

ANÁLISE DE DIFUSÃO TÉRMICA EM UMA PLACA PLANA POR MEIO DA APLICAÇÃO DO MÉTODO DE VOLUMES FINITOS

James Gomes Pereira (UNICAMP) E-mail: james.gomes1397@gmail.com
Francisco Rafael Campos de Macedo (UFPI) E-mail: francisco.campos@ufpi.edu.br
Francisco de Assis da Silva Mota (UFRN) E-mail: assis.mota@ufrn.br
Antonio Bruno de Vasconcelos Leitão (UFPI) E-mail: antoniobruno@ufpi.edu.br

Resumo: Nas ciências exatas e na engenharia, é comum encontrar uma variedade de problemas físicos e matemáticos para os quais é necessário encontrar uma solução. Assim, o ideal seria obter uma solução exata. No entanto, em grande parte devido às dificuldades encontradas, muitas vezes não existem soluções exatas para as equações matemáticas que modelam muitos problemas. Dessa forma, como alternativa aos métodos analíticos, surgiram os métodos numéricos para resolver as equações que regem um determinado fenômeno físico, tornando-as matematicamente mais simples. O método de volumes finitos (MVF) é o método mais empregado na solução de problemas de engenharia envolvendo a área de termofluidodinâmica por algumas razões, como a possibilidade de aplicações em problemas não lineares e a observância dos princípios de conservação em todos os níveis, global e discreto. Este trabalho tem como objetivo aplicar o MVF sob abordagem explícita na solução de um problema bidimensional de difusão de calor transiente em uma placa plana de aço carbono, submetida à convecção com um fluido, por meio da implementação de uma rotina computacional no software livre Octave. Os perfis de temperatura foram obtidos para diferentes instantes de tempo de 50, 100 e 200 minutos de exposição às condições de contorno impostas, de modo que foi possível visualizar, por meio dos resultados obtidos, que os gradientes de temperatura surgem inicialmente em função de uma redução de temperatura nas faces externas, devido à diferença de temperatura com o fluido, de modo que a transferência de calor se inicia por convecção e, posteriormente, devido ao gradiente de temperatura criado entre as regiões interna e externa da placa, a transferência de calor se inicia por difusão do interior da placa para as superfícies externas.

Palavras-chave: Método de volumes finitos, difusão de calor, placa plana.

THERMAL DIFFUSION ANALYSIS IN A FLAT PLATE USING THE FINITE VOLUME METHOD

Abstract: In the exact sciences and engineering, it is common to encounter a variety of physical and mathematical problems for which it is necessary to find a solution. Ideally, an exact solution should be obtained. However, largely because of the difficulties encountered, there are often no exact solutions to the mathematical equations that model many problems. Therefore, as an alternative to analytical methods, numerical methods have emerged to solve the equations governing a given physical phenomenon, making them mathematically simpler. The finite volume method (FVM) is the most widely used method for solving engineering problems in the area of thermofluid dynamics for a number of reasons, such as the possibility of applying it to non-linear problems and the observance of conservation principles at all levels, global and discrete. This work aims to apply the MVF under an explicit approach to the solution of a two-dimensional problem of transient heat diffusion in a flat carbon steel plate subjected to convection with a fluid, by implementing a computational routine in the free software Octave. The temperature profiles were obtained for different time instants of 50, 100 and 200 minutes of exposure to the imposed boundary conditions, so that it was possible to visualize, through the results obtained, that the temperature gradients initially arise due to a reduction in temperature on the external faces, due to the temperature difference with the fluid, so that the heat transfer begins by convection and, later, due to the temperature gradient created between the internal and external regions of the plate, the heat transfer begins by diffusion from the inside of the plate to the external surfaces.

Keywords: Finite volume method, Heat diffusion, Flat Plate.

1. Introdução

O crescimento exponencial da simulação computacional em problemas de engenharia se deve principalmente ao grande avanço no desenvolvimento de computadores de alta velocidade e à grande capacidade de armazenamento. As principais ferramentas usadas pelos engenheiros eram os métodos experimentais e analíticos. Entretanto, os métodos experimentais são extremamente caros e, em alguns casos, inviáveis do ponto de vista da segurança dos indivíduos envolvidos nos experimentos. Os métodos analíticos, embora forneçam soluções exatas para problemas de engenharia, têm a desvantagem de serem aplicáveis somente a problemas cujas suposições simplificadoras estão muito distantes dos fenômenos físicos. Além disso, a aplicação de métodos analíticos é muito restrita a problemas com geometrias simples e condições de contorno simples (MALISKA, 2010). Os métodos numéricos, assim como os analíticos, são considerados alternativas aos métodos experimentais, nos quais o objetivo é resolver equações diferenciais. Entretanto, o que os diferencia é a grande versatilidade e a facilidade de aplicação dos métodos numéricos em relação aos métodos analíticos.

Devido às vantagens associadas às técnicas numéricas na solução de problemas de engenharia, surgiram vários métodos numéricos, como o método dos elementos finitos (MEF), o método das diferenças finitas (MDF) e o método dos volumes finitos (MVF). Embora exista uma vasta quantidade de métodos numéricos, é importante ressaltar que, em virtude de certas características, a aplicação de alguns métodos se torna mais conveniente em determinados problemas. Segundo Filho (2019), o MEF e o MDF podem não apresentar conformidade com os princípios de conservação, que são fundamentais em problemas de mecânica dos fluidos e transferência de calor. O MVF atende a esses princípios mesmo na forma discreta, pois a formulação do método ocorre por meio do balanceamento de propriedades em volumes de controle. Além disso, o método é adequado para resolver problemas não lineares e recomendado para a criação de malhas em geometrias complexas. Devido às suas vantagens e à sua fácil implementação em rotinas computacionais, houve um grande aumento na literatura disponível sobre esse assunto. Além disso, é precipitado o pensamento de que o método se limita apenas às áreas de engenharia, pois, como já relatado em Neves e Bezerra (2013), é possível citar entre os principais usos aplicações que vão desde as áreas de saúde até a aeroespacial.

A quantidade de energia de um sistema pode variar devido à transferência de energia de ou para o sistema. A transferência de energia pode ocorrer por meio da transferência de calor ou de trabalho, de modo que, quando a força motriz da transferência de energia vem de uma diferença de temperatura, a energia é transferida na forma de calor e, caso contrário, é transferida na forma de trabalho. A transferência de calor pode ocorrer em diferentes modos e cada modo tem características específicas que influenciam diretamente a transferência de calor. O modo de transferência de energia térmica das atividades atômicas e moleculares em um meio estacionário é chamado de condução e pode ser definido como a transferência de energia das partículas mais energéticas para as menos energéticas. Embora nos sólidos as partículas tenham menos liberdade, a condução ainda ocorre devido às vibrações das moléculas e dos elétrons livres presentes no material. Outro modo importante de transferência de calor é a convecção, que está relacionada à interação entre um fluido em movimento e uma superfície sólida em que os dois estão em temperaturas diferentes. É importante observar que, basicamente, a transferência de calor por convecção resulta dos efeitos da condução e do movimento do

fluido (INCROPERA e DEWITT, 2008).

Este trabalho tem como objetivo aplicar a MVF sob formulação explícita na solução de um problema bidimensional transiente de condução de calor em uma placa plana de aço carbono submetida à convecção com um fluido, que se encontra em uma temperatura mais baixa, por meio do uso do software livre Octave. O principal objetivo do estudo foi construir um código numérico capaz de resolver um conjunto de equações algébricas e retornar como solução os perfis de temperatura ao longo da placa para diferentes instantes de tempo de 50, 100 e 200 minutos de exposição às condições de contorno impostas. Os resultados mostraram que os gradientes de temperatura que aparecem na placa são inicialmente causados pela transferência de calor por convecção e depois se propagam para o interior da placa por condução. Essa é uma informação extremamente importante no resfriamento de dispositivos eletrônicos, pois a temperatura é um fator crítico na operação desses dispositivos. De acordo com Peterson e Ortega (1990), pesquisas mostram que um único componente operando 10 °C acima do ideal pode reduzir a confiabilidade de alguns sistemas em até 50%.

2. Processo de difusão de calor

Experimentos demonstraram que a taxa de transferência de calor através de uma placa dobra quando a diferença de temperatura entre as extremidades ou a área normal à direção da transferência de calor é duplicada. No entanto, ela é reduzida à metade quando a espessura é dobrada (ÇENGEL e GHAJAR, 2015). Assim, é possível concluir que a taxa de condução de calor é diretamente proporcional à diferença de temperatura entre as duas extremidades da placa e a área de transferência de calor, mas inversamente proporcional à espessura da placa. Portanto, a taxa de condução de calor pode ser quantificada de acordo com a Eq. (1).

$$\dot{Q} = kA \frac{T_1 - T_2}{\Delta x} \quad (1)$$

Onde T_1 , T_2 , k e A representam as temperaturas das extremidades da placa, a área de transferência de calor e a condutividade térmica do material, que é a medida da capacidade de conduzir calor, respectivamente. Além disso, Δx representa a espessura da placa. Ao fazer $\Delta x \rightarrow 0$ na Eq. (1), obtém-se a forma diferencial da taxa de condução de calor, também conhecida como lei de condução térmica de Fourier, em homenagem a J. Fourier (1768-1830).

$$\dot{Q} = kA \frac{\partial T}{\partial x} \quad (2)$$

Na Equação (2), $\partial T/\partial x$ representa o gradiente de temperatura na direção x . Essa equação é usada para condução de calor unidimensional. Entretanto, em alguns problemas, a condução de calor ocorre em mais de uma dimensão, e a lei de Fourier deve ser escrita como uma função do gradiente de temperatura nas direções x , y e z , como pode ser visto na Eq. (3).

$$\dot{Q}_x = kA \frac{\partial T}{\partial x} \quad \dot{Q}_y = kA \frac{\partial T}{\partial y} \quad \dot{Q}_z = kA \frac{\partial T}{\partial z} \quad (3)$$

O principal objetivo da análise de condução de calor é determinar a distribuição de temperaturas em um determinado meio. Dessa forma, é possível saber como a

temperatura varia com a posição. A partir desses valores de temperatura, o fluxo de calor pode ser obtido em qualquer ponto do meio por meio da lei de Fourier. Usando o princípio da conservação de energia, é possível obter a equação geral da difusão de calor de um pequeno elemento de comprimento Δx , largura Δy e altura Δz , como pode ser visto na Figura 1.

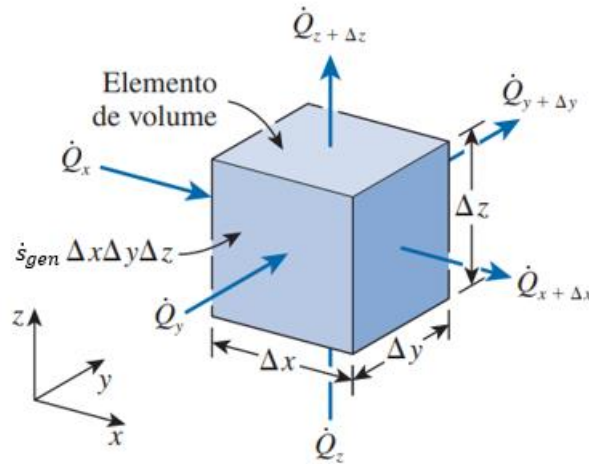


Figura 1: Condução de calor tridimensional

O balanço de energia para um pequeno intervalo de tempo Δt pode ser expresso, como visto na Eq.(4).

$$\dot{Q}_x + \dot{Q}_y + \dot{Q}_z - \dot{Q}_{x+\Delta x} - \dot{Q}_{y+\Delta y} - \dot{Q}_{z+\Delta z} + \dot{S}_{gen} = \frac{\Delta E_{elem}}{\Delta t} \quad (4)$$

Na Equação (5), $Q_{x+\Delta x}$, $Q_{y+\Delta y}$ e $Q_{z+\Delta z}$ representam as taxas de condução de calor que estão deixando o elemento. Os termos S_{gen} e ΔE_{elem} representam a taxa de geração de calor dentro do elemento e a taxa de alteração da energia do elemento, respectivamente. Esses termos podem ser expressos como:

$$\Delta E_{elem} = \rho c \Delta x \Delta y \Delta z (T_{t+\Delta t} - T_t) \quad (5)$$

$$\dot{S}_{gen} = \dot{s}_{gen} \Delta x \Delta y \Delta z \quad (6)$$

Na Equação (5), ρ e c representam a densidade e o calor específico, respectivamente. Substituindo as Eq. (5) e (6) na Eq. (4), obtém-se a seguinte expressão:

$$\dot{Q}_x + \dot{Q}_y + \dot{Q}_z - \dot{Q}_{x+\Delta x} - \dot{Q}_{y+\Delta y} - \dot{Q}_{z+\Delta z} + \dot{s}_{gen} \Delta x \Delta y \Delta z = \frac{\rho c \Delta x \Delta y \Delta z (T_{t+\Delta t} - T_t)}{\Delta t} \quad (7)$$

Ao realizar algumas manipulações algébricas e considerar o limite como Δx , Δy , Δz , $\Delta t \rightarrow 0$, obtém-se a equação geral de condução de calor tridimensional para coordenadas cartesianas.

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\Gamma \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\Gamma \frac{\partial T}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\Gamma \frac{\partial T}{\partial z} \right) + \frac{\dot{s}_{gen}}{c} = \rho \frac{\partial T}{\partial t} \quad (8)$$

O termo $\Gamma = k/c$ é o coeficiente de difusão, que representa a velocidade com que o calor se difunde por um material.

3. Método dos volumes finitos

Como já mencionado, o MVF obedece a princípios de conservação em todos os níveis e o ponto de partida para os procedimentos computacionais é a forma conservadora da equação geral de transporte para uma determinada variável ϕ .

$$\frac{\partial(\rho\phi)}{\partial t} + \text{div}(\rho\phi\mathbf{u}) = \text{div}(\Gamma\text{grad } \phi) + S_\phi \quad (9)$$

Na Equação (9), o termo $\partial(\rho\phi)/\partial t$ representa a taxa de aumento de ϕ em um volume de controle. Os termos $\text{div}(\rho\phi\mathbf{u})$ e $\text{div}(\Gamma\text{grad } \phi)$ representam, respectivamente, a taxa líquida de fluxo ϕ (termo convectivo) e a taxa de aumento de ϕ devido à difusão (termo difusivo). O último termo do lado direito, S_ϕ , representa a taxa de aumento de ϕ devido às fontes. A principal etapa do MVM é a integração da Eq. (9) em um volume de controle tridimensional, como pode ser visto na Eq. (10).

$$\int_{\Delta t} \frac{\partial}{\partial t} \left(\int_{cv} \rho\phi dV \right) dt + \int_{\Delta t} \int_{cv} \text{div}(\rho\phi\mathbf{u}) dV dt = \int_{\Delta t} \int_{cv} \text{div}(\Gamma\text{grad } \phi) dV dt + \int_{\Delta t} \int_{cv} S_\phi dV dt \quad (10)$$

A transferência de calor por convecção ocorre entre uma superfície e um fluido em movimento. Em contraste, a difusão de calor ocorre em meios estacionários, de modo que o segundo termo presente na Eq. (10) para efeitos convectivos é nulo para a difusão de calor. Portanto, a forma integral mais geral da equação de transporte pode ser expressa da seguinte forma:

$$\int_{\Delta t} \frac{\partial}{\partial t} \left(\int_{\Delta v} \rho\phi dx dy dz \right) dt = \int_{\Delta t} \int_{\Delta v} \left[\frac{\partial}{\partial x} \left(\Gamma \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\Gamma \frac{\partial T}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\Gamma \frac{\partial T}{\partial z} \right) + S_\phi \right] dx dy dz dt \quad (11)$$

A Equação (11) representa o caso mais geral e complexo de condução de calor, pois há variação de temperatura ao longo das três dimensões e ao longo do tempo. Na prática, a maioria dos problemas de transferência de calor pode ser aproximada à unidimensionalidade.

3.1. Discretização do domínio de simulação

A primeira etapa do FVM consiste em dividir o domínio em volumes de controle discretos em torno de pontos nodais e as equações dos volumes de controle são escritas como uma função de um balanço de uma determinada propriedade no volume de controle, como pode ser visto na Figura 2. Por outro lado, a abordagem usada no MDF divide o domínio em nós e as equações de cada nó são obtidas de um conjunto de equações diferenciais.

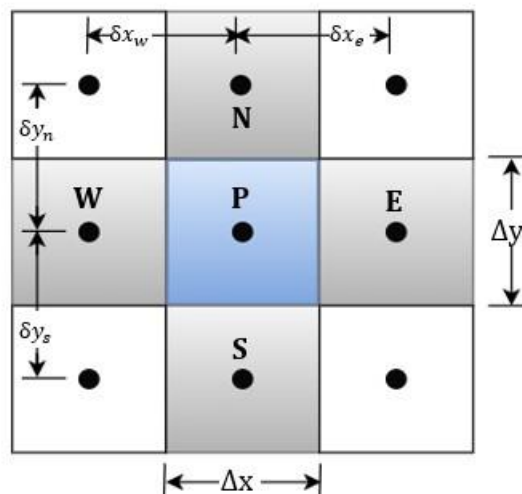


Figura 2: Discretização do domínio

A segunda e principal etapa do MVM é a integração da equação governante sobre o volume de controle para produzir uma equação discretizada em seu ponto nodal P

(VERSTEEG e MALALASEKERA, 2007). Ao realizar as duas integrações da Eq. (11) e substituir os termos parciais por termos discretos para um problema de condução de calor bidimensional transiente, a equação discreta pode ser escrita de acordo com a Eq. (12).

$$a_P T_P^1 = a_e T_E^0 + a_w T_W^0 + a_n T_N^0 + a_s T_S^0 + a_P^0 T_P^0 + S_u \Delta x \Delta y \quad (12)$$

Onde os coeficientes na Eq. (12) são chamados de coeficientes de transporte de propriedade e podem ser obtidos pelas seguintes expressões:

$$a_P = \frac{\rho^1 \Delta x \Delta y}{\Delta t} \quad (13)$$

$$a_e = \Delta y \left(\frac{\Gamma}{\delta x} \right) \quad (14)$$

$$a_w = \Delta y \left(\frac{\Gamma}{\delta x} \right) \quad (15)$$

$$a_n = \Delta x \left(\frac{\Gamma}{\delta y} \right) \quad (16)$$

$$a_s = \Delta x \left(\frac{\Gamma}{\delta y} \right) \quad (17)$$

$$a_P^0 = \frac{\rho^1 \Delta x \Delta y}{\Delta t} - \Delta y \left(\frac{\Gamma}{\delta x} \right) - \Delta y \left(\frac{\Gamma}{\delta x} \right) - \Delta x \left(\frac{\Gamma}{\delta y} \right) - \Delta x \left(\frac{\Gamma}{\delta y} \right) - S_P \Delta x \Delta y \quad (18)$$

Os termos S_u e S_P vêm da linearização do termo de origem quando ele está associado ao problema. Uma formulação mais detalhada para esses termos pode ser encontrada em (VERSTEEG e MALALASEKERA, 2007).

Os sobrescritos 0 e 1 especificam o valor da temperatura em um ponto no espaço no tempo t e $t + \Delta t$, respectivamente. Portanto, no método explícito, é possível encontrar a temperatura de um volume P em um instante $t + \Delta t$, uma vez que sua temperatura e a de seus vizinhos de fronteira no instante t sejam conhecidas. Uma das vantagens desse método é sua simplicidade, pois não há necessidade de resolver sistemas lineares por meio de inversão de matrizes, o que torna os resultados mais confiáveis. No entanto, ele tem um inconveniente, pois o coeficiente que multiplica T_P^0 pode assumir valores negativos, o que resultaria em uma solução que, embora matematicamente plausível, é fisicamente irreal. Para evitar esse inconveniente, é necessário introduzir a condição $a_P^0 \geq 0$. Para Γ constante, malha uniforme, $\delta x = \Delta x = \delta y = \Delta y$ e ausência de geração interna, essa condição pode ser escrita da seguinte forma, como pode ser visto na Eq.(19).

$$\Delta t \leq \frac{\rho \Delta x \Delta y}{4\Gamma} \quad (19)$$

Esse critério é conhecido como critério de estabilidade de von Neumann e representa um limite para o valor da etapa de tempo como uma função da etapa espacial e das propriedades do sólido. Portanto, se a malha espacial for muito refinada, será necessário escolher uma etapa de tempo muito pequena, o que exige um custo computacional mais alto.

4. Modelo físico

O software livre Octave foi utilizado no desenvolvimento de uma rotina computacional capaz de resolver um problema de difusão de calor transiente em uma placa plana de aço-carbono sujeita à convecção natural com ar em duas de suas faces, como visto na Figura 3. Duas de suas faces são isoladas e as outras duas estão sujeitas à convecção com ar, de modo que foi necessário usar uma condição de contorno de terceira espécie na discretização da equação de difusão de calor para os volumes de controle de contorno sujeitos à convecção com ar.

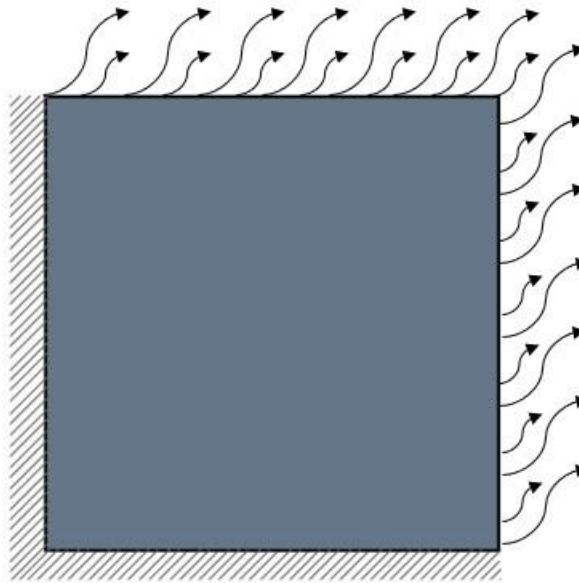


Figura 3: Placa de aço carbono

A placa de aço-carbono tem seção transversal quadrada de 100x100 milímetros e está inicialmente a uma temperatura de 373,15 K. A placa é resfriada repentinamente por meio de transferência de calor convectiva com o ar, que está a 273,15 K. O domínio da simulação foi discretizado usando o MVF sob abordagem explícita. É importante ressaltar que, antes de aplicar o método, um Δt foi inicialmente calculado, de acordo com a Eq. (19), e, posteriormente, um Δt menor do que o valor obtido foi escolhido para garantir a estabilidade do método. Os dados das propriedades físicas do aço-carbono ASTM A-36 estão apresentados na Tabela.1.

Tabela 1 – Propriedades físicas do material da placa

Propriedade física	Valor
Densidade kg/m^3	7850
Calor específico a pressão constante, J/kg.K	486
Condutividade térmica, W/m.K	51,9

Para analisar o processo de resfriamento da chapa de aço carbono, foram obtidos perfis de temperatura para diferentes instantes de tempo. O processo de resfriamento de materiais por meio da transferência de calor por convecção com um fluido mais frio é extremamente importante, pois tem várias aplicações, como o resfriamento de dispositivos eletrônicos, o projeto de trocadores de calor mais eficientes e o resfriamento de peças em tratamentos térmicos.

5. Resultados e discussões

A partir da rotina computacional desenvolvida no software Octave, foi possível obter os perfis de temperatura ao longo da placa de aço carbono em diferentes instantes de tempo, como pode ser visto nas Figuras (4), (5) e (6). Os resultados obtidos mostram que a transferência de calor começa nas extremidades sujeitas à convecção devido à diferença de temperatura com o ar.

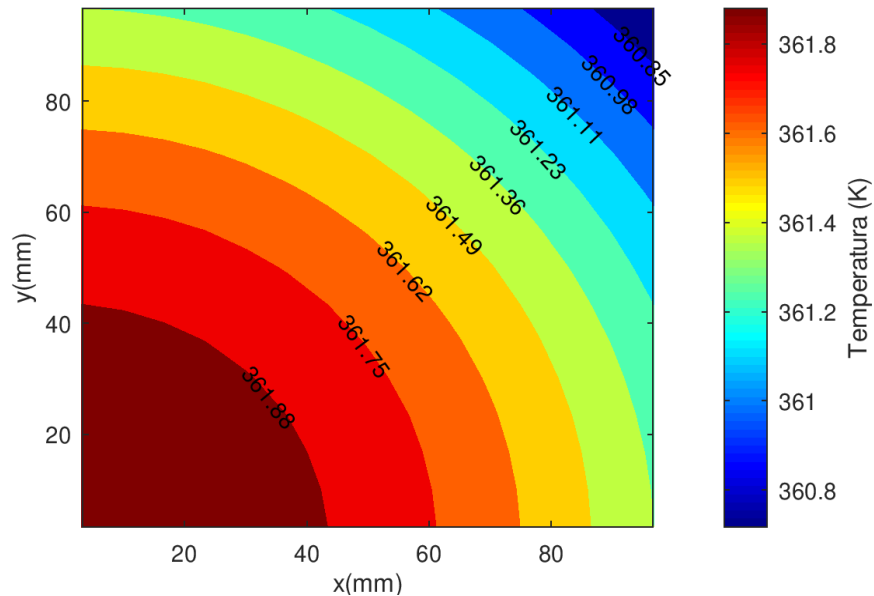


Figura 4: Perfil de temperatura para 50 minutos

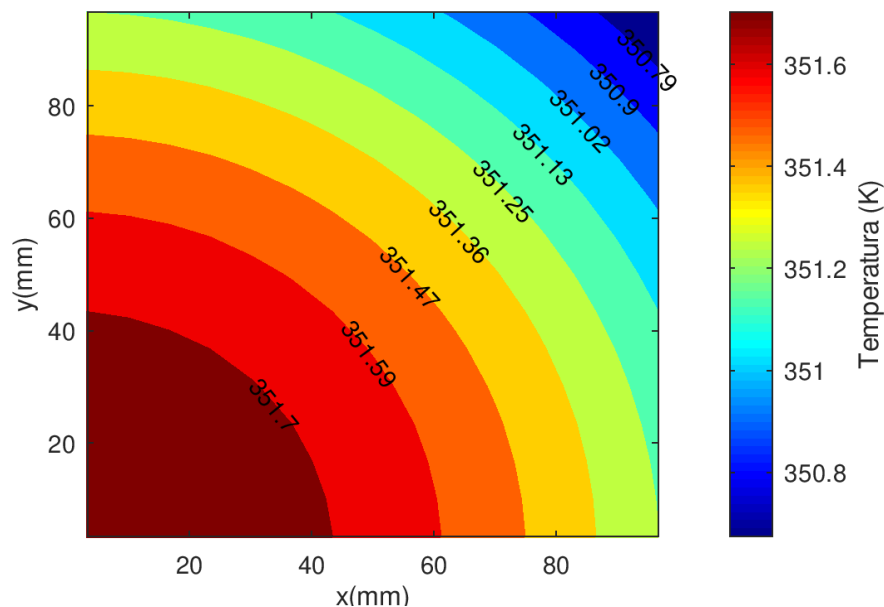


Figura 5: Perfil de temperatura para 100 minutos

É importante observar que, mesmo no primeiro instante de tempo de 50 minutos, é possível observar gradientes de temperatura em praticamente toda a placa. Portanto, é possível afirmar que a velocidade com que o calor se difunde no material é alta. Esse resultado é coerente e está de acordo com a realidade, pois a difusividade térmica do aço

é relativamente alta. Além disso, é importante ressaltar que, como já era esperado, a temperatura da placa diminui à medida que o instante de tempo aumenta. Com base nos perfis de temperatura apresentados nas Figuras (4) e (5), foi possível calcular uma diferença de temperatura de aproximadamente 10 K entre os instantes de tempo de 50 e 100 minutos. Embora pareça uma pequena queda de temperatura em relação ao intervalo de tempo, é importante lembrar que a placa está sujeita à convecção natural, o que implica pequenos coeficientes de transferência de calor por convecção.

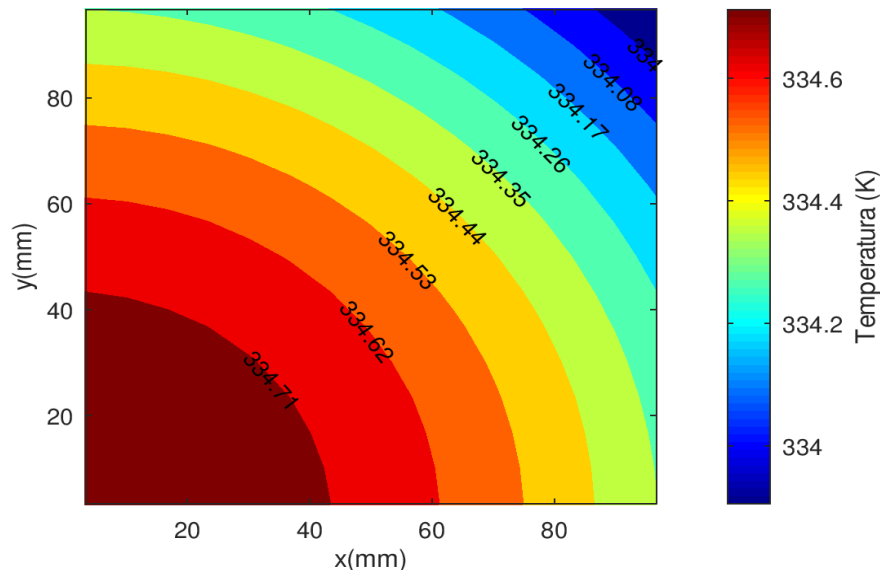


Figura 6: Perfil de temperatura para 200 minutos

Os valores mais baixos de temperatura obtidos ao longo da placa foram encontrados no instante de tempo de 200 minutos, como pode ser visto na Figura 6, de modo que a diferença de temperatura da placa entre os instantes de tempo de 50 e 200 minutos foi de aproximadamente 30 K. Mesmo a diferença de temperatura entre o instante de tempo mais curto e o mais longo parece relativamente pequena. Entretanto, como já mencionado, o ar apresenta baixo coeficiente de transferência de calor por convecção natural. Além disso, a diferença de temperatura entre a placa de aço carbono e o ar é relativamente pequena. Conforme estabelecido pela lei de resfriamento de Newton, a taxa de transferência de calor por convecção é diretamente proporcional ao coeficiente de transferência de calor por convecção e à diferença de temperatura entre a superfície e o fluido. Portanto, é possível afirmar que a taxa de transferência de calor da placa para o ar é pequena.

A Figura 7 mostra os perfis de temperatura da placa para os instantes de tempo de 10 segundos e 100 minutos. A partir dos resultados obtidos, é possível ver como o processo de transferência de calor começa da placa de aço para o fluido circundante. Na Figura 7, é possível notar que a transferência de calor começa nas extremidades sujeitas à convecção com o fluido e só depois, devido ao gradiente de temperatura criado, a transferência de calor por condução começa nas regiões internas da placa de aço. Além disso, é possível notar que, para um instante de tempo de 100 minutos, os gradientes de temperatura já se propagaram ao longo de toda a placa de aço e não permitem ver como os gradientes de temperatura surgiram.

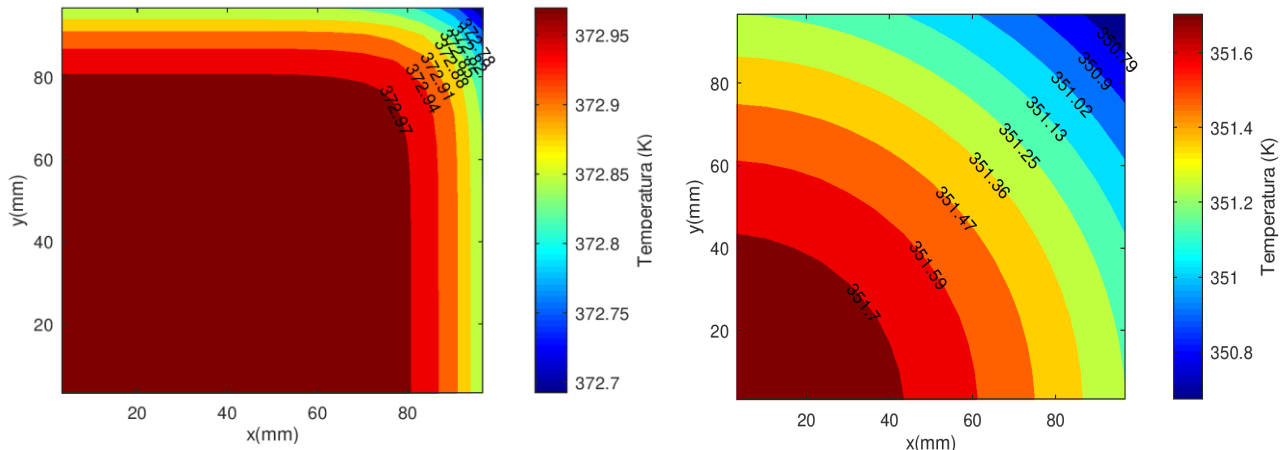


Figura 7: Perfis de temperatura para 10 minutos e 100 minutos.

A velocidade com que os gradientes de temperatura avançam para o interior de um material é uma função de seu coeficiente de difusão. Portanto, para materiais como cobre e alumínio, o tempo necessário para que os gradientes de temperatura se propaguem pelo material seria menor do que o do aço carbono, permitindo uma taxa de resfriamento mais alta.

5. Conclusão

Este trabalho tem como objetivo iniciar uma série de análises de problemas térmicos difusivos com diferentes geometrias e condições de contorno, aplicando o método dos volumes finitos. O presente estudo consistiu na construção de um código numérico capaz de obter a distribuição de temperatura ao longo de uma placa de aço carbono para diferentes instantes de tempo. O método numérico visa a obter sistemas de equações algébricas a partir das equações que regem os fenômenos físicos, de modo que esses sistemas de equações algébricas possam ser facilmente resolvidos por meio de um software de simulação computacional. Um alto grau de refinamento da malha usada na discretização do domínio permite obter resultados mais precisos e contornos de temperatura com variações mais suaves. No entanto, é necessário levar em conta o custo computacional e o tempo de execução das simulações (CHAPRA e CANALE, 2008).

É importante ressaltar que as simulações computacionais foram realizadas com o uso do software livre Octave, que permitiu a construção de um código numérico relativamente simples, mas que pode ser utilizado para obter a distribuição de temperatura de problemas térmicos difusivos complexos. Apesar de ser um software livre, o Octave apresentou razoável capacidade de simulação computacional, semelhante a softwares comerciais, como o matlab, com uma linguagem de fácil compreensão.

Por meio do código computacional escrito, foram obtidos os perfis de temperatura de uma placa de aço carbono para diferentes instantes de tempo de 50, 100 e 200 minutos. Os resultados obtidos mostraram concordância com os fenômenos de transferência de calor por condução e convecção, pois, de acordo com os resultados apresentados para os perfis de temperatura, a transferência de calor ocorreu inicialmente a partir das extremidades da placa submetida à convecção com o fluido e, à medida que o instante de tempo aumenta, os gradientes de temperatura no interior da seção transversal

umentam, de modo que, para o instante de tempo de 200 minutos, foram encontrados os menores valores de temperatura. Isso ocorre devido à condução de calor nessa região causada pela diferença de temperatura entre a parte interna e as faces submetidas à convecção. Além disso, os resultados obtidos apresentam boa concordância com os resultados obtidos por Filho (2019), que também analisou um problema de transferência de calor transiente bidimensional com condições de contorno semelhantes ao problema analisado neste trabalho, tais evidências demonstram a eficácia do método dos volumes finitos na resolução de problemas de termofluidodinâmica e a do software na resolução de problemas de engenharia com razoável confiabilidade. Além disso, é importante enfatizar que o método pode ser facilmente implementado em códigos numéricos e apresenta vantagens sobre outros métodos numéricos, como a aplicação em problemas não lineares e a observância dos princípios de conservação em todos os níveis.

Referências

ÇENGEL, Y. & GHAJAR, A. *Heat and Mass Transfer: Fundamentals & applications*. New York: Editor McGraw Hill, 2015.

CHAPRA, S. C. & CANALE, R. P. *Métodos Numéricos para Engenharia*. Porto Alegre: AMGH, 2008.

FILHO, A. F. C. *Método de Volumes Finitos Aplicado à Condução de Calor uma abordagem com Python*. São Luis: Edição do Autor, 2019.

INCROPERA, F.P.; BERGMAN, T.L. & DEWITT, D.P. *Fundamentos de transferência de calor e de massa*. Rio de Janeiro: Editora LTC, 2008.

MALISKA, C. R. *Transferência de Calor e Mecânica dos Fluidos Computacional*. Rio de Janeiro: Editora LTC: Rio de Janeiro, 2010.

PETERSON, G. P. & ORTEGA, A. *Thermal Control of Electronic Equipment and Devices*. In *Advances in Heat Transfer* Vol. 20, p. 181-314, 1990.

NEVES, E. E. & BEZERRA, Y.S.F. *Método dos Volumes Finitos: Uma Abordagem Prática e Aplicação em Problemas de Difusão Térmica com Matlab®*. Revista cultura e científica do UNIFACEX. Vol. 11, n. 11, p. 2237-8586, 2013.

VERSTEEG, H. K. & MALALASEKERA, W. *An introduction to computational fluid dynamics: the finite volume method*. England: Pearson Education Limited, 2007.