

ANÁLISE COMPARATIVA DE FILTROS DIGITAIS FIR E IIR: UM ESTUDO EXPERIMENTAL QUANTITATIVO E REPRODUTÍVEL

Vitor Amadeu Souza (Centro Universitário de Volta Redonda – UniFOA, Volta Redonda, RJ)

E-mail: vitor.amadeu@foa.org.br

Resumo: Este trabalho apresenta uma comparação quantitativa e reproduzível entre filtros digitais de resposta finita ao impulso (FIR) e resposta infinita ao impulso (IIR), distinguindo duas condições de projeto: uma comparação por parametrização nominal e outra sob especificações comuns de banda passante e rejeição. No cenário nominal, foram analisados um FIR de 51 coeficientes com janela de Hamming e parâmetro de corte de 100 Hz e um Butterworth IIR de quarta ordem com frequência crítica de 100 Hz, ambos com frequência de amostragem de 1.000 Hz. A resposta em frequência mostrou que esses filtros não são diretamente equivalentes: em 100 Hz foram obtidos -6,05 dB para o FIR e -3,01 dB para o IIR, enquanto em 150 Hz foram obtidos -62,26 dB e -15,75 dB, respectivamente. Em 500 realizações de ruído branco gaussiano, a relação sinal-ruído média passou de 3,01 dB na entrada para 10,34 dB com o FIR e 9,89 dB com o IIR de quarta ordem. O FIR apresentou atraso de grupo constante de 25 amostras, enquanto o IIR apresentou atraso dependente da frequência. Em uma segunda comparação, com banda passante até 80 Hz, banda de rejeição a partir de 150 Hz, perda máxima de 1 dB e atenuação mínima de 40 dB, o Butterworth mínimo resultou em ordem 8. Os resultados mostram que conclusões sobre seletividade, rejeição, atraso e custo computacional dependem das especificações e da estrutura de implementação, não sendo adequado atribuir superioridade geral a uma das classes. A principal contribuição é um protocolo experimental explícito, com métricas de magnitude, fase, atraso de grupo, resposta transitória, potência de ruído, relação sinal-ruído, estabilidade e custo computacional, acompanhado de código-fonte reproduzível.

Palavras-chave: Filtros digitais; FIR; IIR; Butterworth; Processamento digital de sinais; SciPy; Reprodutibilidade.

COMPARATIVE ANALYSIS OF FIR AND IIR DIGITAL FILTERS: A QUANTITATIVE AND REPRODUCIBLE EXPERIMENTAL STUDY

Abstract: This work presents a quantitative and reproducible comparison between finite impulse response (FIR) and infinite impulse response (IIR) digital filters under two design conditions: a nominal-parameter comparison and a second comparison based on common passband and stopband specifications. In the nominal scenario, a 51-tap Hamming-window FIR filter with a 100 Hz cutoff parameter and a fourth-order Butterworth IIR filter with a 100 Hz critical frequency were analyzed at a sampling rate of 1,000 Hz. The frequency responses demonstrate that these filters are not directly equivalent: at 100 Hz, the measured magnitudes were -6.05 dB for the FIR and -3.01 dB for the IIR, while at 150 Hz they were -62.26 dB and -15.75 dB, respectively. Across 500 Gaussian white-noise realizations, the mean signal-to-noise ratio increased from 3.01 dB at the input to 10.34 dB with the FIR and 9.89 dB with the fourth-order IIR. The FIR exhibited a constant 25-sample group delay, whereas the IIR delay varied with frequency. Under common requirements of an 80 Hz passband edge, 150 Hz stopband edge, 1 dB maximum passband loss, and 40 dB minimum stopband attenuation, the minimum Butterworth design required order 8. The results show that selectivity, rejection, delay, and computational-cost conclusions depend on both design requirements and implementation structure. The main contribution is an explicit experimental protocol combining magnitude, phase, group delay, transient response, noise power, signal-to-noise ratio, stability, and computational-cost metrics, together with reproducible source code.

Keywords: Digital filters; FIR; IIR; Butterworth; Digital signal processing; SciPy; Reproducibility.

1. Introdução

A filtragem digital é uma operação central no processamento digital de sinais, permitindo modificar seletivamente o conteúdo espectral de sequências discretas. Filtros de resposta finita ao impulso (FIR) e de resposta infinita ao impulso (IIR) diferem em estrutura, duração da resposta ao impulso, comportamento de fase, sensibilidade

numérica e custo de implementação (Oppenheim; Schafer, 2010; Diniz et al., 2010). Em um FIR não recursivo com coeficientes finitos, a estabilidade BIBO é garantida teoricamente e a simetria dos coeficientes permite obter fase linear; filtros IIR, por sua vez, empregam realimentação e podem atingir determinadas especificações de magnitude com ordens menores, mas sua estabilidade depende da localização dos polos e sua fase é, em geral, não linear (Antoniou, 2006; Parks; Burrus, 1987).

Essas propriedades são consolidadas na literatura, de modo que uma comparação puramente descritiva entre FIR e IIR não constitui, por si só, contribuição científica nova. O interesse atual está na relação entre requisitos de projeto, estrutura de implementação, precisão numérica, latência e desempenho em aplicações concretas. Trabalhos recentes discutem filtros FIR e IIR em circuitos de aquisição de baixa potência (Xin et al., 2023), métodos modernos de implementação de IIR (Roonizi, 2023), filtragem de ECG em FPGA com estruturas IIR em cascata (Saha; Barman Mandal, 2024) e unidades programáveis FIR/IIR para processamento em tempo real (Achtenberg; Szplet; Bielecki, 2024). Esses estudos reforçam que comparações úteis devem declarar especificações e métricas mensuráveis, evitando extrapolar resultados de uma configuração particular para toda uma classe de filtros.

Neste estudo, o cenário nominal emprega um FIR projetado por `signal.firwin()` e um Butterworth projetado por `signal.butter()`, ambos parametrizados com o valor numérico de 100 Hz. Esses parâmetros, contudo, não possuem o mesmo significado: em `firwin()`, o valor de cutoff corresponde ao ponto de meia amplitude, aproximadamente -6 dB, ao passo que no Butterworth a frequência crítica é o ponto de meia potência, aproximadamente -3 dB (SciPy Community, 2026a; 2026b). Consequentemente, a igualdade do parâmetro numérico não estabelece equivalência espectral.

A contribuição deste trabalho consiste em estabelecer e aplicar um protocolo comparativo quantitativo e reproduzível. O protocolo: (i) reproduz a configuração nominal original e demonstra suas diferenças efetivas; (ii) estabelece bandas e tolerâncias comuns para uma segunda comparação; (iii) apresenta formalmente equações, funções de transferência e coeficientes; (iv) quantifica magnitude, fase, atraso de grupo, energia da resposta ao impulso, sobressinal, tempo de subida, tempo de acomodação, variância de ruído, relação sinal-ruído e estabilidade; e (v) diferencia contagem teórica de operações de medições de tempo de execução. O objetivo não é declarar uma classe universalmente superior, mas identificar como as conclusões mudam em função das especificações e da estrutura computacional considerada.

2. Metodologia

2.1 Ambiente computacional e sinais de teste

Os experimentos foram executados em Python 3.13.5, NumPy 2.3.5, SciPy 1.17.0 e Matplotlib 3.10.8, em ambiente Linux x86-64. Para as medições de tempo de execução foi utilizada uma máquina virtualizada com processador AMD EPYC 9V74; por dependerem de hardware, sistema operacional e carga do sistema, esses tempos são tratados apenas como resultados específicos do ambiente utilizado, e não como propriedades universais das classes FIR e IIR.

Tabela 1 – Parâmetros de reprodução dos experimentos.

Parâmetro	Valor utilizado
Frequência de amostragem, fs	1.000 Hz

Parâmetro	Valor utilizado
Duração dos sinais	1,0 s
Número de amostras	1.000
Senoide	50 Hz, amplitude 1,0
Ruído branco gaussiano	média 0; desvio-padrão 0,5
Semente pseudoaleatória	20260830
Número de realizações Monte Carlo	500
Pontos da resposta em frequência	65.536
Banda passante comum	0 a 80 Hz
Banda de transição comum	80 a 150 Hz
Banda de rejeição comum	150 a 500 Hz

Foram empregados quatro sinais: uma senoide de 50 Hz; ruído branco gaussiano; um impulso unitário discreto $\delta[n]$, isto é, a delta de Kronecker com valor 1 em $n = 0$ e zero nas demais amostras; e um sinal misto formado pela soma da senoide e do ruído. A expressão “impulso de Dirac” foi evitada porque o experimento é inteiramente discreto no tempo.

2.2 Representação matemática e projeto dos filtros

Para um filtro FIR causal de $M + 1$ coeficientes, a equação de diferenças e a função de transferência são dadas por:

$$y[n] = \sum_{k=0}^M b_k x[n - k]$$

$$H_{FIR}(z) = \sum_{k=0}^M b_k z^{-k}$$

O filtro FIR nominal foi projetado com $M = 50$ (51 coeficientes), janela de Hamming e cutoff = 100 Hz. A janela utilizada pode ser escrita como $w[n] = 0,54 - 0,46 \cos(2\pi n/M)$, $0 \leq n \leq M$. Os coeficientes resultantes são simétricos, $b[k] = b[50-k]$, caracterizando um FIR Tipo I de fase linear. O vetor completo é apresentado no Apêndice A.

Para um filtro IIR de ordem N , a equação de diferenças normalizada e a função de transferência são:

$$y[n] = \sum_{k=0}^N b_k x[n - k] - \sum_{k=1}^N a_k y[n - k]$$

$$H_{IIR}(z) = \frac{\sum_{k=0}^N b_k z^{-k}}{1 + \sum_{k=1}^N a_k z^{-k}}$$

No cenário nominal foi utilizado um Butterworth de quarta ordem com frequência crítica de 100 Hz. Para a aplicação dos IIR aos sinais empregou-se a representação em seções de segunda ordem e `signal.sosfilt()`, em vez de assumir que uma forma direta é

numericamente estável em qualquer condição. A documentação do SciPy recomenda seções de segunda ordem para reduzir problemas numéricos em filtros IIR (SciPy Community, 2026c). As funções de transferência em forma polinomial são mantidas para a apresentação dos coeficientes, cálculo dos polos e atraso de grupo.

Tabela 2 – Coeficientes e estruturas do cenário nominal.

Coeficiente	FIR 51 taps	IIR Butterworth ordem 4
Numerador	b[0]...b[50] no Apêndice A; b[k]=b[50-k]	[0,004824343358; 0,019297373431; 0,028946060146; 0,019297373431; 0,004824343358]
Denominador	[1]	[1; -2,369513007182; 2,313988414416; -1,054665405879; 0,187379492368]
Estrutura usada na filtragem	FIR não recursivo via lfilter	cascata de 2 biquads via sosfilt

2.3 Comparação sob especificações equivalentes

Para evitar tratar filtros como equivalentes apenas porque receberam o mesmo valor nominal de 100 Hz, definiu-se um segundo cenário com requisitos comuns: banda passante de 0 a 80 Hz, banda de transição de 80 a 150 Hz, banda de rejeição de 150 a 500 Hz, perda máxima de 1 dB na banda passante e atenuação mínima de 40 dB na banda de rejeição. O FIR nominal de 51 coeficientes atende a esses limites. Para o Butterworth, `signal.buttord()` determinou a ordem mínima $N = 8$ e frequência crítica $W_n = 86,718806$ Hz. O IIR equivalente foi implementado em quatro seções de segunda ordem, cujos coeficientes também constam no Apêndice A.

2.4 Resposta em frequência, fase e atraso de grupo

A resposta em frequência foi calculada diretamente com `signal.freqz()` para a forma polinomial e `signal.sosfreqz()` para as seções de segunda ordem, com 65.536 pontos entre 0 e $f_s/2$. Assim, a resolução da grade de frequências foi $\Delta f = 500/65.536 \approx 0,007629$ Hz. A magnitude foi normalizada pelo ganho em corrente contínua e convertida em decibéis por:

$$A(f) = 20 \log_{10} \left(\frac{|H(f)|}{|H(0)|} \right)$$

Valores nulos foram protegidos apenas numericamente para evitar logaritmo de zero. Nos gráficos, o eixo foi limitado a -160 dB para visualização; esse limite gráfico não foi utilizado no cálculo das métricas. Foram extraídas magnitudes em 50, 80, 100, 120, 150 e 200 Hz, frequências de cruzamento de -3 dB e -6 dB, variação na banda passante e pior caso de atenuação na banda de rejeição. A fase foi obtida pelo argumento desembrulhado de $H(f)$ e o atraso de grupo por `signal.group_delay()`.

2.5 Métricas temporais

A resposta ao impulso foi obtida aplicando $\delta[n]$ ao sistema. Para o FIR, a saída ao impulso unitário é exatamente a própria sequência de coeficientes, com suporte finito de 51 amostras ($n = 0$ a 50). Para o IIR, cuja resposta teórica possui duração infinita, foram calculadas 4.096 amostras e definiu-se duração efetiva como o primeiro índice a partir do qual a energia residual da cauda se torna inferior a 10^{-12} da energia total calculada. A energia foi calculada por $E_h = \sum |h[n]|^2$.

Na resposta ao degrau unitário, o tempo de subida foi definido entre 10% e 90% do valor final; o tempo de acomodação corresponde ao primeiro instante após o qual todas as amostras permanecem dentro de $\pm 2\%$ do valor final; e o sobressinal foi calculado como $100(\max(y) - y_{\infty})/|y_{\infty}|$. Essas definições são explicitadas para evitar interpretações baseadas apenas na forma visual das curvas (Franklin; Powell; Emami-Naeini, 2014).

2.6 Ruído, relação sinal-ruído e alinhamento temporal

As métricas de ruído e relação sinal-ruído (SNR) foram estimadas por 500 realizações independentes, todas geradas de forma reprodutível a partir da semente 20260830. Para reduzir o efeito do transitório inicial, os primeiros 200 ms de cada realização foram descartados nas estimativas de potência. Como o sinal útil e o ruído são conhecidos separadamente, a SNR de saída foi calculada filtrando separadamente a senoide e o ruído e aplicando $SNR = 10 \log_{10}(P_s/P_r)$. Esse procedimento evita atribuir a uma diferença de fase o significado de erro de ruído.

Nas figuras temporais, o FIR foi adiantado em 25 amostras, valor exato de seu atraso de grupo. Para a senoide de 50 Hz, o IIR de quarta ordem foi adiantado em aproximadamente 5 amostras apenas para facilitar a comparação visual naquela frequência; esse alinhamento não implica atraso constante do IIR, pois sua resposta de fase é não linear. As métricas de potência não dependem desse deslocamento visual.

2.7 Complexidade computacional e tempo de execução

A contagem de operações foi associada explicitamente à estrutura considerada. Um FIR direto de 51 taps requer 51 multiplicações e 50 adições por amostra. Explorando a simetria dos coeficientes, a mesma convolução pode ser reorganizada para 26 multiplicações e 50 adições, incluindo as pré-somas dos pares simétricos. Para um IIR de ordem N em forma direta normalizada, uma contagem típica é $2N+1$ multiplicações e $2N$ adições; em cascata de biquads na forma direta II transposta, cada seção utiliza aproximadamente 5 multiplicações e 4 adições por amostra. Além dessas contagens, foi medido o tempo de execução de 30 filtragens de 200.000 amostras após cinco aquecimentos, reportando-se mediana e intervalo interquartil.

3. Resultados e Discussão

3.1 Resposta ao impulso e energia

A Figura 1 distingue duração teórica e duração efetiva. O FIR possui exatamente 51 amostras não nulas no suporte considerado, enquanto a resposta do IIR é teoricamente infinita, embora a energia residual de sua cauda fique abaixo do critério de 10^{-12} após aproximadamente 62 amostras. Portanto, não é correto afirmar, para esta realização, que a resposta efetivamente observável do IIR seja necessariamente mais longa do que a do FIR sem declarar o critério de truncamento.

A energia da resposta ao impulso foi 0,183568 para o FIR e 0,203811 para o IIR de quarta ordem. Para um sistema linear e invariante no tempo, a saída ao impulso unitário é a própria resposta ao impulso; por isso, a análise utiliza diretamente as sequências de resposta ao impulso dos dois sistemas.

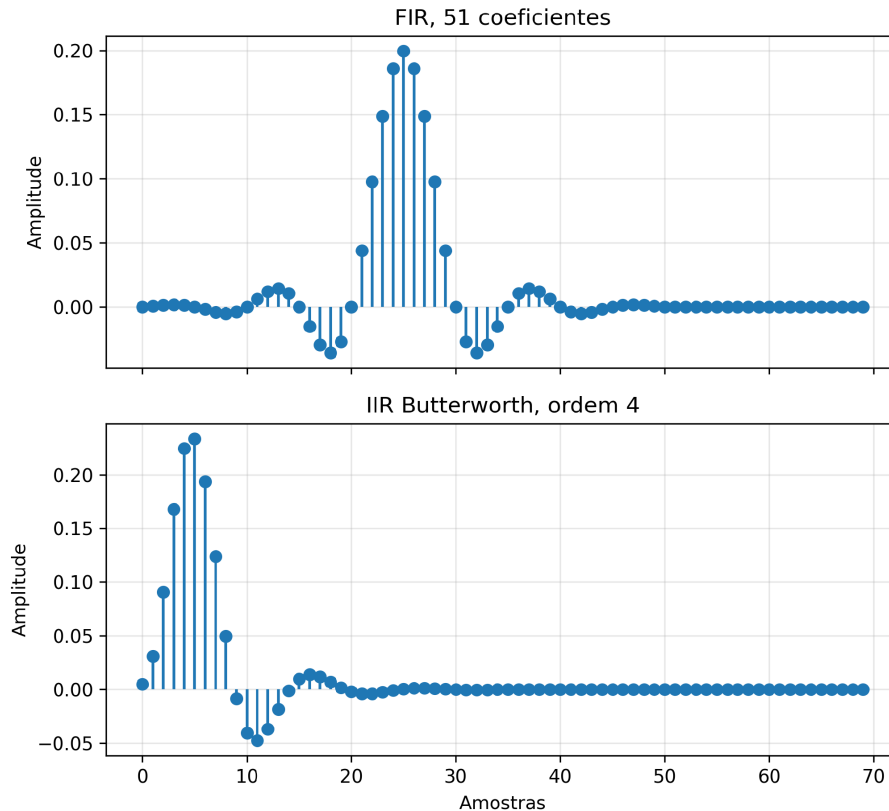


Figura 1 – Resposta ao impulso unitário discreto dos filtros FIR e IIR nominais, destacando as primeiras 70 amostras. Fonte: o autor.

3.2 Resposta em frequência no cenário nominal

A Figura 2 e a Tabela 3 apresentam a resposta em frequência em escala consistente e as magnitudes de referência. O FIR apresenta aproximadamente -6,05 dB em 100 Hz, -22,13 dB em 120 Hz e -62,26 dB em 150 Hz. O Butterworth de quarta ordem apresenta aproximadamente -3,01 dB, -7,68 dB, -15,75 dB e -27,97 dB em 100, 120, 150 e 200 Hz, respectivamente. Assim, para os filtros efetivamente implementados, o FIR nominal apresenta rejeição substancialmente maior em 120-200 Hz do que o IIR de quarta ordem; nessa configuração não se observa maior seletividade do IIR nessa região.

A frequência de -3 dB do FIR foi 91,89 Hz, enquanto sua frequência de -6 dB foi 99,89 Hz. Para o Butterworth, os valores correspondentes foram 99,95 Hz e 113,49 Hz. Isso evidencia por que o mesmo número de 100 Hz fornecido às duas rotinas não representa o mesmo ponto característico. Na banda comum de 150 a 500 Hz, a pior atenuação foi 61,61 dB para o FIR e 15,75 dB para o IIR de quarta ordem. Pontos isolados abaixo de -80 dB não foram usados para caracterizar toda a banda de rejeição.

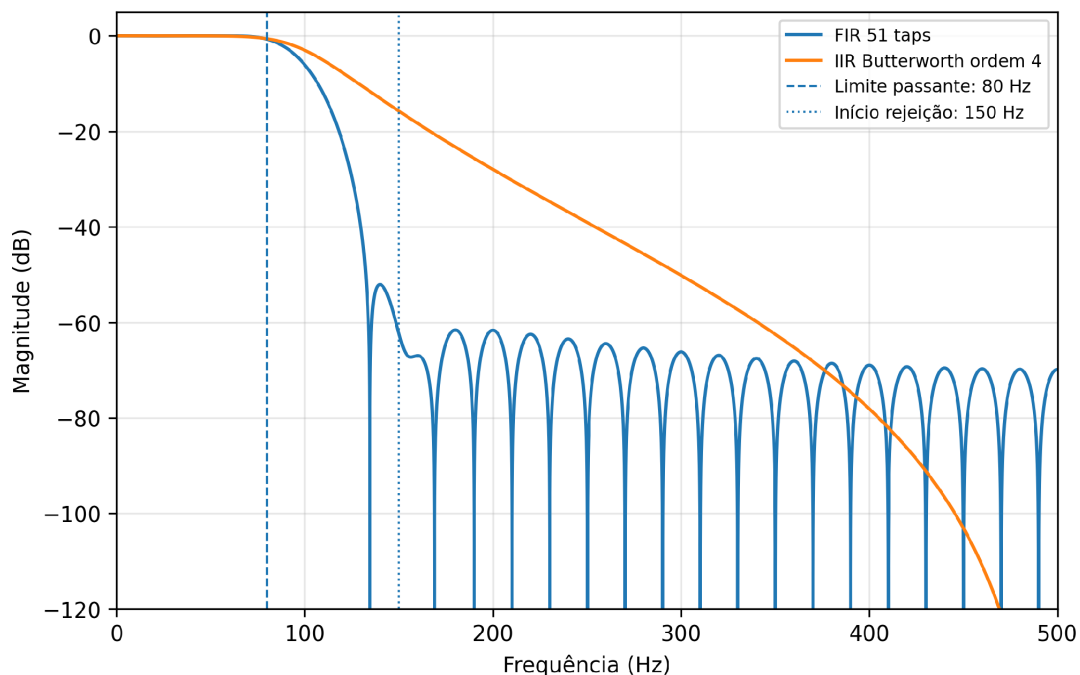


Figura 2 – Resposta em frequência dos filtros nominais. A escala foi limitada a -120 dB para visualização; os cálculos não utilizam esse limite. Fonte: o autor.

Tabela 3 – Magnitudes de referência no cenário nominal.

Frequência	FIR 51 taps (dB)	IIR ordem 4 (dB)
50 Hz	-0,014	-0,014
80 Hz	-0,718	-0,615
100 Hz	-6,052	-3,010
120 Hz	-22,133	-7,680
150 Hz	-62,259	-15,749
200 Hz	-61,661	-27,965

3.3 Resposta ao degrau

A Figura 3 mostra que o FIR também apresenta undershoot, sobressinal e oscilações transitórias. O sobressinal medido foi 7,60% para o FIR e 11,91% para o IIR de quarta ordem. O tempo de subida 10%-90% foi 4 ms para ambos; o tempo de acomodação a $\pm 2\%$ foi 37 ms para o FIR e 16 ms para o IIR. A menor acomodação do IIR nominal é apresentada como resultado medido desta configuração, sem atribuí-la genericamente a uma suposta “maior largura de banda efetiva”.

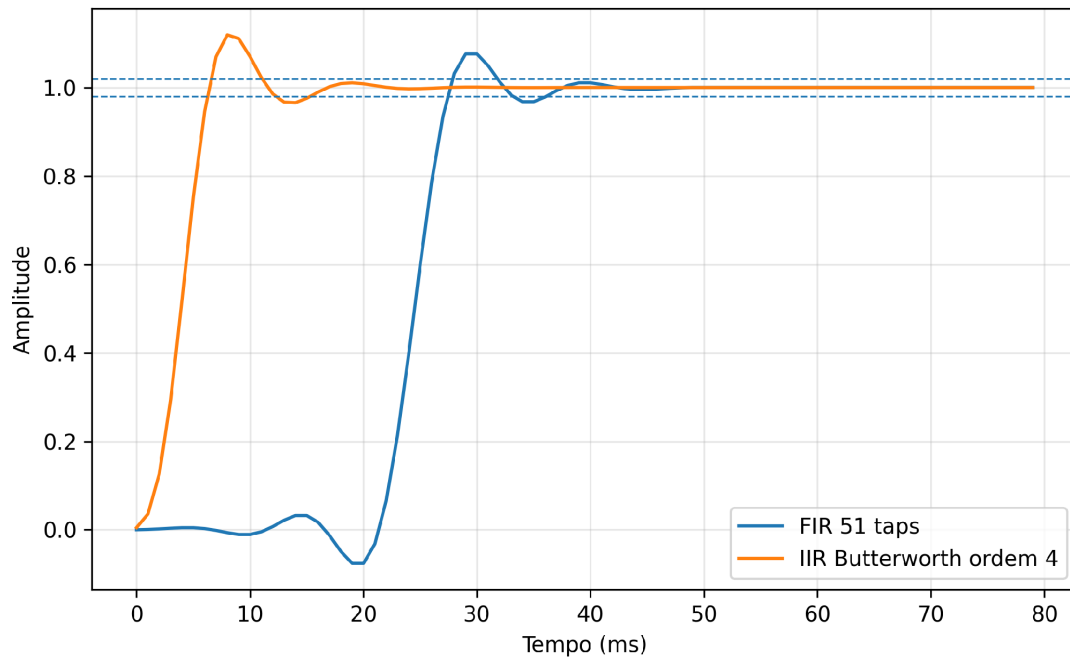


Figura 3 – Resposta ao degrau unitário com faixa de acomodação de $\pm 2\%$. Fonte: o autor.

3.4 Fase e atraso de grupo

O FIR simétrico apresenta fase linear e atraso de grupo constante de 25 amostras, equivalente a 25 ms para $f_s = 1.000$ Hz. Na banda de 0 a 80 Hz, o atraso de grupo do IIR de quarta ordem variou de 4,02 a 6,19 amostras, com média de 4,64 amostras. Em 50 Hz, o atraso é aproximadamente 4,66 amostras. A resposta de fase e o atraso de grupo quantificam, portanto, a diferença de comportamento temporal entre as duas estruturas.

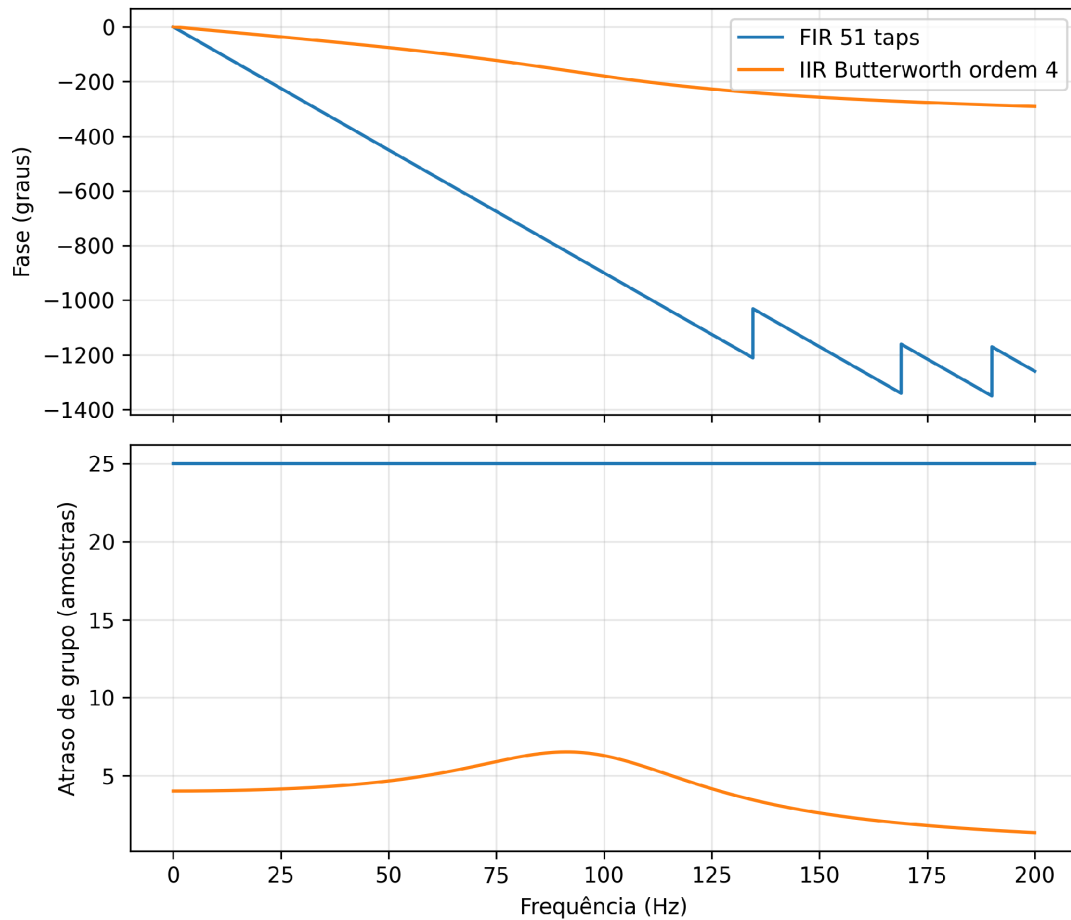


Figura 4 – Resposta de fase e atraso de grupo dos filtros nominais. Fonte: o autor.

3.5 Filtragem dos sinais de teste e métricas de ruído

As métricas da Tabela 4 mostram que, sob as condições deste experimento, o FIR apresentou menor variância residual e SNR média de saída ligeiramente maior do que o IIR de quarta ordem. Esse resultado é coerente com a maior rejeição do FIR em parcela significativa do espectro acima de 100 Hz. A diferença, entretanto, é específica aos projetos testados e não pode ser generalizada para toda a classe FIR ou IIR.

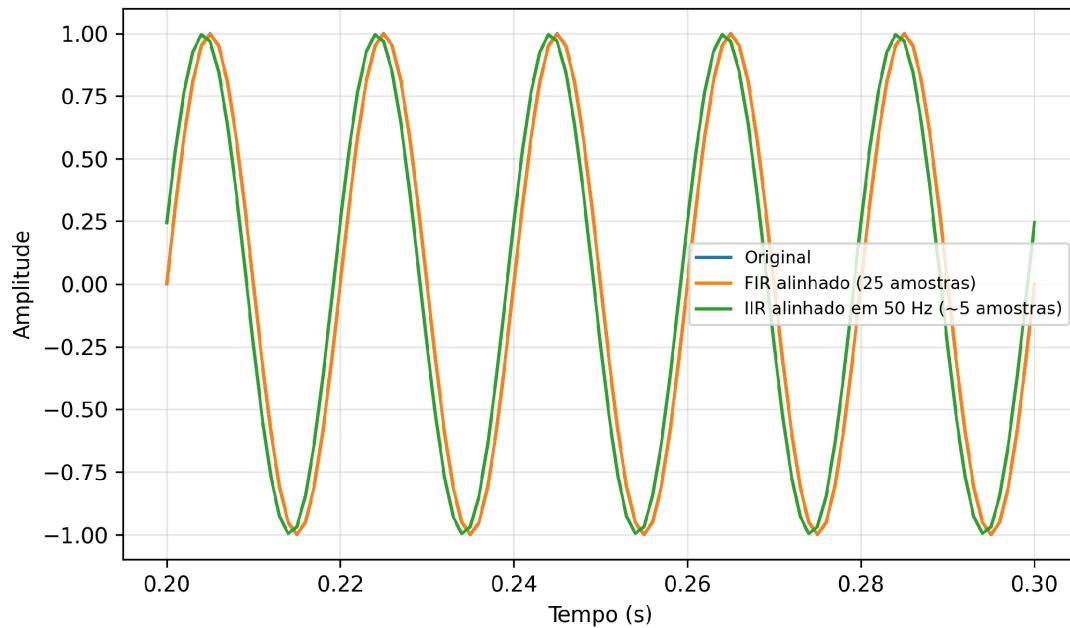


Figura 5 – Trecho ampliado da senoide de 50 Hz. O FIR foi compensado em 25 amostras; o IIR foi alinhado aproximadamente em 50 Hz apenas para visualização. Fonte: o autor.

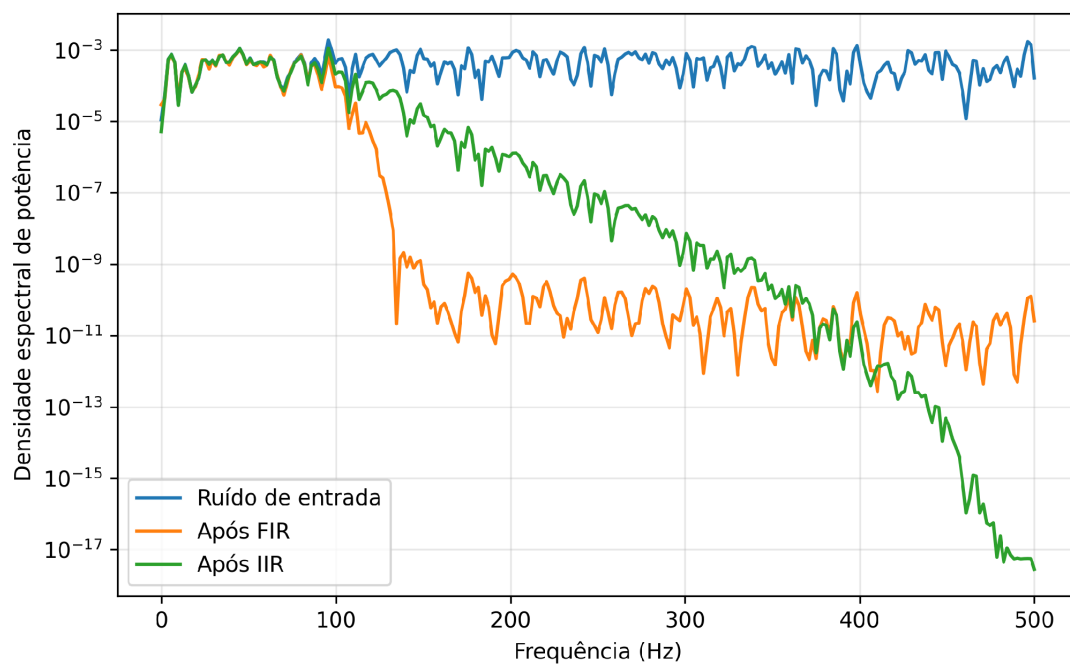


Figura 6 – Densidade espectral de potência de uma realização de ruído branco antes e depois da filtragem. Fonte: o autor.

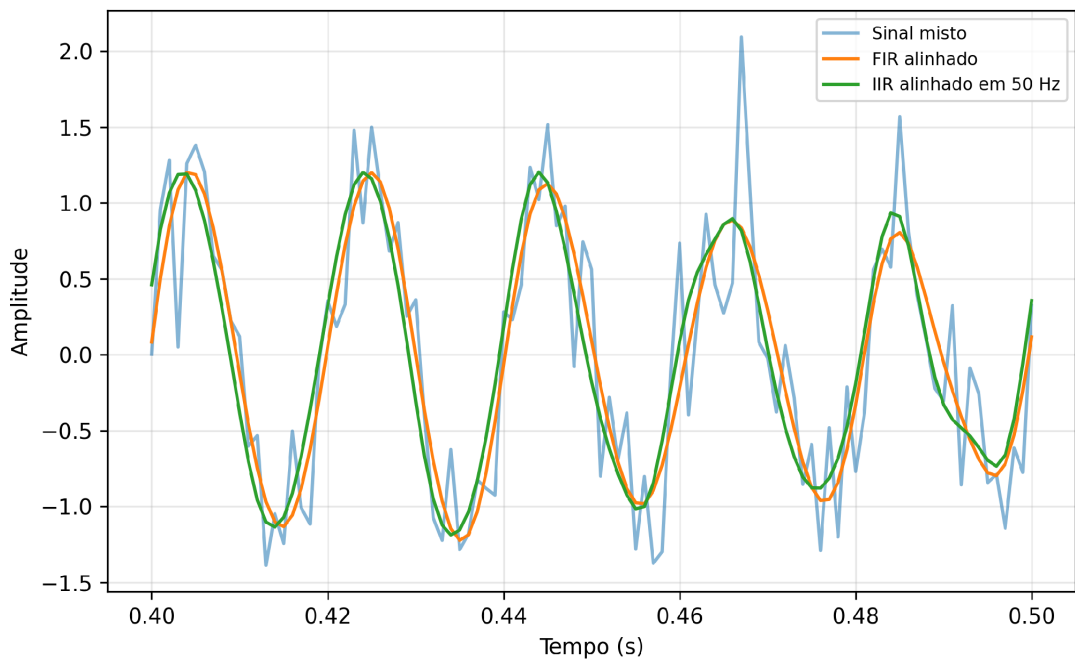


Figura 7 – Trecho ampliado do sinal misto e das saídas filtradas, com alinhamento temporal para facilitar a inspeção visual. Fonte: o autor.

Tabela 4 – Métricas de ruído e relação sinal-ruído no cenário nominal (média ± desvio-padrão).

Métrica (500 realizações)	FIR 51 taps	IIR ordem 4
Variância do ruído na entrada	0,25059 ± 0,01231	0,25059 ± 0,01231
Variância do ruído na saída	0,04609 ± 0,00517	0,05112 ± 0,00518
SNR de entrada	3,005 ± 0,213 dB	3,005 ± 0,213 dB
SNR de saída	10,343 ± 0,481 dB	9,891 ± 0,436 dB
Ganho médio de SNR	7,338 dB	6,885 dB

3.6 Estabilidade

Todos os polos estão estritamente dentro do círculo unitário, confirmando estabilidade BIBO dos IIR projetados em aritmética de precisão dupla. Para o FIR, a soma absoluta de um número finito de coeficientes é finita, o que garante estabilidade BIBO no modelo matemático. Essa propriedade teórica não deve ser confundida com imunidade a saturação, overflow, quantização ou outras limitações de uma implementação com precisão finita.

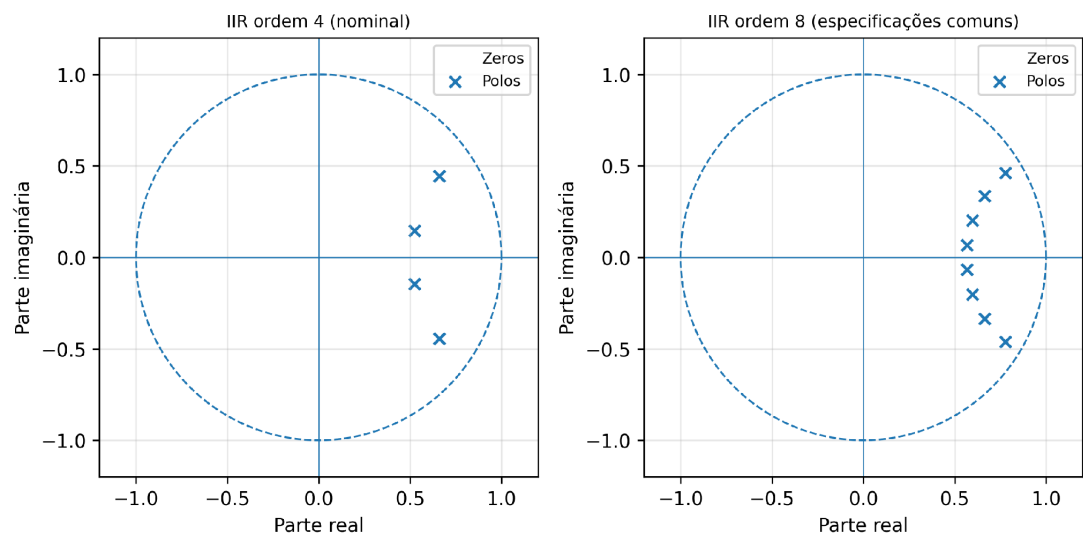


Figura 8 – Polos e zeros dos filtros IIR. O círculo tracejado representa o círculo unitário. Fonte: o autor.

Tabela 5 – Módulos dos polos dos filtros IIR.

Filtro	Módulos dos polos
IIR Butterworth ordem 4	0,79545; 0,79545; 0,54419; 0,54419
IIR Butterworth ordem 8	0,90351; 0,90351; 0,74354; 0,74354; 0,63061; 0,63061; 0,57092; 0,57092

3.7 Comparação com especificações comuns

O segundo cenário altera a interpretação da comparação. Para cumprir conjuntamente perda máxima de 1 dB até 80 Hz e atenuação mínima de 40 dB a partir de 150 Hz, o Butterworth mínimo tem ordem 8, não ordem 4. O FIR permanece com maior margem de rejeição e atraso de grupo exatamente linear, enquanto o IIR de ordem 8 reduz a média do atraso de grupo e fornece SNR média de saída ligeiramente maior neste ensaio, ao custo de maior sobressinal e atraso dependente da frequência. Dessa forma, a comparação deixa de ser uma oposição genérica entre classes e passa a explicitar quais requisitos cada projeto atende.

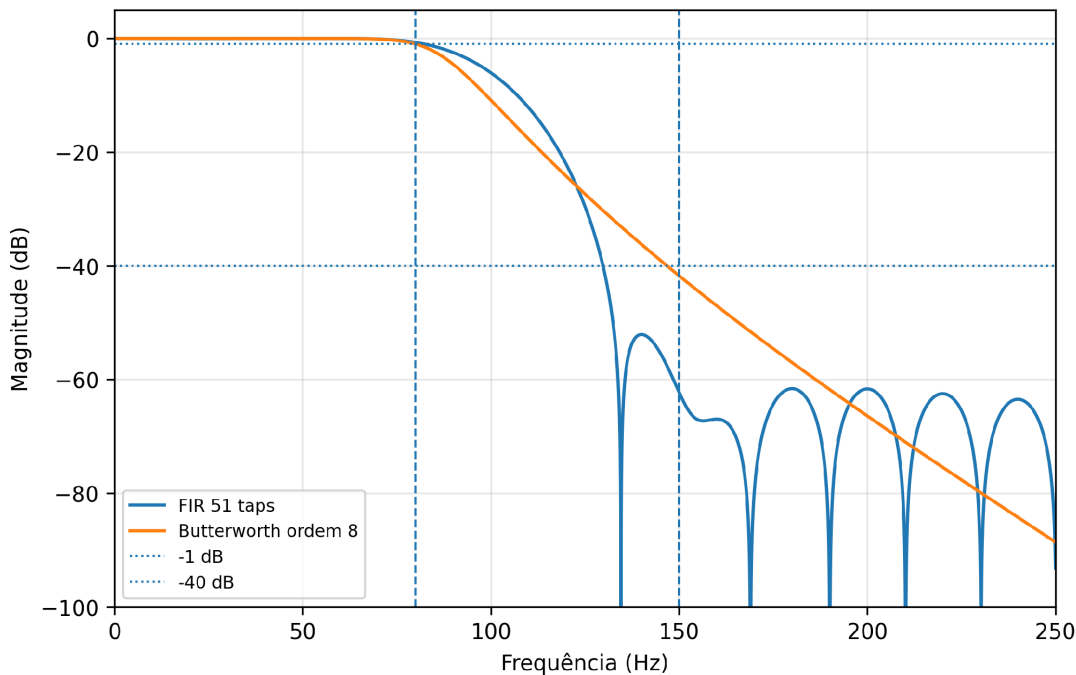


Figura 9 – Comparação entre o FIR de 51 taps e o Butterworth mínimo que atende às especificações comuns de 1 dB/40 dB em 80 Hz/150 Hz. Fonte: o autor.

Tabela 6 – Comparação quantitativa sob especificações espectrais comuns.

Métrica	FIR 51 taps	IIR Butterworth ordem 8
Perda/variação de 0 a 80 Hz	0,717 dB	0,999 dB
Pior atenuação de 150 a 500 Hz	61,608 dB	41,756 dB
Frequência de -3 dB	91,888 Hz	86,700 Hz
Frequência de -6 dB	99,892 Hz	92,522 Hz
Distância de 80 Hz até primeiro -40 dB	49,776 Hz	66,774 Hz
Atraso de grupo médio, 0-80 Hz	25,000 amostras	11,014 amostras
Faixa de atraso de grupo, 0-80 Hz	25,000-25,000	9,174-17,241
Sobressinal ao degrau	7,60%	17,35%
Tempo de acomodação, ±2%	37 ms	34 ms
SNR média de saída	10,343 ± 0,481 dB	10,580 ± 0,493 dB

3.8 Custo computacional

Uma razão única entre os custos das classes FIR e IIR não é apropriada sem especificar a estrutura de implementação e requisitos de projeto. No FIR analisado, a simetria reduz o número de multiplicações teóricas de 51 para 26 em uma implementação otimizada. O benchmark em Python/SciPy favoreceu as implementações IIR em SOS no ambiente utilizado, mas esse resultado não deve ser extrapolado para microcontroladores, DSPs, FPGAs ou outras bibliotecas sem medição específica.

Tabela 7 – Custo computacional teórico e benchmark específico do ambiente utilizado.

Filtro/estrutura	Multiplicações/amostra	Adições/amostra	Tempo mediano para 200 mil amostras
FIR 51 taps, forma direta	51	50	2,15 ms (SciPy lfilter)
FIR 51 taps, explorando simetria	26	50	não implementado no benchmark
IIR ordem 4, forma direta	9	8	estrutura não usada no benchmark
IIR ordem 4, 2 SOS	10	8	1,30 ms (SciPy sosfilt)
IIR ordem 8, forma direta	17	16	estrutura não usada no benchmark
IIR ordem 8, 4 SOS	20	16	1,29 ms (SciPy sosfilt)

4. Discussão

Os resultados mostram que a principal fonte de inconsistência na comparação nominal era a interpretação do parâmetro de 100 Hz como se representasse a mesma característica em `firwin()` e `butter()`. A diferença de definição (-6 dB versus -3 dB) produz filtros com respostas distintas já na frequência nominal e torna inadequada qualquer conclusão de superioridade baseada apenas nesse valor.

No cenário nominal, o FIR apresenta maior rejeição em 120-200 Hz, menor variância residual do ruído e maior SNR média de saída, enquanto o IIR de quarta ordem apresenta atraso de grupo menor e tempo de acomodação mais curto. No cenário de especificações comuns, o Butterworth precisa aumentar para ordem 8. Nessa condição, o IIR passa a atender a rejeição mínima de 40 dB, mantém menor atraso de grupo médio e apresenta SNR ligeiramente superior, mas conserva fase não linear e maior sobressinal. Esses resultados evidenciam que “seletividade”, “eficiência” e “qualidade da filtragem” só são comparáveis quando as especificações e métricas são declaradas.

A fase linear do FIR pode ser decisiva quando a preservação temporal entre componentes espectrais é requisito da aplicação. Em contrapartida, a menor ordem IIR necessária para certas especificações pode ser vantajosa em implementações com restrições de memória e processamento. Trabalhos recentes em hardware e processamento em tempo real mostram que a escolha também depende da arquitetura de realização, paralelismo, precisão dos coeficientes e disponibilidade de recursos (Xin et al., 2023; Saha; Barman Mandal, 2024; Achtenberg; Szplet; Bielecki, 2024). Assim, os resultados aqui obtidos devem ser entendidos como evidência experimental para duas configurações claramente definidas, e não como uma classificação absoluta das duas famílias de filtros.

Como limitações, o estudo considera sinais sintéticos, apenas filtros passa-baixa e uma frequência de amostragem. Também não foram avaliados efeitos de quantização em ponto fixo, consumo energético em hardware embarcado ou distorção em sinais biomédicos, áudio e comunicação reais. Esses aspectos constituem extensões naturais para trabalhos futuros.

5. Conclusões

A análise quantitativa demonstrou que o FIR de 51 taps com janela de Hamming e $\text{cutoff} = 100$ Hz e o Butterworth de quarta ordem com frequência crítica de 100 Hz não são filtros diretamente equivalentes. O FIR apresenta aproximadamente -6,05 dB em

100 Hz e -62,26 dB em 150 Hz, enquanto o IIR apresenta -3,01 dB e -15,75 dB nas mesmas frequências. Nessa configuração nominal, os dados não sustentam atribuir ao IIR de quarta ordem uma transição mais acentuada ou rejeição superior.

As métricas temporais e estatísticas mostram que o FIR possui atraso de grupo constante de 25 ms, sobressinal de 7,60% e acomodação de 37 ms; o IIR de quarta ordem apresenta atraso de grupo variável, sobressinal de 11,91% e acomodação de 16 ms. Em 500 realizações de ruído, a SNR média de saída foi 10,34 dB para o FIR e 9,89 dB para o IIR nominal, não havendo evidência de superioridade do IIR na rejeição do ruído branco nessa condição.

Ao impor especificações comuns de banda passante e rejeição, o Butterworth mínimo passou para ordem 8. Esse filtro atendeu aos limites definidos, apresentou atraso de grupo médio menor do que o FIR e SNR média de saída ligeiramente maior, mas também fase não linear e maior sobressinal. A conclusão principal é, portanto, que FIR e IIR devem ser comparados em função de requisitos explícitos e estruturas de implementação equivalentes. O protocolo e o código fornecidos tornam os resultados reprodutíveis e permitem estender a análise para outras ordens, aproximações, frequências de amostragem e plataformas embarcadas.

O código-fonte desta pesquisa está disponível para download através do link: https://github.com/vitor-souza-ime/fir_iir.

Referências

- ACHTENBERG, K.; SZPLET, R.; BIELECKI, Z. Advanced, Real-Time Programmable FPGA-Based Digital Filtering Unit for IR Detection Modules. *Electronics*, v. 13, n. 22, 4449, 2024. DOI: 10.3390/electronics13224449.
- ANTONIOU, A. *Digital Signal Processing: Signals, Systems, and Filters*. New York: McGraw-Hill, 2006.
- BENDAT, J. S.; PIERSOL, A. G. *Random Data: Analysis and Measurement Procedures*. 4. ed. New York: Wiley, 2010.
- BUTTERWORTH, S. On the theory of filter amplifiers. *Experimental Wireless and the Wireless Engineer*, v. 7, p. 536-541, 1930.
- COOLEY, J. W.; TUKEY, J. W. An algorithm for the machine calculation of complex Fourier series. *Mathematics of Computation*, v. 19, n. 90, p. 297-301, 1965. DOI: 10.1090/S0025-5718-1965-0178586-1.
- DINIZ, P. S. R.; DA SILVA, E. A. B.; NETTO, S. L. *Digital Signal Processing: System Analysis and Design*. 2. ed. Cambridge: Cambridge University Press, 2010.
- FRANKLIN, G. F.; POWELL, J. D.; EMAMI-NAEINI, A. *Feedback Control of Dynamic Systems*. 7. ed. Harlow: Pearson, 2014.
- HARRIS, F. J. On the use of windows for harmonic analysis with the discrete Fourier transform. *Proceedings of the IEEE*, v. 66, n. 1, p. 51-83, 1978. DOI: 10.1109/PROC.1978.10837.
- JACKSON, L. B. *Digital Filters and Signal Processing: With MATLAB Exercises*. 3. ed. Boston: Kluwer Academic Publishers, 1995.
- OPPENHEIM, A. V.; SCHAFER, R. W. *Discrete-Time Signal Processing*. 3. ed. Boston: Pearson, 2010.
- PARKS, T. W.; BURRUS, C. S. *Digital Filter Design*. New York: John Wiley & Sons, 1987.
- ROONIZI, A. K. Kalman filter/smoothing-based design and implementation of digital IIR filters. *Signal Processing*, v. 208, 108958, 2023. DOI: 10.1016/j.sigpro.2023.108958.
- SAHA, S.; BARMAN MANDAL, S. FPGA implementation of IIR elliptic filters for de-noising ECG signal. *Biomedical Signal Processing and Control*, v. 96, 106544, 2024. DOI: 10.1016/j.bspc.2024.106544.
- SCIPY COMMUNITY. firwin — SciPy v1.17.0 Manual. 2026a. Disponível em: <https://docs.scipy.org/doc/scipy/reference/generated/scipy.signal.firwin.html>. Acesso em: 30 ago. 2026.
- SCIPY COMMUNITY. butter — SciPy Manual. 2026b. Disponível em: <https://docs.scipy.org/doc/scipy/reference/generated/scipy.signal.butter.html>. Acesso em: 30 ago. 2026.

SCIPY COMMUNITY. lfilter and sosfilt — SciPy Manual. 2026c. Disponível em: <https://docs.scipy.org/doc/scipy/reference/generated/scipy.signal.lfilter.html>. Acesso em: 30 ago. 2026.

VIRTANEN, P. et al. SciPy 1.0: fundamental algorithms for scientific computing in Python. Nature Methods, v. 17, n. 3, p. 261-272, 2020. DOI: 10.1038/s41592-019-0686-2.

XIN, X.; SHEN, L.; TANG, X.; SHEN, Y.; CAI, J.; TONG, X.; SUN, N. A Power-Efficient 13-Tap FIR Filter and an IIR Filter Embedded in a 10-Bit SAR ADC. IEEE Transactions on Circuits and Systems I: Regular Papers, v. 70, n. 6, p. 2293-2305, 2023. DOI: 10.1109/TCSI.2023.3260085.

Apêndice A – Coeficientes completos utilizados

Os valores abaixo são os coeficientes em precisão dupla produzidos pelo código deste estudo. Para o FIR, a simetria $b[k] = b[50-k]$ pode ser verificada diretamente.

FIR 51 taps – vetor b:

6.222332188363e-19, 6.503955366766e-04, 1.240254575754e-03, 1.541688565976e-03,
1.216807264328e-03, -1.305540048252e-18
-2.010717396185e-03, -4.140710578257e-03, -5.214551721967e-03, -4.014746619442e-03,
3.094460552406e-18, 6.050369489856e-03
1.187422064885e-02, 1.431762164553e-02, 1.062571675307e-02, -5.305687901884e-18,
-1.526134569230e-02, -2.969111861349e-02
-3.594907682468e-02, -2.723073776904e-02, 7.094608406038e-18, 4.400877614771e-02,
9.741972657664e-02, 1.488252364695e-01
1.859785642615e-01, 1.995272545599e-01, 1.859785642615e-01, 1.488252364695e-01,
9.741972657664e-02, 4.400877614771e-02
7.094608406038e-18, -2.723073776904e-02, -3.594907682468e-02, -2.969111861349e-02,
-1.526134569230e-02, -5.305687901884e-18
1.062571675307e-02, 1.431762164553e-02, 1.187422064885e-02, 6.050369489856e-03,
3.094460552406e-18, -4.014746619442e-03
-5.214551721967e-03, -4.140710578257e-03, -2.010717396185e-03, -1.305540048252e-18,
1.216807264328e-03, 1.541688565976e-03
1.240254575754e-03, 6.503955366766e-04, 6.222332188363e-19

IIR Butterworth ordem 4 – b: [0.004824343358, 0.019297373431, 0.028946060146, 0.019297373431, 0.004824343358]

IIR Butterworth ordem 4 – a: [1, -2.369513007182, 2.313988414416, -1.054665405879, 0.187379492368]

Butterworth equivalente: ordem 8; $\omega_n = 86.718806343966$ Hz; matriz SOS [b0, b1, b2, a0, a1, a2]:

[8.977547283915e-06, 1.795509456783e-05, 8.977547283915e-06, 1, -1.133948485222, 0.3259538924003]

[1, 2, 1, 1, -1.195276578358, 0.3976663421877]

[1, 2, 1, 1, -1.327987092509, 0.5528480149826]

[1, 2, 1, 1, -1.553322172419, 0.8163378738217]