

MODELAGEM DA RELAÇÃO ENTRE UMA CARTEIRA DE INVESTIMENTOS E O ÍNDICE IBOVESPA

Maria Luísa Clemente dos Santos Tanini Vidal (IFMG) E-mail: luisatanini@gmail.com
Pedro Henrique Araújo Souza (IFMG) E-mail: pedrohas2003@gmail.com
Túlio Rodrigues Moura Lopes (IFMG) E-mail: tuliorodrigx@gmail.com
Thiago Henrique Barbosa de Carvalho Tavares (IFMG) E-mail: thiago.tavares@ifmg.edu.br

Resumo: Este estudo aborda a modelagem da relação entre uma carteira de investimentos composta pelos cinco maiores ativos listados na bolsa de valores. Para B3 (Brasil, Bolsa e Balcão), as maiores empresas do Brasil são aquelas com maior *Market Cap* (capitalização de mercado): Petrobras (PETR4), Vale (VALE3), Itaú Unibanco (ITUB4), Ambev (ABEV3), Weg (WEGE3) e o índice Ibovespa (IBOV), ao longo de um período de cinco anos. Utilizando dados históricos, a análise acerca da perspectiva de preço, investigando as oscilações deste mesmo período. Neste contexto, a pesquisa emprega o método de mínimos quadrados para construir uma regressão linear que busca compreender a influência do índice Ibovespa sobre o desempenho da carteira. O artigo detalha as etapas do processo, desde a coleta e pré-processamento dos dados até a interpretação dos resultados, destacando a formulação matemática da regressão linear como o principal método utilizado. Os resultados são apresentados por meio de gráficos gerados que fornecem informações sobre a relação entre o portfólio e o índice supracitado.

Palavras-chave: Modelagem, Mínimos Quadrados, Ibovespa.

Modeling the Relationship between an Investment Portfolio and the Ibovespa Index

Abstract: This study addresses the modeling of the relationship between an investment portfolio composed of the five largest assets listed on the stock exchange. For B3 (Brazil, Stock Exchange, and Over-the-Counter Market), the largest companies in Brazil are those with the highest Market Cap (market capitalization): Petrobras (PETR4), Vale (VALE3), Itaú Unibanco (ITUB4), Ambev (ABEV3), Weg (WEGE3), and the Ibovespa index (IBOV), over a period of five years. Using historical data, the analysis focuses on the price perspective, investigating fluctuations during this same period. In this context, the research employs the least squares method to construct a linear regression that seeks to understand the influence of the Ibovespa index on the portfolio's performance. The article details the steps of the process, from data collection and pre-processing to the interpretation of results, highlighting the mathematical formulation of linear regression as the main method used. The results are presented through generated graphs that provide information about the relationship between the portfolio and the aforementioned index.

Keywords: Keywords: Modeling, Least Squares, Ibovespa.

1. Introdução

A análise e a tomada de decisão no mercado financeiro podem ser aprimoradas pela utilização de aplicações que transformam dados em informações, por meio de gráficos plotados com o auxílio de ferramentas científicas. Dessa forma, a modelagem matemática desempenha um papel essencial neste estudo. Essa abordagem envolve a representação simplificada do processo de transformação de fenômenos do mundo real em equações e estruturas matemáticas. Em concordância com Biembengut, Hein e Loss (2013), a capacidade de solucionar problemas e modelar situações é uma das atribuições fundamentais desse método.

A modelagem refere-se a um processo matemático que envolve a formulação de hipóteses e o uso de simplificações na criação de modelos matemáticos (Bean, 2019). Neste contexto, este trabalho tem como principal objetivo aplicar o método de modelagem de mínimos quadrados (MMQ) no setor econômico, apresentando um procedimento

computacional capaz de demonstrar o comportamento dos ativos financeiros selecionados. Uma vez que este método de análise investiga as flutuações de preços desses ativos, correlações e possíveis influências. Ademais, o presente estudo propõe-se a descrever as variações históricas e estabelecer uma base quantitativa com o intuito de compreender a dinâmica entre a carteira de investimentos selecionada e o índice Ibovespa. Na Figura 1, é apresentado um esquema de modelagem que representa um diagrama de blocos composto por uma entrada e uma saída. No contexto desta pesquisa, a entrada é constituída pelos cinco principais ativos listados na bolsa de valores: Petrobras (PETR4), Vale (VALE3), Itaú Unibanco (ITUB4), Ambev (ABEV3) e Weg (WEGE3), enquanto a saída é representada pelo índice Ibovespa (IBOV). Este processo envolve a modelagem dos dados, visando a construção de um modelo.



Figura 1: Diagrama de blocos
Fonte: Elaborada pelos autores.

Neste trabalho, a modelagem é abordada com o intuito de compreender o comportamento e a relação entre as variáveis mencionadas. O sistema é representado por equações matemáticas para facilitar a análise e o controle. Além disso, na metodologia, aplica-se o método dos mínimos quadrados, buscando construir uma regressão linear que capture as interações entre a carteira de investimentos e o índice. Este estudo explora, portanto, a linearização como uma ferramenta metodológica, destacando sua aplicação na investigação da influência do índice Ibovespa sobre o desempenho da carteira ao longo de um período.

2. Metodologia

Este trabalho trata-se de uma pesquisa qualitativa e quantitativa. No âmbito deste estudo, a escolha da linguagem de programação foi o *Python*. Conforme enfatizado por Borges (2024), o *Python* destaca-se como uma ferramenta de programação robusta, evidenciando um aumento significativo de interesse ao longo dos últimos anos. A distinção desta linguagem sustenta-se em sua ampla gama de estruturas de alto nível, conferindo-lhe flexibilidade e versatilidade em sua aplicação.

A metodologia adotada inicia-se pela aquisição de dados históricos do preço das ações presentes na carteira citada anteriormente e do Ibovespa, utilizando a biblioteca *yfinance*. Posteriormente, é realizada a limpeza de dados, o que é essencial, pois sem a remoção de colunas nulas haveria comprometimento da análise. A normalização dos preços das ações e do índice facilita a comparação, estabelecendo um ponto inicial como referência. A construção da carteira normalizada envolve a ponderação dos ativos de acordo com seus valores iniciais, proporcionando uma visão mais detalhada do desempenho relativo de cada ativo ao longo do tempo.

A normalização neste projeto pode ser equiparada ao processo de normalização em sistemas de controle específicos, como o controle PID (Proporcional, Integral, Derivativo). No contexto do controle PID, a técnica é utilizada para ajustar os parâmetros do controlador em relação a uma referência desejada. Da mesma forma, na análise da carteira, normalizar os dados envolve a adaptação dos valores para um ponto de referência

específico. Em ambos os casos, a padronização visa estabelecer uma base para realizar comparação e avaliação, permitindo uma interpretação do desempenho ao longo do tempo ou em relação a parâmetros específicos. Embora o autor não tenha explorado diretamente o tema financeiro, os princípios fundamentais apresentados foram aplicados de maneira adaptada aos conceitos citados no livro de Nise (2017).

Na Figura 2, é possível visualizar o gráfico que apresenta a normalização dos preços das ações em R\$10.000. O eixo Y representa o valor em reais, enquanto o eixo X representa o tempo, abrangendo o período de 2019 a 2023.



Figura 2: Variação dos preços das ações individualmente ao longo de um período de 5 anos.
 Fonte: Elaborado pelos autores.

Na Figura 3, é possível visualizar o gráfico após a normalização dos valores da carteira das ações em R\$10.000 e do índice em R\$50.000. O eixo Y reflete os valores em reais, ao passo que o eixo X denota o tempo, cobrindo o intervalo de 2019 a 2023.



Figura 3: Desempenho normalizado da carteira de ações em relação ao índice
 Fonte: Elaborado pelos autores.

Na Figura 4, apresenta-se uma porção da tabela contendo os valores de entrada, representando o valor de cada ação, e de saída, referente à composição de todas as ações. A tabela engloba um total de 1242 registros. Dessa forma, são delineados 1242 pontos. Essa referência é utilizada para traçar o gráfico anterior. Além disso, neste processo, os valores nulos foram removidos.

	ABEV3.SA	ITUB4.SA	PETR4.SA	VALE3.SA	WEGE3.SA	saldo
Date						
2018-12-28	10000.000000	10000.000000	10000.000000	10000.000000	10000.000000	50000.000000
2019-01-02	10500.649575	10426.935501	10608.465090	10017.646528	10250.855980	51804.552674
2019-01-03	10617.686335	10598.843654	10868.606313	9607.839826	10484.605760	52177.581888
2019-01-04	10760.728747	10421.297152	10899.469825	10233.330457	10604.330519	52919.156699
2019-01-07	10715.214326	10441.030067	11071.428403	10178.429173	10438.997382	52845.099350
...
2023-12-21	10851.166141	11250.133253	45044.178087	22125.020053	44448.953808	133719.451342
2023-12-22	10859.086882	11428.543570	45477.417046	21958.298578	44595.527786	134318.873861
2023-12-26	10906.610570	11545.196419	46207.729560	22035.911282	44852.038072	135547.485903
2023-12-27	10962.054244	11624.108447	46244.862574	22248.623603	44998.612051	136078.260918
2023-12-28	10930.372037	11610.384275	46121.077991	22262.994782	45377.266542	136302.095627

1242 rows x 6 columns

Figura 4: Tabela da carteira normalizada.

Fonte: Elaborado pelos autores.

A última etapa do processo consiste na aplicação da regressão linear. A biblioteca *statsmodels* é empregada para realizar essa análise estatística, que visa modelar a relação linear entre a carteira de ativos e o Ibovespa. A equação resultante da regressão é fundamental na interpretação dos coeficientes associados ao intercepto e ao Ibovespa, representando a resposta da carteira às variações do mercado.

A regressão linear por mínimos quadrados é aplicada, modelando a carteira como uma função linear do índice. A equação resultante é expressa como:

$$Y = \beta_0 + \beta_1 X + \epsilon \quad (1)$$

Onde O Y é o saldo da carteira, X é o índice Ibovespa, β_0 é o intercepto, β_1 é o coeficiente angular, e ϵ representa o erro.

A função de saída prevista levando em consideração o ajuste do intercepto, é dada por:

$$Y_{ajustado} = \text{Intercepto ajustado} + \beta_1 X \quad (2)$$

Através do código é possível encontrar os seguintes valores:

- O Intercepto (β_0): -58062.147688970435
- Coeficiente do Índice Bovespa (β_1): 2.319073726119557

Logo, equação da reta de regressão é:

$$Y = -58062.15 + 2.32 * X \quad (3)$$

3. Resultados e discussões

Por meio do gráfico apresentado na Figura 2, observa-se o comportamento das ações. A análise gráfica proporciona uma visão da volatilidade ao longo do tempo, permitindo a identificação de períodos de maior e menor instabilidade. Nota-se que, durante o início

do ano de 2020, o gráfico reflete uma queda devido à crise do COVID-19. Ao contextualizar os dados com as condições econômicas e eventos específicos, a análise gráfica torna-se uma ferramenta complementar para investidores e gestores de portfólio, auxiliando na identificação de padrões de comportamento do mercado e na formulação de estratégias.

O gráfico contido na Figura 3 proporciona uma visão dos dados históricos dos preços ajustados de fechamento da carteira composta por ações mencionadas anteriormente ao longo do tempo. Além disso, os resultados foram comparados com o desempenho do índice IBOV no mesmo período. A normalização dos preços foi realizada, estabelecendo um ponto inicial de R\$10.000 para a carteira e R\$50.000 para o IBOV. O gráfico resultante ilustra a evolução temporal do saldo total da carteira normalizada em relação ao desempenho do IBOV. Observa-se que, ao longo do período analisado, a carteira apresentou variações significativas, refletindo a volatilidade no mercado de ações. Na Figura 5, é apresentada a análise comparativa entre a carteira e o Ibovespa com regressão linear.

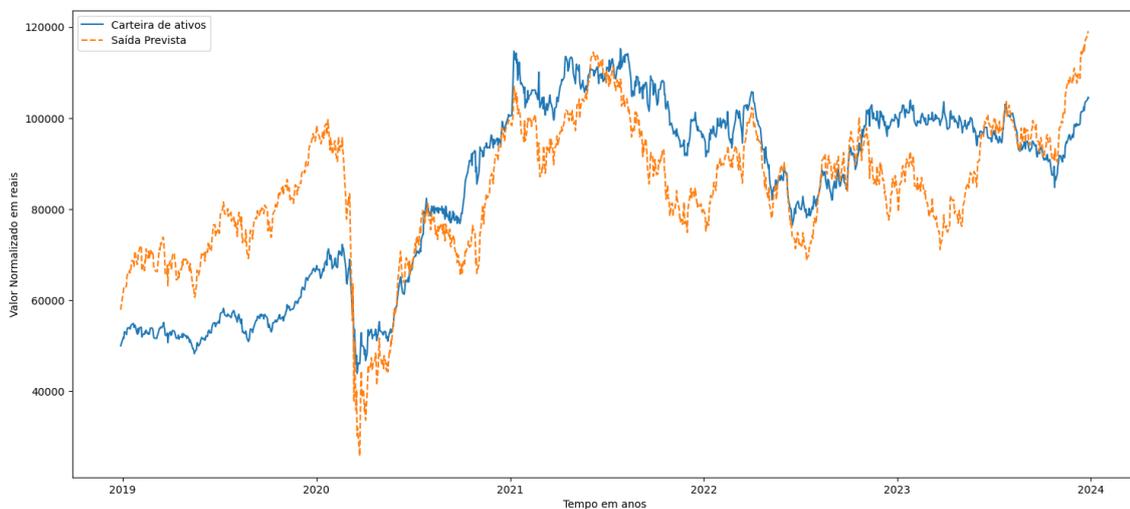


Figura 5: Análise comparativa entre carteira e Ibovespa com regressão linear
Fonte: Elaborado pelos autores.

O gráfico contido na Figura 5 ilustra a comparação de desempenho entre a carteira e o índice ao longo do período analisado, abrangendo os anos de 2019 a 2023. A representação inclui a regressão linear, evidenciada pelas linhas contínua e pontilhada, que tem como objetivo modelar a relação entre ambas as variáveis. A proximidade entre essas linhas sinaliza o ajuste da regressão aos dados reais da carteira em relação ao IBOV, sendo que os valores do intercepto e coeficiente proporcionam uma visão sobre a influência do índice no desempenho da carteira. Essa análise facilita a compreensão da tendência de movimento conjunto entre os elementos estudados. Na Figura 6, é apresentada a reta de regressão: a relação entre a carteira e o Ibovespa.

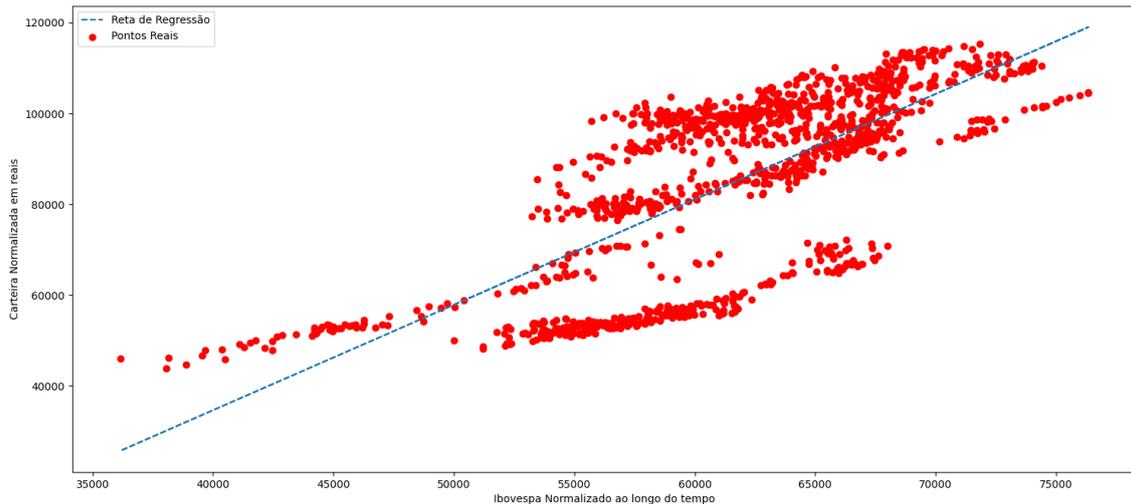


Figura 6: Análise da reta regressão: Relação entre carteira e Ibovespa

Fonte: Elaborado pelos autores.

O gráfico apresentado na Figura 6 representa a relação linear entre a carteira de ativos e o Ibovespa. Cada ponto vermelho no gráfico corresponde aos valores reais observados da carteira em relação ao Ibovespa. A inclinação da reta sugere a magnitude da influência do Ibovespa na carteira, para uma equação de primeiro grau. A visualização conjunta da reta e dos pontos reais proporciona uma compreensão da dinâmica entre essas variáveis ao longo do período analisado.

4. Conclusão

A aplicação dessa ferramenta matemática possibilita a compreensão da modelagem no setor financeiro. As equações resultantes demonstram a relação entre a carteira e o índice, bem como a utilidade da regressão linear por mínimos quadrados como uma ferramenta de análise e tomada de decisão. Observando a Figura 6, percebe-se uma tendência de movimento conjunto entre o portfólio e o IBOV. Contudo, é crucial reconhecer que a contínua evolução e refinamento desses modelos é fundamental para uma tomada de decisão mais precisa no cenário do mercado financeiro e áreas correlatas. Uma possível melhoria deste trabalho seria a exploração da aplicação de polinômios de outros graus. Isso poderia fornecer mais informações, uma vez que a relação de primeiro grau escolhida para modelar o trabalho precisa ser validada por meio de testes adicionais. Essa abordagem mais abrangente pode aprimorar a capacidade do modelo em futuros projetos.

Referências

- BEAN, Dale.** O que é modelagem matemática? Educação matemática em revista, v. 8, n. 9/10, p. 49-57, 2019.
- BIEMBENGUT, Maria Salett; HEIN, Nelson; LOSS, Gabriel Schneider.** Modelagem matemática no ensino de matemática na engenharia. 2013.
- BORGES, Luiz Eduardo.** Python para desenvolvedores: aborda Python 3.3. Novatec Editora, 2014.
- NISE, Norman S.** Engenharia de Sistemas de Controle. 7ª edição. Rio de Janeiro: LTC, 2017.