dimensional photonic crystals by using level set methods*. *Applied Physics B: Lasers and Optics*, v. 81, n. 2–3, p. 235–244, 2005.
- KUMAR, M. et al. *Genetic algorithm: Review and application*. Available at SSRN 3529843, 2010.
- LEE, U. *Spectral element method in structural dynamics*. John Wiley & Sons, 2009.
- ZAINUDDIN, F. A.; ABD SAMAD, M. F.; TUNGGAL, D. *A review of crossover methods and problem representation of genetic algorithm in recent engineering applications*. *International Journal of Advanced Science and Technology*, v. 29, n. 6s, p. 759–769, 2020.