

CONTRIBUIÇÃO A OTIMIZAÇÃO MULTIOBJETIVO DE RADIERS ESTAQUEADOS MODELADOS VIA ELEMENTOS FINITOS

Albert Willian Faria (Universidade Federal do Triângulo Mineiro) E-mail: albert.faria@uftm.edu.br

Resumo: Este artigo apresenta o uso da otimização multiobjetiva aplicada ao projeto geométrico de um radier estaqueado apoiado em um solo $c-\phi$, em termos da minimização do seu custo total (f_1), do volume de material (f_2) e do seu recalque máximo (f_3), quando submetido a um carregamento constante na forma de pressão. A minimização dessas funções objetivo é realizada através do *software* de programação MATLAB, empregando o algoritmo multiobjetivo de otimização evolutiva NSGA-II. A modelagem numérica do radier estaqueado é realizada no *software* ANSYS APDL, usando redução de modelo por simetria geométrica e o conceito de estado plano de deformações. O solo é representado pelo modelo elasto-plástico de Drucker-Prager e a fundação pela teoria da elasticidade. Um elemento plano, dotado de oito nós e dois graus de liberdade de translação por nó é utilizado na discretização do solo e fundação, enquanto elementos de contato são utilizados na interface solo-fundação, sujeita a pequenos escorregamentos. O radier estaqueado em estudo é composta por 16 estacas igualmente espaçadas, de mesmo comprimento e diâmetro. O modelo numérico obtido é acoplado ao MATLAB, e, via NSGA-II as funções objetivo são minimizadas através da variação do comprimento, diâmetro e espaçamento das estacas e espessura da placa da fundação. Os resultados numéricos obtidos, em termos das variações $f_1 \times f_3$ e $f_2 \times f_3$, são apresentados em termos da frente ótima de Pareto pelo otimizador, e demonstram numericamente a importância do uso da otimização multiobjetivo na redução do custo total, do volume e do recalque máximo da fundação.

Palavras-chave: Radier Estaqueado, Otimização Multiobjetivo, Método dos Elementos Finitos, Frente Ótima de Pareto.

CONTRIBUTION TO MULTI-OBJECTIVE OPTIMIZATION OF PILED RAFT FOUNDATION MODELED BY FINITE ELEMENT METHOD

Abstract: Geometric design of one piled raft foundation based on the multi-objective optimization procedure, in terms of total cost (f_1), material volume (f_2) and maximum settlement (f_3) minimization, is presented in this paper. This foundation is supported on a $c-\phi$ soil and submitted to a uniformly distributed load. The optimization is implemented employing the evolutionary multi-objective algorithm NSGA-II in software MATLAB. The numerical modeling of the foundation is implemented in software ANSYS APDL, using geometric model reduction and state of plane strain approach. For the soil and foundation formulations the Drucker-Prager elasto-plastic and theory of elasticity are respectively considered. A plane element, with 8-nodes with 2 degrees of freedom per node (translation) each, is adopted in discretization of the soil and foundation. The contact elements are used to model the interaction (subject to small slips) between soil and foundation. The piled raft is composed by 16 equally spaced piles and of equal length and diameter. The numerical model obtained in ANSYS is coupling to MATLAB. The objective functions are minimized by varying length, diameter and spacing of piles and raft thickness. The numerical results, obtained in terms of the $f_1 \times f_3$ and $f_2 \times f_3$ variations, of the multi-objective optimization is displayed through the Pareto optimal front. The multi-objective optimization importance, achieved through cost, volume and maximum settlement reduction compared to non-optimized foundation, are demonstrate through numerical simulations.

Keywords: Piled Radier, Multi-objective Optimization, Finite Element Method, Pareto optimal front.

1. Introdução

Fundações são elementos estruturais responsáveis pela transmissão das cargas da superestrutura de uma edificação para o estratificado (terroso e/ou rochoso) de maneira a atender a três critérios: que não ocorra a ruptura do sistema solo-fundação, que os recalques (deslocamentos generalizados) não sejam elevados e que tenha durabilidade. Mesmo atendendo ao primeiro critério, chamado estado limite último (ELU), todo sistema solo-fundação sofre recalques, com maior ou menor intensidade independentemente do tipo de fundação ou estratificado de apoio. Para atender ao segundo critério, chamado estado limite de serviço ou de desempenho (ELS), os recalques ou desaprumos sofridos pelo sistema solo-fundação não devem comprometer a estética (tais como inclinações perceptíveis da edificação, descolamento de pastilhas e pisos e outras), o uso (como o rompimento de canalizações, empenamento de portas e janelas, desnivelamento de pisos e outras) e a estabilidade da obra. Além de atender aos ELU e ELS, as fundações devem ter vida útil condizente ao uso e finalidade ao qual são projetadas.

Uma técnica construtiva bastante utilizada na minimização dos recalques das edificações, sobretudo em edificações esbeltas apoiadas em solos de baixa capacidade de suporte tais como em solos argilosos moles e saturados, é o emprego de uma placa contínua de concreto associada a um grupo de estacas, chamada de radier estaqueado. Neste tipo de fundação as estacas contribuem na diminuição das tensões na placa, ao controlarem o seu recalque, aumentando assim a capacidade de carga da fundação (Mandolini *et al.*, 2013).

Devido à complexidade das interações existentes entre placa-estaca, grupo de estacas, placa-solo e estaca-solo, o projeto de um radier estaqueado é realizado normalmente através de métodos numéricos, como o Método dos Elementos Finitos (MEF). Além disso, no projeto de um radier estaqueado a espessura da placa da fundação, a localização, o número, o comprimento e o diâmetro das estacas podem ser controlados de maneira a minimizar o custo total da fundação, a quantidade de material requerido em sua execução e os recalques sofridos por ela. Esse tipo de problema multiobjetivo pode ser analisado pela chamada frente ótima de Pareto (FOP), obtida ao final de uma rotina de otimização multiobjetivo.

Apesar do grande número de trabalhos científicos sobre modelagem numérica de radier estaqueados empregando métodos numéricos, tais como MEF, a maioria dos trabalhos ainda utiliza uma otimização do tipo mono-objetivo, ou seja, empregando uma única função objetivo a ser minimizada durante o processo de otimização, e não empregam técnicas heurísticas (nem mesmo clássicas) de otimização, realizando análises através de gráficos, criados pela variação da variável de projeto com o objetivo de interesse. Poucos trabalhos são disponíveis na literatura científica sobre otimização multiobjetivo de radiers estaqueados, e, dentre eles, pode-se citar os trabalhos de Huber *et al.* (2018) e o de Ravichandran *et al.* (2018).

O emprego da otimização multiobjetivo no projeto de radiers estaqueados ainda é pouco abordado no cenário nacional e por esse motivo é tratado neste trabalho. A sua ainda incipiente utilização no Brasil pode estar associada a diversos fatores, dentre eles: ao recente uso do radier estaqueado como fundação de grandes edificações (tal como nos arranha-céus localizados no Balneário do Camboriú em Santa Catarina), ao custo elevado de tempo de processamento computacional requerido nesses processos numéricos e na falta de tradição do seu uso nos projetos nacionais de fundações. Somasse a esses fatores o fato que as escolas nacionais de engenharia se focam mais no estudo de outros tipos de fundações, tais como estacas, sapatas e radiers, do que em relação ao radier estaqueado.

2. Metodologia

Neste trabalho, um radier estaqueado é modelado via MEF no ANSYS APDL. Ele é inserido em um solo do tipo $c-\phi$, ou seja, dotado de coesão e ângulo de atrito internos, e é submetido a um carregamento distribuído e constante (pressão).

Através da análise estática do sistema não linear solo-fundação, o recalque máximo (deslocamento resultante máximo) do sistema é obtido no ANSYS e comparado com outros resultados disponíveis na literatura científica. Então esse radier estaqueado, chamado neste trabalho de fundação de referência (*ref*), é submetido a uma otimização multiobjetivo, empregando como funções objetivo o seu custo total (f_1), o volume de material necessário para a sua execução (f_2) e o recalque máximo (f_3) da fundação. As funções f_1 e f_2 são obtidas pela variação da geometria da fundação, através da modificação da espessura da placa, da variação do diâmetro, do espaçamento e do comprimento de suas estacas. Já a função f_3 é obtido da solução estática no ANSYS do sistema não linear do solo-fundação: $Ku = f$, sendo K a matriz de rigidez do sistema solo-fundação, u o vetor dos deslocamentos generalizados e f o vetor das forças generalizadas do sistema.

A minimização de cada um dos pares de funções objetivo conflitantes: $f_1 \times f_3$ e $f_2 \times f_3$, é realizada com o emprego da plataforma numérica MATLAB, através dos dados recebidos do ANSYS, e usando o algoritmo multiobjetivo de otimização evolutiva NSGA-II. A análise dos resultados obtidos na otimização multiobjetivo é feita via frente ótima de Pareto (FOP), gerada para cada par de funções ao final do processo de otimização.

A metodologia desenvolvida neste trabalho envolve algumas etapas que vão desde o acoplamento das plataformas numéricas ANSYS e MATLAB, a criação do modelo de elementos finitos da fundação no ANSYS e a otimização multiobjetivo do radier estaqueado na plataforma MATLAB. Essas etapas são apresentadas no fluxograma ilustrado na Figura 1.

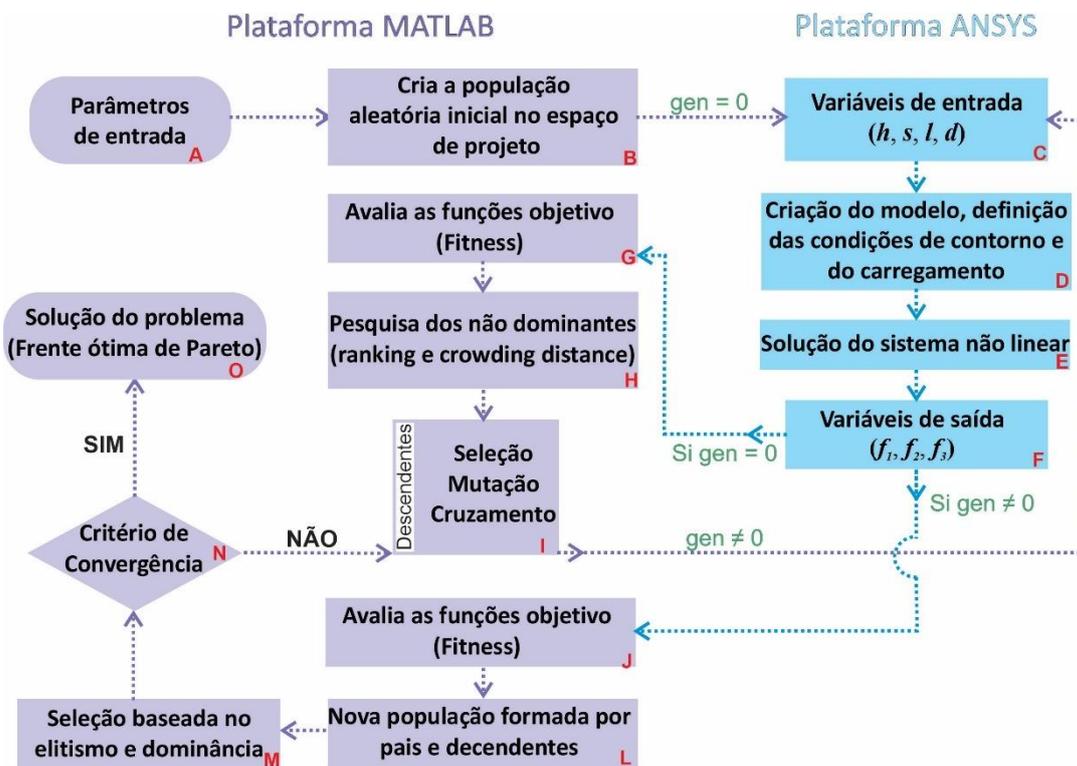


Figura 1. Fluxograma simplificado do acoplamento ANSYS-MATLAB.

Na etapa de acoplamento entre as plataformas numéricas ANSYS e MATLAB, indicada pelo fluxograma ilustrado na Figura 1, o MATLAB é adotado como o “piloto” do *software* ANSYS, ou seja, é a plataforma que atribui as rotinas numéricas desenvolvidas pelo ANSYS.

Na etapa de criação do modelo do radier estaqueado, são definidas as variáveis de entrada no ANSYS (Figura 1, item C), que constituem os parâmetros das funções objetivo, pelo NSGA-II no MATLAB. Dentre as variáveis geométricas, conforme item C da Fig. 2, tem-se: a espessura da placa (h), o espaçamento (s), o comprimento (l) e o diâmetro (d) das estacas. É assumido no modelo implementado neste trabalho que todas as estacas da fundação possuem o mesmo diâmetro e comprimento.

A modelagem do sistema solo-fundação no ANSYS emprega: elementos de contato entre o solo e a fundação, os conceitos de estado plano de deformações e de simetria geométrica do modelo (Figura 1, item D), em vista a redução do tempo de processamento computacional requerido, principalmente no processo de otimização que requer a inversão no ANSYS do sistema $Ku = f$ para cada um dos indivíduos analisados pelo otimizador. Este trabalho utiliza a hipótese de grandes deslocamentos mecânicos para a solução desse sistema não linear, sendo a força f adotada em incrementos de carga.

No modelo de elementos finitos implementado o material da fundação pode se deformar de maneira elástica enquanto o solo é um meio elasto-plástico. O critério de escoamento de Drucker-Prager (considerado como uma aproximação do critério de Mohr-Coulomb) é usado para simular o comportamento não linear do solo em termos de tensão-deformação. Neste critério, segundo Guerra (2017), a falha é determinada por meio de uma superfície de ruptura limitada no espaço das tensões na forma de um cone e sua formulação baseia-se no módulo de deformabilidade (E_s), no coeficiente de Poisson (ν_s), no ângulo de atrito (ϕ), na coesão (c) e no ângulo de dilatação do solo (ψ). Esses parâmetros geotécnicos do solo são adotados na condição não drenada, ou seja, em termo de tensões efetivas. Devido a inexistência de singularidades na função de escoamento (devido a sua forma cônica), existentes por sua vez no critério de Mohr-Coulomb e de Tresca, esse critério é amplamente usado em análises numéricas através do MEF (ENCARNAÇÃO, 2009).

Ao final da solução estática do sistema solo-fundação, as funções objetivo: custo total da fundação (f_1), volume do material da fundação (f_2) e recalque máximo (f_3) são obtidas e fornecidas pelo ANSYS ao MATLAB (Figura 1, item F). Essas funções dependem dos parâmetros de entrada do modelo (h, s, l, d), ou seja, dependem da geometria da fundação.

A função f_1 é definida neste trabalho através da equação:

$$f_1(x) = C_e L_e(x) + C_p V_p(x) \quad (1)$$

sendo x o vetor de decisões, C_e e C_p são constantes associadas respectivamente ao custo total por metro de estaca (\$193,19/m) e ao custo total por volume da placa da fundação (\$342,13/m³), adotados do trabalho de Ravichandran *et al.* (2018). Segundo esses mesmos autores, os custos totais incluem os custos com materiais, ensaios e equipamentos, mas excluem despesas gerais e taxas sobre os lucros. L_e trata-se do comprimento total de estacas da fundação e V_p trata-se do volume da placa.

As funções objetivo f_2 e f_3 são definidas segundo as expressões:

$$f_2(x) = V_{re}(x) \quad (2)$$

$$f_3(\mathbf{x}) = u_{\max}(\mathbf{x}) \quad (3)$$

onde V_{re} representa o volume total do material do radier estaqueado, u_{\max} represente o recalque máximo do sistema solo-fundação, obtido para cada um dos indivíduos analisados no processo de otimização através da solução no ANSYS do sistema não linear $\mathbf{Ku} = \mathbf{f}$.

Definidas as funções objetivo do problema, elas são minimização (Figura 1, itens G ou J) através do algoritmo de otimização multiobjetivo NSGA-II.

O algoritmo NSGA-II, proposto por Deb (2001), acrescenta ao Algoritmo Genético (GA), além de suas propriedades tradicionais de cruzamento e mutação (Figura 1, item I), os conceitos e as rotinas numéricas de: (a) diversidade de população, (b) não dominância e (c) elitismo, para melhorar a sua convergência e permitir o seu uso em processos de otimização multiobjetivo *a posteriori*. A não dominância, busca valorizar os indivíduos que ajudam no incremento da diversidade da população, mesmo tendo baixo valor na otimização (*rank*). Já o elitismo busca a combinação da população atual com as populações filhas, preservando as melhores soluções entre ambas. O NSGA-II usa uma ordenação elitista por não dominação. A dominância e o elitismo são apresentados no fluxograma ilustrado na Figura 1 nos itens H e M. No processo final de otimização multiobjetivo, após atingido o critério de convergência adotado (Figura 1, item N), as soluções cujos indivíduos não são dominados por quaisquer outros ao longo do processo de otimização são plotadas na forma gráfica conforme o par de funções objetivo analisadas ($f_1 \times f_3$ ou $f_2 \times f_3$) pelo otimizador (Figura 1, item O), recebendo o nome de frente ótima de Pareto.

No NSGA-II são definidos, dentre outros aspectos: o tamanho da população, o número de gerações, a taxa de mutação, o método de cruzamento e as condições limites das funções objetivo (Figura 1, item A). Este artigo emprega uma variação de $\pm 30\%$ nas variáveis de entrada \mathbf{h} , \mathbf{l} e \mathbf{d} e de $\pm 25\%$ na variação de s . Essa última percentagem é escolhida de forma que a distribuição das estacas não ultrapasse o comprimento ou a largura da placa da fundação, adotados constante neste trabalho.

Após a definição dos parâmetros iniciais do otimizador NSGA-II tem-se a criação da população inicial aleatoriamente distribuída no espaço de projeto (Figura 1, item B), que constitui a geração inicial (gen = 0).

A cada novo descendente (Figura 1, item I) da população inicial um novo modelo de elementos finitos do sistema deve ser implementado (Figura 1, item D) através dos novos parâmetros \mathbf{h} , s , \mathbf{l} e \mathbf{d} fornecidos ao ANSYS pelo otimizador (Figura 1, item C).

Caso não haja a convergência dos resultados (Figura 1, item N), conforme critérios de parada estabelecidos ao otimizador NSGA-II, uma nova população é gerada da geração anterior ao ser submetida aos processos de elitismo e não dominância (Figura 1, itens H ou M). Os indivíduos remanescentes destes dois processos são submetidos na sequência aos processos de seleção, mutação e reprodução (Figura 1, item I), criando assim a nova geração (gen \neq 0).

Caso haja a convergência, ao final do processo de otimização a FOP é obtida (Figura 1, item O) conforme o par de funções ($f_1 \times f_3$ ou $f_2 \times f_3$) avaliadas neste trabalho. É importante notar, segundo Dufor (2018), que o grupo de soluções ótimas que constitui a FOP não é necessariamente formado pelo grupo de vetores de decisão (\mathbf{x}) da última iteração do algoritmo.

Além do acoplamento dos *softwares* ANSYS e MATLAB, procura-se nas aplicações numéricas apresentadas validar o modelo do radier estaqueado implementado neste trabalho. Para isso, o valor do recalque máximo sofrido pelo sistema solo-fundação será comparado com dados

disponíveis na literatura científica. Após essa validação mecânica, essa fundação será otimizada conforme a metodologia apresentada.

3. Aplicações numéricas, resultados e discussões

3.1 Radier estaqueado não otimizado: fundação de referência

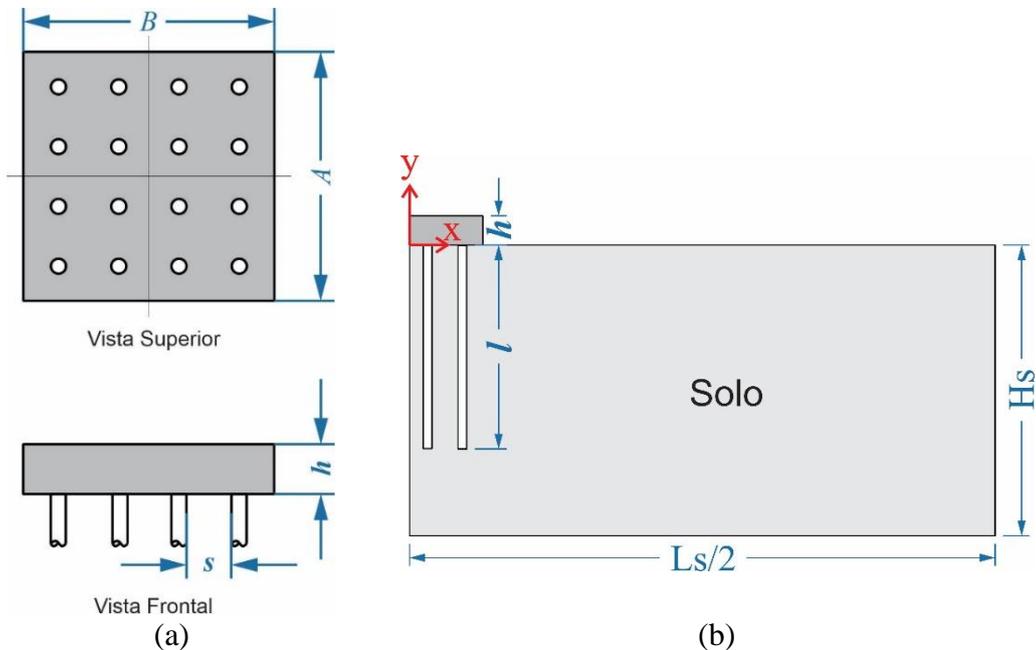


Figura 2. Vista superior e frontal do radier estaqueado (a) e sistema solo-fundação modelado considerando sua simetria geométrica (b).

No presente trabalho será estudado um radier estaqueado de concreto, formado por uma placa de espessura h constante e igual a 1 m e por 16 estacas de mesmo diâmetro d , igualmente espaçadas entre si ($s = 3d$), tal como ilustrado na Figura 2. As dimensões em planta (A e B) do radier estaqueado são assumidas iguais a 5 m. A Figura 2 ilustra em (a) as vistas superior e frontal da fundação em estudo e em (b) o sistema solo-fundação modelado utilizando o conceito de simetria geométrica. Para $x = L_s/2$ e y constante e para $x = 0$ e y constante, conforme sistema de eixos x - y ilustrado na Figura 2(b), o deslocamento horizontal (u) é assumido nulo e para $y = -H_s$ e x constante ambos os deslocamentos, horizontal (u) e vertical (v), são adotados nulos. O eixo y é o eixo de simetria do modelo implementando no ANSYS. A profundidade (H_s) e a largura (L_s) do solo são iguais a 10 m e 20 m, respectivamente.

As propriedades mecânicas dos materiais são apresentadas por meio da Tabela 1.

Tabela 1- Propriedades mecânicas dos materiais

Material	Concreto	Solo
Módulo de Young (MPa)	25000	16
Densidade (kg/m^3)	2500	1600
Coesão efetiva (kPa)	-	20
Ângulo de atrito interno efetivo ($^\circ$)	-	25
Coefficiente de Poisson	0,20	0,30

O solo é representado pelo modelo de plasticidade de Drucker-Prager, assumindo nulo o seu ângulo de dilatação (ψ).

Na modelagem do sistema solo-fundação é utilizado um elemento plano (Plane82), formado por oito nós e dois graus de liberdade mecânicos por nó (u e v). Para a modelagem da interface entre a fundação e o solo são utilizados respectivamente os elementos Target169 e Contact175, sendo considerada a possibilidade de pequenos escorregamentos (menos de 20% do comprimento de contato – ANSYS (2021)) entre as partes durante a análise não linear efetuada (condição chamada no ANSYS de *bonded always*).

A placa da fundação é submetida a uma pressão de compressão constante de 300 kPa, aplicado em 1000 incrementos de carga.

O recalque máximo obtido na solução estática e não-linear do sistema solo-fundação no presente trabalho foi de 39,495 mm.

Já no modelo 3D desde mesmo radier estaqueado, implementado por Garcia e Albuquerque (2018) no *software* CESAR-LCPC, o recalque máximo obtido graficamente foi em torno de 39 mm, ou seja, 1,269 % menor que o obtido na presente modelagem 2D.

Além do trabalho de Garcia e Albuquerque (2018), Miloch e Faria (2021) obtiveram 40,072 mm como recalque máximo empregando um modelado bidimensional desta mesma fundação no ANSYS. A diferença percentual de 1,460 % entre o recalque máximo obtido neste trabalho em comparação ao valor obtido por Miloch e Faria (2021) pode ser atribuída a diferenças no grau de refinamento da malha e nos tipos dos elementos empregados entre ambos os modelos bidimensionais. O presente trabalho adota uma malha regular (formada apenas por elementos quadráticos) e uniforme (malha com elementos aproximadamente de mesma dimensão) na modelagem do sistema enquanto o trabalho de Miloch e Faria (2021) emprega uma malha irregular, composta por elementos quadráticos e alguns elementos triangulares, além de ser mais refinada na região de concentração de tensões do modelo (região entre a placa e estacas).

O custo total e o volume de material do radier estaqueado, conforme Equações (1) e (2), são iguais respectivamente a \$30.190,53 e 32,917 m³. Esses dois resultados e o recalque máximo (39,495 mm) da fundação não otimizada, chamada neste trabalho de fundação de referência (*ref*), são utilizados nas simulações posteriores em comparação com os valores obtidos após otimização da fundação.

3.2 Otimização multiobjetivo do radier estaqueado

Os parâmetros adotados no algoritmo NSGA-II para a realização da otimização multiobjetivo foram: população inicial composta por 40 indivíduos, 0,70 como taxa de Pareto e 0,80 como taxa padrão de cruzamento, função de mutação dependente das condições de contorno (*constraint dependent*). Além dos critérios padrões de parada desse algoritmo (tolerâncias de 1×10^{-4} e 1×10^{-3} das funções e condições de contorno, respectivamente), foi estipulado também que a otimização multiobjetivo seja encerrada em máximo 100 gerações.

A Tabela 2 informa os valores médios adotados para os quatro parâmetros de projeto e os seus limites, note que, como já comentado neste trabalho, os parâmetros h , d e l variam ± 30 % em relação aos seus valores médios enquanto s varia em ± 25 %.

A figura 2 ilustra a frente ótima de Pareto obtida ao final do processo de otimização considerando as funções objetivo custo total (f_1) e recalque máximo (f_3) do sistema solo-fundação. Além da FOP, na Figura 2 são ilustradas também todas as soluções obtidas durante o processo de otimização e o ponto correspondente ao custo total e ao recalque máximo obtidos na simulação precedente da fundação não otimizada.

Tabela 2 - Valores médios e intervalos das variáveis de projeto das fundações

<i>Parâmetro de projeto</i>	<i>Valor mínimo (m)</i>	<i>Valor Médio (m)</i>	<i>Valor máximo (m)</i>
<i>d</i>	0,21	0,30	0,39
<i>h</i>	0,70	1,00	1,30
<i>l</i>	4,90	7,00	9,10
<i>s</i>	0,675	0,90	1,125

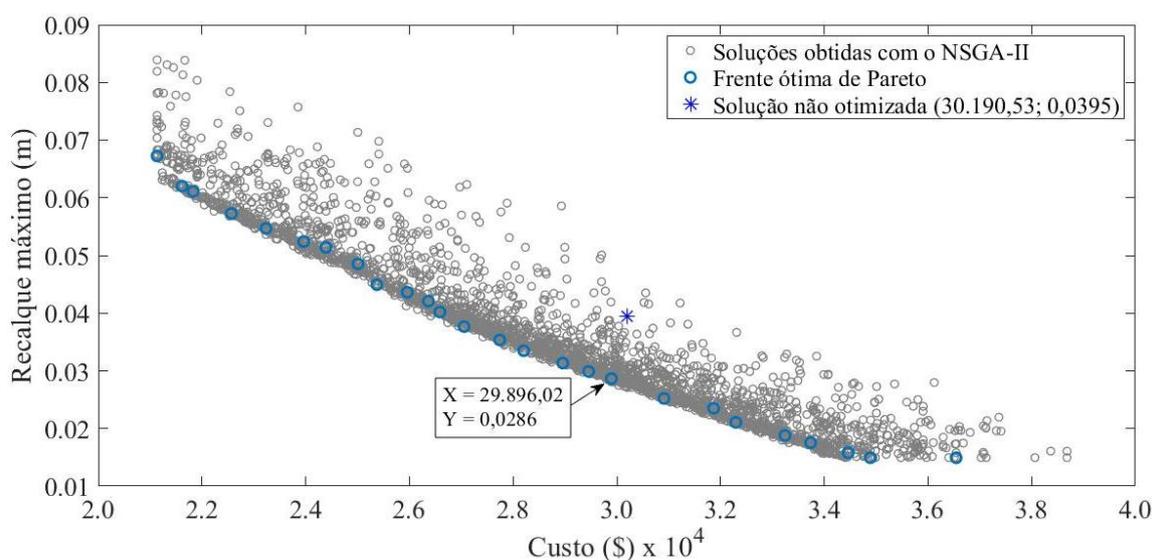


Figura 2 - Frente ótima de Pareto e soluções no espaço de projeto obtidas na otimização multiobjetivo das funções custo total e recalque máximo da fundação.

Tabela 3 – Parâmetros e valores limites das funções objetivo custo total e recalque máximo comparados como os valores obtidos da fundação de referência

<i>Parâmetro ou função</i>	<i>Valor de referência</i>	<i>Limite mínimo da FOP</i>	<i>Limite máximo da FOP</i>	$\left \frac{(I - ref)}{ref} \right $	$\left \frac{(II - ref)}{ref} \right $
	<i>(ref)</i>	<i>(I)</i>	<i>(II)</i>	<i>(%)</i>	<i>(%)</i>
<i>d (m)</i>	0,300	0,264	0,374	-11,839	24,707
<i>h (m)</i>	1,000	0,700	0,990	-30,000	-1,032
<i>l (m)</i>	7,000	4,900	9,084	-30,000	29,773
<i>s (m)</i>	0,900	1,058	1,035	17,508	15,055
<i>Custo (\$)</i>	30.190,530	21.133,370	36.544,190	-30,000	21,045
<i>Recalque (m)</i>	0,039	0,067	0,015	70,268	-62,212

No lugar dos termos “custo total” e “recalque máximo”, empregar-se-á nas análises efetuadas a partir deste ponto os termos “custo” e “recalque”, tal como apresentado na Tabela 3.

Os extremos da curva ótima de Pareto ilustrada na Figura 2, fornecem os valores ótimos para cada uma das duas funções de otimização em separado. Assim, o custo mínimo (\$) do radier estaqueado resulta em contrapartida no seu máximo recalque e vice-versa.

A Tabela 3 compara o custo e o recalque da fundação obtidos da FOP, conforme os seus limites mínimo e máximo, em comparação com os valores obtidos com a fundação não otimizada (*ref*). A quinta e sexta colunas da Tabela 3 informam a diferença percentual entre os valores extremos das funções objetivo e parâmetros geométricos da fundação em comparação com os valores correspondentes da fundação de referência. Os parâmetros geométricos *d*, *h*, *l* e *s* apresentados na Tabela 3 são dados fornecidos pelo NSGA-II ao final do processo de otimização.

Conforme pode ser observado na Figura 2 e Tabela 3 (coluna 3), para o mínimo custo de \$21.133,370 da fundação obtido na otimização o seu recalque é igual a 0,067 m. Nesse caso, os parâmetros geométricos *d*, *h*, *l* e *s* do radier estaqueado são iguais respectivamente a 0,264 m, 0,700 m, 4,900 m e 1,058 m, ou seja, conforme a quinta coluna da Tabela 3, houve uma redução de 11,839 %, 30,000 % e 30,000 % nos parâmetros *d*, *h* e *l* e um aumento de 17,508 % no parâmetro *s* da fundação otimizada em comparação com os parâmetros da fundação de referência. Além disso, houve uma redução de 30,000 % no custo da fundação e um aumento de 70,268 % no seu recalque em comparação como a fundação não otimizada.

A quarta coluna da Tabela 3 apresenta também o máximo custo da fundação otimizada e o seu recalque, iguais respectivamente a \$36.544,190 e 0,015 m. Neste caso, os parâmetros *d*, *h*, *l* e *s* da fundação são iguais respectivamente a: 0,374 m, 0,990 m, 9,084 m e 1,035 m, ou seja, conforme a sexta coluna da Tabela 3 houve somente uma redução de 1,032 % em *h*, enquanto houve um aumento respectivamente de 24,707 %, 29,773 %, e 15,055 % nos parâmetros geométricos *d*, *l* e *s* da fundação quando comparados aos valores da fundação de referência. Pode-se observar também por meio da sexta coluna da Tabela 3, que o custo da fundação teve uma elevação de 21,045 % em relação a fundação de referência (*ref*), entretanto com uma redução de 62,212 % no valor do seu recalque.

Com o mesmo custo total de \$30.190,530 da fundação não otimizada, ou até mesmo com um custo total inferior, outras configurações geométricas de fundações que levem a uma redução do recalque obtido da fundação não otimizada são possíveis. Por exemplo, conforme o ponto de coordenadas X e Y da FOP ilustrada na Figura 2, adotando uma fundação com custo de \$29.896,02 o seu recalque é de 28,645 mm. Portanto, haverá uma pequena redução de 0,976 % no custo da fundação, no entanto, com uma redução expressiva de 37,892 % no valor do seu recalque em comparação com a fundação de referência. Os parâmetros *d*, *h*, *l* e *s* dessa fundação otimizada são iguais respectivamente a 0,372 m, 0,749 m, 7,599 m e 1,110 m.

A Figura 3 ilustra a FOP obtida ao final do processo de otimização da fundação, considerando o volume (f_2) e o recalque (f_3) como funções objetivo. Como observado na Figura 3, o custo mínimo (\$) do radier estaqueado resulta em contrapartida no seu máximo recalque e vice-versa.

A Tabela 4 apresenta os parâmetros geométricos, os volumes e os recalques sofridos pela fundação obtidos conforme os pontos limites (mínimo e máximo) da FOP, em comparação com os valores correspondentes da fundação de referência.

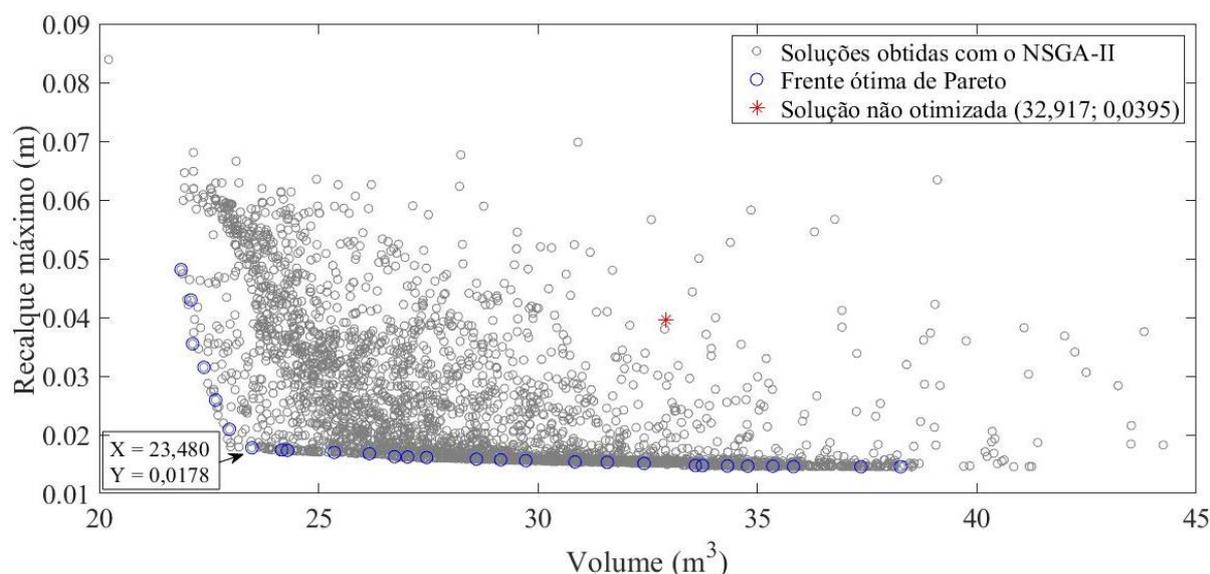


Figura 3 - Frente ótima de Pareto e soluções obtidas dentro do espaço de projeto na otimização multiobjetivo das funções volume e recalque máximo da fundação.

Tabela 4 – Parâmetros e valores limites das funções objetivo volume e recalque máximo comparados como os valores da fundação de referência

<i>Parâmetro ou função</i>	<i>Valor de referência</i>	<i>Limite mínimo da FOP</i>	<i>Limite máximo da FOP</i>	$\left \frac{(I - ref)}{ref} \right $	$\left \frac{(II - ref)}{ref} \right $
	<i>(ref)</i>	<i>(I)</i>	<i>(II)</i>	<i>(%)</i>	<i>(%)</i>
<i>d (m)</i>	0,300	0,223	0,390	-25,773	29,987
<i>h (m)</i>	1,000	0,714	0,835	-28,649	-16,461
<i>l (m)</i>	7,000	6,463	9,093	-7,672	29,895
<i>s (m)</i>	0,900	1,092	1,073	21,360	19,228
Volume (m³)	32,917	21,865	38,260	-33,575	16,234
Recalque (m)	0,039	0,048	0,017	21,879	-57,526

Conforme pode ser observado na Figura 3 e na coluna 3 da Tabela 4, para o mínimo volume (21,865 m³) do radier estaqueado, cujos parâmetros geométricos são fornecidos nesta mesma coluna, o seu recalque é igual a 0,048 m. Conforme Tabela 4 (coluna 5), há uma redução de 25,773 %, 28,649 %, e 7,672 % no diâmetro das estacas, na espessura da placa e no comprimento das estacas e um aumento de 21,360 % no espaçamento das estacas da fundação otimizada em comparação aos parâmetros correspondentes da fundação de referência. Como pode ser observado também houve uma redução de 33,575 % no volume e um aumento de 21,879 % no seu recalque em comparação com os valores correspondentes da fundação não otimizada.

A quarta coluna da Tabela 4 apresenta também o máximo volume da fundação (38,260 m³) e o seu recalque (0,017 m), conforme os parâmetros *d*, *h*, *l* e *s*. Como pode ser observado, na sexta coluna da Tabela 4, houve uma redução de 16,461 % na espessura da placa, e um aumento

respectivamente de 29,987 %, 29,895 % e 19,228 % no diâmetro, no comprimento e no espaçamento das estacas quando comparados aos valores correspondentes da fundação de referência. Pode-se observar também, através da sexta coluna da Tabela 4, que o volume da fundação otimizada teve uma elevação de 16,234 % enquanto o seu recalque teve uma redução de 57,526 % em relação aos valores correspondentes da fundação de referência.

Como ilustrado na Figura 3 é possível executar outras configurações geométricas de fundações que propiciem uma redução no volume e no recalque da fundação em comparação com os valores da fundação de referência. Por exemplo, utilizando d igual a 0,219 m, h igual a 0,720 m, l igual a 9,091 m e s igual a 1,101 m, o volume da fundação é igual a 23,480 m³ e o seu recalque é igual a 17,801 mm (conforme o ponto de coordenadas X e Y da FOP ilustrada na Figura 3), ou seja, há uma redução de 23,480 % no volume da fundação otimizada e uma redução expressiva de 121,886 % no seu recalque, em comparação com a fundação não otimizada. Como também pode ser visto na Figura 3, a partir desse ponto, de coordenadas X = 23,480 m³ e Y = 0,0178 m, não há redução expressiva no valor do recalque sofrido pela fundação com o aumento do seu volume.

4. Conclusões

O presente trabalho apresenta a modelagem numérica, via MEF, de um radier estaqueado inserido em um solo do tipo $c-\phi$. Trata-se de um modelo bidimensional e não linear, implementado através do *software* ANSYS-APDL. Neste modelo, o solo é representado utilizando o critério de Drucker-Prager enquanto a fundação a teoria da elasticidade. Já a modelagem da interface entre o solo e a fundação utiliza elementos de contato. O resultado numérico obtido em termos do deslocamento resultante máximo (recalque máximo) sofrido pelo sistema não linear solo-fundação é comparado e validado com valores disponibilizados na literatura científica.

Três funções objetivo são analisadas aos pares neste trabalho: o custo total da fundação em função do recalque máximo e o volume do material da fundação em função do recalque máximo sofrido pelo radier estaqueado. Essas funções conflitantes entre si dependem da espessura da placa da fundação (h), do espaçamento (s), do diâmetro (d) e do comprimento das estacas (l). A minimização conjunta dessas funções objetivo é feita através do algoritmo NSGA-II empregando a plataforma numérica MATLAB. O acoplamento entre o ANSYS, utilizado na modelagem e solução do sistema, com o MATLAB é realizado e apresentado neste trabalho na forma de um fluxograma.

Através da otimização multiobjetivo realizada neste trabalho pode-se constatar, usando a frente ótima de Pareto, que existem várias configurações geométricas (em termos da modificação dos parâmetros h , s , d e l) de radiers estaqueados mais econômicas, com menor volume de material e com recalques máximos menores do que os obtidos com o radier estaqueado não otimizado. Segundo a frente ótima de Pareto, a partir de um determinado volume do material da fundação otimizada (em torno de 23,480 m³) não se observa uma variação significativa no valor do recalque máximo do sistema solo-fundação. Agora, em relação ao custo total fundação, pode-se constatar através da frente ótima de Pareto que o seu aumento leva a uma redução no recalque máximo.

Foi possível demonstrar neste trabalho que a otimização multiobjetivo aplicada no projeto de radiers estaqueados mostra-se uma ferramenta importante na busca de projetos que propiciem redução do custo total e do volume de material da fundação aliados a uma redução no seu recalque máximo.

Referências

- ANSYS Small-Sliding Contact in ANSYS Mechanical. Application Brief, 1-3, 2021. Disponível em < [Small-Sliding Contact in ANSYS Mechanical \(mesco.com.pl\)](https://www.mesco.com.pl)> Acesso em: 18 de jun. 2022.
- DEB, K. *Multi-Objective optimization using Evolutionary Algorithms*. Chichester: John Wiley & Sons, 2001.
- DUFOUR, C. *Contribution to the optimised design of combined piled raft foundations (CPRF)*. Tese de Doutorado, Universidade Técnica de Viena (TU Wien). Viena, 2018. Disponível em: < https://publik.tuwien.ac.at/files/publik_270296.pdf >. Acesso em: 18 de jun. 2022.
- ENCARNAÇÃO, R. N. *Análise da Capacidade de Carga Axial de Estacas Torpedo*. Monografia de Conclusão de Curso, Universidade Federal do Rio de Janeiro, 2009. Disponível em: < <https://pantheon.ufrj.br/bitstream/11422/9693/1/monopoli10007060.pdf> > Acesso em: 18 de jun. 2022.
- GARCIA, J. R. & ALBUQUERQUE, P. J. R. D. *Influence of relative stiffness on the behavior of piled raft foundations*. Acta Scientiarum Technology. Vol. 9, 2018. <https://doi.org/10.4025/actascitechnol.v40i1.35209>
- GUERRA, M. B. B. F. *Modelos de Concepção para estruturas em Concreto Armado com Comportamento Não Linear Obtidos pelo Método de Bielas e Tirantes e Otimização Topológica*. Tese de Doutorado, Universidade Federal de Minas Gerais. Belo Horizonte, 2017. Disponível em: < <http://hdl.handle.net/1843/BUBD-AW2LS2> > Acesso em: 18 de jun. 2022.
- HUBER, M., DUFOUR, C., ADAM, D. & WIESER, T. *Design Optimization of Combined Piled Raft Foundations Considering Uncertainty*. Journal Beton- und Stahlbetonbau. Vol. 113, Issue S2, p. 74-79, 2018. Doi: <https://doi.org/10.1002/best.201800035>
- MANDOLINI, A.; LAORA, R. D. & MASCARUCCI, Y. *Rational Design of Piled Raft*. 11th International Conference on Modern Building Materials, Structures and Techniques, MBMST. Procedia Engineering, Vol. 57, p. 45-52, 2013. DOI: [10.1016/j.proeng.2013.04.008](https://doi.org/10.1016/j.proeng.2013.04.008)
- MILOCH, D. A. O. & Faria, A. W. *Análise de sensibilidade dos parâmetros geotécnicos de um radier estaqueado modelado usando o método dos elementos finitos*. Revista de Engenharia e Tecnologia. Vol. 13, n. 4, p. 97-108. , 2021. Disponível em: <<https://revistas2.uepg.br/index.php/ret/article/view/19532>> Acesso em: 19 de jun. 2022.
- RAVICHANDRAN, N., SHRESTHA, S. & Piratla, K. *Robust Design and Optimization Procedure for Piled-raft Foundation to Support Tall Wind Turbine in Clay and Sand*. Soils and Foundation, v. 58, p.744-755, 2018. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.sandf.2018.02.027>